

Trabajo Práctico N°8
Transformada Z

Actividad 1

Utilizando tabla de transformada y de propiedades indicada determine las transformadas Z de las siguientes señales:

- a) $x[n] = u[n - 5]$ (desplazamiento temporal)
- b) $x[n] = u[n + 2]$ (desplazamiento temporal)
- c) $x[n] = \left(\frac{2}{3}\right)^n \cdot u[n - 1]$ (desplazamiento temporal)
- d) $x[n] = n(n + 1) \cdot u[n]$ (diferenciación en Z)
- e) $x[n] = n \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^n \cdot u[n]$ (diferenciación en Z)
- f) $x[n] = \left(e^{\frac{n}{20}} \cdot \cos \left[\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{8} \right] \right) \cdot u[n]$ (escalado en Z)
- g) $x[n] = \text{ramp} [x]$ (acumulación)

Actividad 2

Mediante la propiedad de convolución, determine las transformadas Z de las siguientes señales:

- a) $x[n] = (0,9)^n \cdot u[n] * u[n]$
- b) $x[n] = (0,9)^n \cdot u[n] * (0,6)^n \cdot u[n]$
- c) $x[n] = \text{seno} \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{8} \right) \cdot u[n] * u[n]$

Actividad 3

a) Encuentre la transformada Z de:

$$x[n] = u[n] - u[n - 10]$$

b) Y utilice el resultado y la propiedad de diferencia para encontrar la transformada Z de:

$$x[n] = \delta[n] - \delta[n - 10]$$

c) Compare este resultado con la transformada Z que se encontró directamente al aplicar la propiedad de desplazamiento en el tiempo a un impulso en TD.

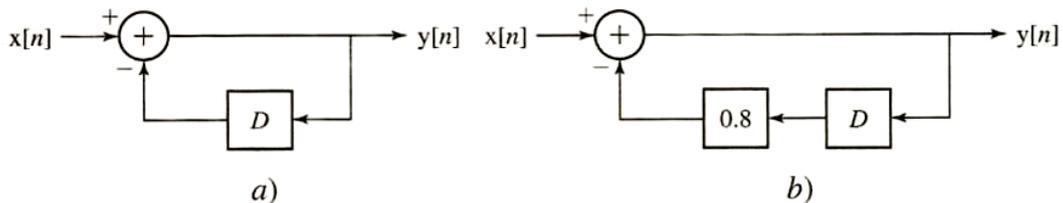
Actividad 4

Encuentre las transformadas Z inversas de las siguientes funciones en forma cerrada mediante expansiones en fracciones parciales, una tabla de la transformada z y las propiedades de esta misma.

- a) $X(z) = \frac{1}{z \cdot (z - 1/2)}$
- b) $X(z) = \frac{z^2}{(z - 1/2) \cdot (z - 3/4)}$
- c) $X(z) = \frac{\frac{1}{4} \cdot z \cdot (z + 2)}{z^3 - \frac{5}{4}z^2 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{16}}$

Actividad 5

Para cada diagrama de bloques, escriba la ecuación en diferencias y determine y dibuje la respuesta $y[n]$ del sistema para tiempo discreto $n \geq 0$, suponga que no existe almacenamiento de energía inicial en el sistema y que la excitación es al impulso $x[n] = \delta[n]$.



Trabajo Práctico N°8 Transformada Z

Actividad 6

Utilice la transformada Z para encontrar la solución total de la siguiente ecuación en diferencias para tiempo discreto $n \geq 0$. Utilice las condiciones iniciales $Y(-1) = 2$ y $Y(-2) = 4$.

$$y[n] - \frac{3}{4} \cdot y[n-1] + \frac{1}{8} \cdot y[n-2] = 2 \cdot \text{seno} \left(\frac{\pi \cdot n}{2} \right) \cdot u[n]$$

Actividad 7

Un sistema LTI causal está descrito por la ecuación en diferencias:

$$y[n] = y[n-1] + 3/4y[n-2] + x[n-1]$$

- Encuentre la función de transferencia $H(z)$. Ubique los polos y ceros de $H(z)$ en el plano Z e indique la ROC.
- Encuentre la respuesta al impulso de este sistema.
- Posiblemente haya encontrado que este sistema es inestable ¿Por qué? Encuentre una respuesta al impulso que sea estable y no causal.

Trabajo Práctico N°8 Transformada Z

Ejemplo 1

Para graficar la ROC en el plano Z:

```
% Definimos los polos de la función de transferencia
polos = [0.5 + 0.5i, 0.5 - 0.5i, -0.8];

% Configuración de la gráfica
figure;
hold on;
grid on;

% Graficar el círculo unitario
angulo = linspace(0, 2*pi, 1000);
plot(cos(angulo), sin(angulo), '--', 'Color', [0.4 0.9 0.1],
'LineWidth', 1.5); % Círculo unitario
text(1.1, 0, '|z| = 1', 'Color', [0.1 0.1 0.1]);

% Graficar los polos
plot(real(polos), imag(polos), 'rx', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth',
2); % Polos
text(real(polos) + 0.1, imag(polos), 'Polo', 'Color', 'r', 'FontSize',
10);

% Sombrear la Región de Convergencia (ROC) con patch
radio = max(abs(polos)); % Radio de la ROC
angulo_lleno = linspace(0, 2*pi, 500); % Ángulos para el círculo
x_fill = cos(angulo_lleno) * radio;
y_fill = sin(angulo_lleno) * radio;

% Crear un parche fuera del círculo más grande que contiene a los
polos
patch([x_fill, 10*cos(angulo_lleno)], [y_fill, 10*sin(angulo_lleno)
]), ...
      [0.8, 0.8, 1], 'EdgeColor', 'none', 'FaceAlpha', 0.5);

% Personalizar el plano complejo
xlabel('Re\{z\}');
ylabel('Im\{z\}');
title('Plano complejo Z con polos y región de convergencia (ROC)');
axis equal;
xlim([-1.5, 1.5]);
ylim([-1.5, 1.5]);

hold off;
```