Física General I – Año 2025

Trabajo Práctico 10

Mecánica del cuerpo rígido

1. Las cuatro partículas de la Figura 1 están unidas por varillas rígidas de masa despreciable. El origen del sistema de referencia está en el centro del rectángulo. Determinar el vector posición del centro de masa de este cuerpo rígido elemental.

2. a) Utilizar el teorema de Steiner para hallar el momento de inercia de una bola maciza y uniforme de masa M y radio R con respecto a un eje tangente a ella. Dato: el momento de inercia de la misma esfera con respecto a un eje que pasa por un diámetro es $\frac{2}{5}\, M\, R^2$. b) Usar el teorema de los ejes perpendiculares para calcular el momento de inercia de una moneda homogénea de espesor despreciable, masa M y radio R, con respecto a un eje que pasa por un diámetro. Dato: el momento de inercia de la misma moneda con respecto a un eje perpendicular a ella que pasa por su centro de masa es $\frac{1}{2}\, M\, R^2$.

3. Un hombre de 80 kg está parado en un extremo de una viga de 50 kg y 12 m de longitud que, a su vez, está apoyada sobre dos soportes separados 8 m entre sí (ver Figura 2). El sistema se encuentra en equilibrio mecánico. a) Hallar la fuerza ejercida por cada soporte sobre la tabla. b) El hombre comienza a caminar hacia el otro extremo. Calcular cuánto puede avanzar antes de que la tabla pierda el equilibrio.

4. Un hombre está de pie en el centro de una plataforma circular homogénea sin fricción, manteniendo sus brazos extendidos horizontalmente con una pesa en cada mano. La plataforma y el hombre giran, a razón de 2 rev/s, alrededor de un eje vertical que pasa por el centro de la plataforma. El momento de inercia del sistema plataforma + hombre + pesas con respecto a ese eje es de $10\,\mathrm{kg\,m^2}$. Cuando el hombre acerca las pesas hacia su cuerpo, el momento de inercia disminuye a $4\,\mathrm{kg\,m^2}$ ¿Cuál es la nueva velocidad angular del sistema?

5. Una mujer de masa $m = 65\,\mathrm{kg}$ está parada en el borde de una calesita circular homogénea, cuyo momento de inercia con respecto a un eje vertical que pasa por su centro de masa es $I_c = 400\,\mathrm{kg\,m^2}$ y cuyo radio es $R = 3\,\mathrm{m}$. La calesita, apoyada sobre una superficie lisa, puede rotar sin fricción alrededor del mismo eje. Inicialmente, tanto la calesita como la mujer están en reposo con respecto a un sistema de referencia fijo a la tierra. A continuación, la mujer comienza a caminar a lo largo del borde de la calesita (como se ve, desde arriba, en la Figura 3), con velocidad de módulo constante igual a 2 m/s, con respecto a la tierra. a) ¿Cuál es el torque neto de las fuerzas externas sobre el sistema mujer+calesita? b) ¿En qué sentido y con qué velocidad angular rota la calesita cuando la mujer camina?

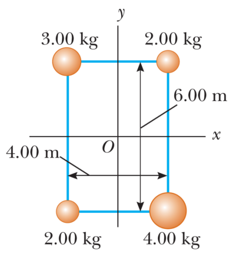

Figura 1. Problema 1

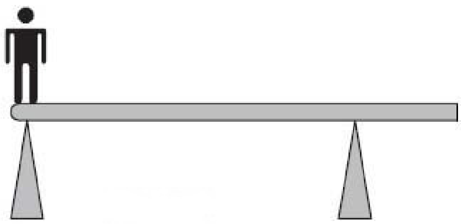
Figura 2. Problema 3

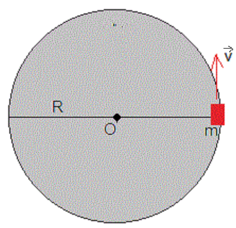

Figura 3. Problema 5

6. Una barra muy delgada de masa $M = 5\,\mathrm{kg}$ y longitud $L = 1{,}1\,\mathrm{m}$ cuelga de uno de sus extremos, sujeta en ese punto por un pivote sin fricción que le permite rotar alrededor de un eje perpendicular al plano de la hoja, como se muestra en la Figura 4. Un proyectil de masa $m = 6\,\mathrm{g}$ impacta sobre el otro extremo de la barra con velocidad $\vec{v}$, perpendicular tanto a la barra como al eje de rotación, y queda incrustado en ella. El módulo de la velocidad del proyectil es $|\vec{v}| = 20\,\mathrm{cm/s}$. a) ¿Cuál es la velocidad angular del sistema barra+proyectil inmediatamente después del choque? b) ¿Cuánto cambia el vector cantidad de movimiento del sistema barra+proyectil durante el choque? Observar la diferencia con lo que ocurre, por

ejemplo, en un péndulo balístico como el estudiado en el trabajo práctico 9. c) ¿En qué punto actúa la fuerza impulsiva responsable de la falta de conservación de la cantidad de movimiento?¿Cuáles son la dirección y el sentido de tal fuerza?

