

Computación – Curso 2024



Sistemas posicionales

Prof. Jorge M. Runco

Lic. en Física Medica

Lic. en Física

Sistemas de numeración

- Un sistema de numeración es un conjunto de símbolos y reglas, que nos permiten construir todos los números válidos para el sistema.
- Los sistemas de numeración se clasifican en: posicionales y no posicionales.
- En los sistemas posicionales: un número depende no sólo del símbolo utilizado sino también de la posición que ocupa dentro del número.

Sistemas posicionales

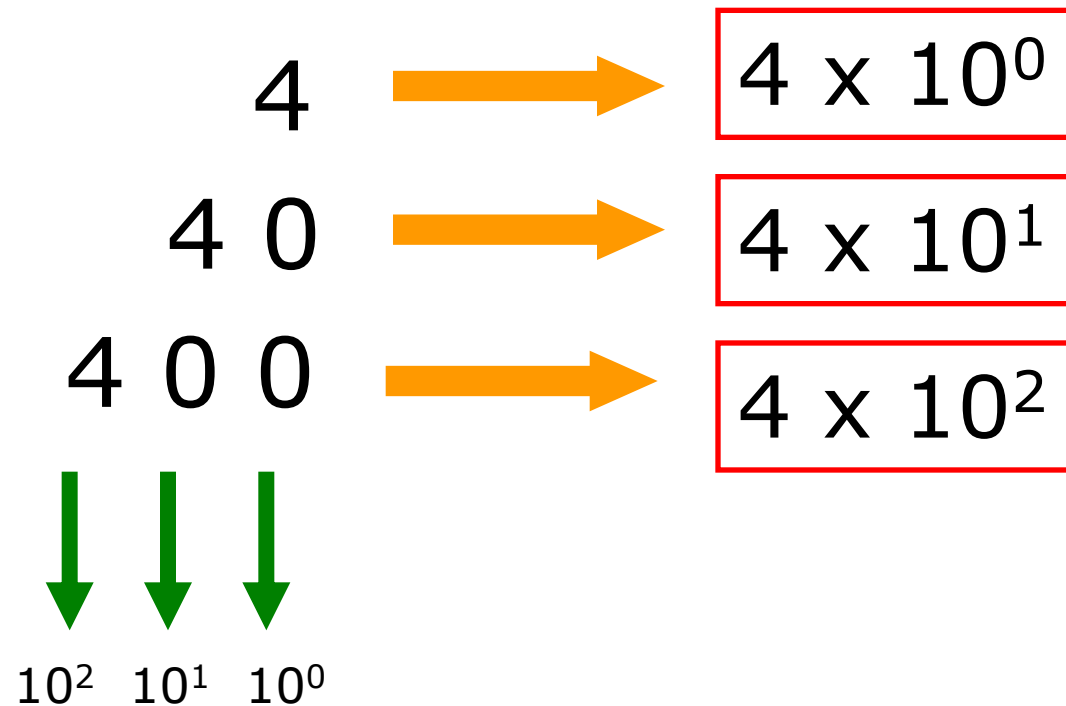
- Si el sistema posicional tiene *base* b , quiere decir que hay sólo b símbolos distintos para formar todos los números del sistema.
- Ejemplos
 - Base 10: hay 10 símbolos distintos 0...9
 - Base 2: hay 2 símbolos distintos 0 y 1.
 - Base 8: hay 8 símbolos distintos 0...7
- Cualquier número escrito en base 2, sólo puede tener 1 (unos) y 0 (ceros). (No aparecen 2...9)
- Cualquier número escrito en base 8, sólo puede tener símbolos 0....7. (No aparecen 8 y 9).

Sistema posicional: ejemplo (1)

- Supongamos trabajar en base 10.
 - Escribamos el número cuatro: 4
 - Escribamos el número cuarenta: 40
 - Escribamos el número cuatrocientos: 400
- Cada nuevo número es escrito con el mismo símbolo (4) desplazado a la izquierda ocupando una posición distinta:
 - Unidad
 - Decena
 - Centena

Sistema posicional: ejemplo (2)

- Lo mismo podemos escribirlo de la siguiente manera:



Sistema posicional: ejemplo (3)

- En general: $\text{dígito} \times (\text{base})^{\text{posición del dígito}}$
- En general podemos decir que en un sistema posicional cada número se genera usando los distintos dígitos de la base y cada uno de ellos resulta multiplicado por una potencia de la base, de acuerdo a la posición que ocupan.
- $1895 = 1 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 5 \times 10^0 = 1000 + 800 + 90 + 5 = 1895$

¿Cuántos números podemos escribir?