7. Calcular la aceleración angular de una polea cilíndrica homogénea de $0,5\,\mathrm{m}$ de radio y $20\,\mathrm{kg}$ de masa, sobre la que se ha enrollado una cuerda, en los siguientes casos (ver Figura 5): a) se tira de la cuerda con una fuerza $\vec{F}$ tal que $|\vec{F}| = 15\,\mathrm{N}$; b) se cuelga del extremo de la cuerda un cuerpo cuyo peso sea igual a la fuerza $\vec{F}$ del inciso a). Obtener, en ambos casos, la velocidad angular de la polea al cabo de $5\,\mathrm{s}$ suponiendo que, inicialmente, la misma está en reposo. El momento de inercia de un cilindro homogéneo de masa M y radio R con respecto a un eje longitudinal que pasa por su centro de masa es $\frac{1}{2}\,M\,R^2$.

8. Un bloque de masa $m_1 = 15\,\mathrm{kg}$ y otro bloque de masa $m_2 = 10\,kg$ están suspendidos de los extremos de una cuerda ideal. La cuerda rodea el borde de una polea de masa M en forma de cilindro homogéneo, como se muestra en la Figura 6. La cuerda no desliza sobre la polea, que puede girar, sin fricción, alrededor de un eje perpendicular que pasa por su centro de masa. El momento de inercia de la polea con respecto a ese eje es $I = 0,015\,\mathrm{kg\,m^2}$ y su radio $R = 0,1\,\mathrm{m}$. Inicialmente, ambos bloques están en reposo, separados por una distancia vertical $h = 3\,\mathrm{m}$. a) Calcular los módulos de las tensiones en las secciones de cuerda a ambos lados de la polea y el módulo de la aceleración, que es el mismo para ambos bloques. Comparar con los resultados obtenidos para la máquina de Atwood en el problema 5 del trabajo práctico 4. b) Determinar el tiempo que transcurre hasta que ambos bloques se cruzan y la posición en que lo hacen. c) Determinar el módulo de las velocidades de los bloques al cruzarse.

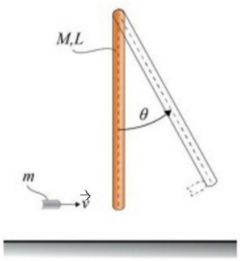

Figura 4. Problema 6

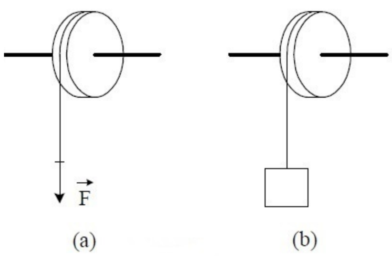

Figura 5. Problema 7

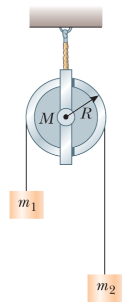

Figura 6. Problema 8

9. Calcular el momento de inercia del cuerpo rígido de la Figura 1 con respecto al eje Z. Si el cuerpo gira alrededor de dicho eje con velocidad angular de módulo $6\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$, calcular su energía cinética rotacional.

10. El sistema de la Figura 7 está formado por dos bloques de masas $m_1 = 5\,\mathrm{kg}$ y $m_2 = 0,3\,\mathrm{kg}$ unidos por una cuerda ideal que pasa por el borde de una polea de radio $R = 0,3\,\mathrm{cm}$, cuyo momento de inercia es $I = 2\,\mathrm{kg\,m^2}$ y que rota alrededor de su eje sin roce. Entre el bloque 1 y el plano inclinado, el coeficiente de roce cinético es $\mu_k = 0,2$ y entre el plano horizontal y el bloque 2 no hay roce. El ángulo β mide $\frac{\pi}{6}$. Inicialmente, el sistema se encuentra en reposo y se suelta, moviéndose como se indica en la figura. a) Escribir las ecuaciones de movimiento para ambos bloques y para la polea y, a partir de ellas, determinar el módulo de aceleración, que es el mismo para ambos bloques y los módulos de las tensiones en ambas secciones de cuerda. b) Cuando los bloques alcanzan una velocidad de módulo $v = 0,6\,\mathrm{m/s}$, calcular el momento angular de la polea con respecto a su centro de masa y su energía de rotación.

11. Se construye un yo-yo elemental enroscando una cuerda ideal alrededor de un disco uniforme de radio $R = 8\,\mathrm{cm}$ y masa $M = 180\,\mathrm{g}$. El disco se deja caer desde el reposo, con la cuerda vertical y la parte superior de la misma atada en una barra fija, como se muestra en la Figura 8. La cuerda no desliza sobre el borde del disco. a) Escribir las ecuaciones para la traslación y para la rotación del disco y, a partir de ellas, determinar la tensión de la cuerda, la aceleración angular y la aceleración del centro de masa del disco. b) Calcular, utilizando la aceleración calculada en el punto anterior, la velocidad del centro de masa cuando el disco ha caído una distancia $h = 10\,\mathrm{cm}$ con respecto a su posición inicial. c) Reobtener el resultado del inciso b) utilizando conceptos energéticos.

12. Una bola maciza homogénea de radio $R = 4,7\,\mathrm{cm}$ sube, rodando sin deslizar, a lo largo de un plano inclinado un ángulo $\pi/6$ con respecto a la horizontal. La velocidad de su centro de masa cuando está en la base del plano inclinado es $5,2\,\mathrm{m/s}$. a) Eligiendo convenientemente un sistema de tres ejes cartesianos, especificar el sentido de su vector velocidad angular y el de su vector aceleración angular; b) hacer un

esquema de todas las fuerzas que actúan sobre la bola mientras dura su ascenso (tener en cuenta el sentido del vector aceleración angular para determinar el sentido de la fuerza de roce); c) calcular el vector aceleración del centro de masa y el vector aceleración angular; d) Â¿a qué altura por encima de la base está el centro de masa de la esfera cuando la misma se detiene?

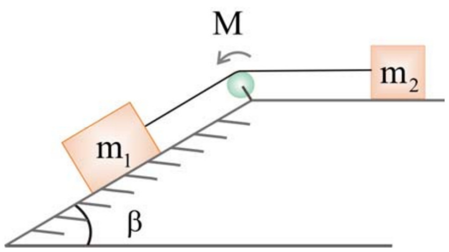

Figura 7. Problema 10

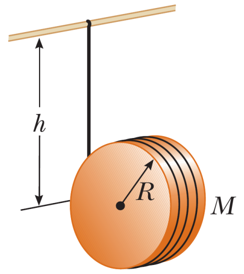

Figura 8. Problema 11

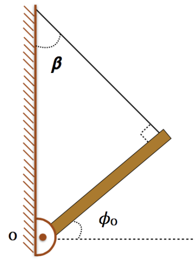

Figura 9. Problema 14

Para verificar que se adquirieron los conocimientos

13. a) Calcular la posición del centro de masa de una varilla homogénea de longitud L y área transversal despreciable. b) Calcular su momento de inercia con respecto a un eje perpendicular a la varilla que pasa por su centro de masa y con respecto a un eje perpendicular que pasa por uno de sus extremos.

14. Una barra homogénea de longitud $L = 4\,m$ y masa $M = 50\,kg$ está sujeta a una pared mediante una articulación sin rozamiento de masa despreciable (en el punto O) y una cuerda inextensible de masa despreciable sujeta en su extremo (ver Figura 9). Los ángulos en la Figura miden: $\phi_0 = 30°$ y $\beta = 30°$.

    a) Dibujar las fuerzas que actúan sobre la barra y expresar las ecuaciones que deben satisfacerse con respecto al punto O para que la misma esté en equilibrio. b) Determinar las componentes horizontal y vertical de la fuerza que la pared ejerce sobre la barra en el punto O y la tensión de la cuerda.

    En cierto momento se corta la cuerda. Determinar: c) la aceleración angular de la barra justo en el momento en que se corta la cuerda; d) la velocidad angular de la barra, así como la velocidad tangencial y la aceleración de su centro de masa, cuando la barra llega a la posición vertical (utilice consideraciones energéticas para resolver este ítem).

15. Una escalera de dos hojas, cada una de masa m y longitud l, está apoyada sobre una superficie rugosa, de modo tal que el ángulo entre ambas hojas es α. a) Probar que, si el coeficiente de roce estático entre el piso y la escalera es $\mu_s = 0,8$, el máximo ángulo que puede abrirse la escalera sin que deslice es $\alpha_{crit} = 116°$. b) Un hombre de masa M sube por una de las hojas de la escalera, deteniéndose en el punto medio. Calcular la fuerza de rozamiento existente entre el piso y cada una de las hojas una vez que el hombre se ha detenido, y determinar la fuerza que ejerce una de las hojas sobre la otra. c) Si $m = 10\,\text{kg}$ y $M = 80\,\text{kg}$, ¿cuál es, ahora, el máximo ángulo que puede abrirse la escalera?

16. Dos bolas iguales de masas $M_b = 6\,\text{kg}$ y $R = 20\,\text{cm}$ de radio están montadas como se indica en la Figura 10, y pueden deslizar a lo largo de una varilla delgada de masa $M_v = 3\,\text{kg}$ y longitud $L = 2\,\text{m}$. La varilla tiene topes en sus extremos, que impiden a las bolas abandonar la barra por esos puntos.

    Inicialmente, los centros de las bolas se encuentran fijos a $0,5\,\text{m}$ del eje de giro y el conjunto gira libremente con una velocidad angular de $120\,r\text{pm}$ alrededor de un eje vertical que pasa por el centro del sistema bolas+barra. Se sueltan las bolas y las mismas deslizan por la barra hacia los extremos de la misma.

    a) ¿Cuál es el torque neto de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema?

    b) ¿Cuál es la velocidad angular de rotación cuando los centros de las bolas alcanzan los extremos de la varilla?

    c) Hallar el cambio de la energía cinética del sistema entre ambas situaciones.

    Recordar que el momento angular de la varilla con respecto al eje dado es $I_v = \frac{1}{12}\,M_v\,L^2$ y el de cada bola con respecto a un eje que pasa por su CM es $I_b = \frac{2}{5}\,M_b\,R^2$.

17. La Figura 11 muestra una vista transversal de una polea compuesta, que gira sin roce alrededor de un eje fijo perpendicular a la página. Este eje atraviesa la polea por su centro de masa, O. La polea compuesta

está formada por dos cilindros concéntricos, de radios $r_1 = 0,5\,\mathrm{m}$ y $r_2 = 0,2\,\mathrm{m}$. El momento de inercia de la polea compuesta con respecto a O es $I_O = 1,70\,\mathrm{kg\,m^2}$. Un cuerpo de masa $m_1 = 2\,\mathrm{kg}$, unido a una cuerda enrollada en el borde externo a la polea, es decir a una distancia r_1 de O, baja. Otro cuerpo, de masa $m_2 = 1,8\,\mathrm{kg}$, está unido a una segunda cuerda, enrollada a una distancia r_2 de O. Este segundo cuerpo sube. Las cuerdas se enrollan y desenrollan sin deslizar. a) Encontrar la aceleración angular de la polea y la aceleración de cada uno de los cuerpos. b) Calcular las tensiones de las dos cuerdas. c) Si, inicialmente, todo el sistema estaba en reposo, determinar su energía cinética cuando el bloque 1 ha descendido 3 m.

18. Una esfera sólida de masa m y radio r rueda sin deslizar a lo largo de la pista que se muestra en la Figura 12. Inicialmente, está en reposo con su punto inferior a una altura h por encima de la base del bucle, que tiene radio R, mucho mayor que r. a) ¿Cuál es el mínimo valor que debe tener h para que la esfera pueda completar su recorrido por el interior del bucle? Comparar con el resultado obtenido en el problema 10 del trabajo práctico 6. b) ¿cuáles son las componentes de las fuerzas que actúan sobre la esfera en el punto P si $h = 3R$?

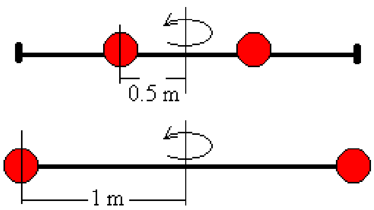

Figura 10. Problema 16

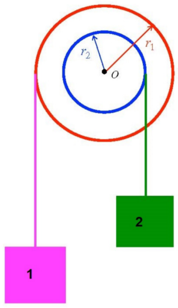

Figura 11. Problema 17

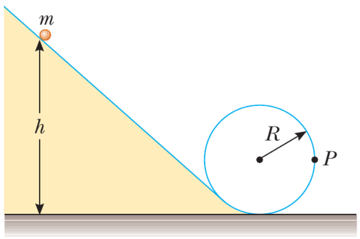

Figura 12. Problema 18