- En base 10:
- 1 dígito \Rightarrow 0....9 \Rightarrow $10^1=10$ números
- 2 dígitos \Rightarrow 0...99 \Rightarrow $10^2=100$ "
- 3 dígitos \Rightarrow 0...999 \Rightarrow $10^3=1000$ "
- En general: la *cantidad de números distintos* = $(base)^{cantidad\ de\ dígitos}$
- Recordar: siempre. Para cualquier base.

¿Cómo se generan los distintos números? (Base 10)

- Comenzamos con un dígito, desde el 0....9, el siguiente número se genera agregando un dígito a la izquierda 1 (es el que sigue al anterior) y repetimos la columna de la derecha de 0....9.
- Cuando llegamos al final 19, aumentamos en 1 la columna de la izquierda y comenzamos otra vez, 20.....29.
- Cuando llegamos al último número (99), agregamos otra columna a la izquierda y repetimos el proceso.

0	10	20	90	100
1	11	21	91	
2	12	22	92	
3	13	23	93	
4	14	24	94	
5	15	25	95	
6	16	26	96	
7	17	27	97	
8	18	28	98	
9	19	29	99	

Sistema binario – Base 2

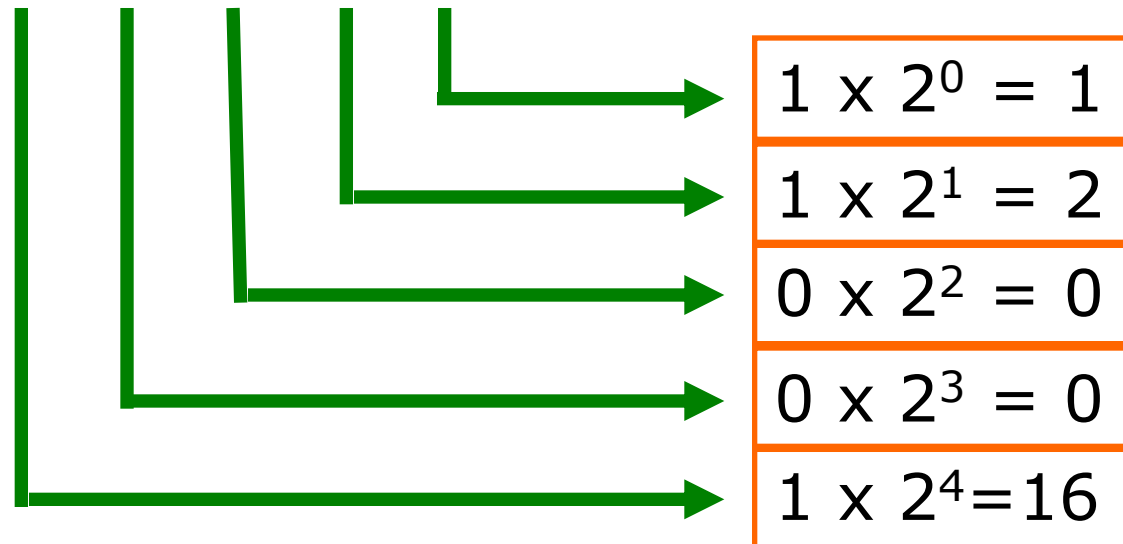
- Veamos estas ideas pero para base=2.
- Hay sólo 2 símbolos distintos: 0 y 1.
- Cada uno de estos símbolos ó dígitos binarios se llama *bit*.
- Cualquier número estará formado por unos (1) y ceros (0). No hay otro símbolo.
- Números distintos = $(2)^{\text{cantidad de dígitos}}$
- Aquí las posiciones también son potencias de la base, pero ahora la base es 2.



Ejemplo en base 2

- Dado el número 10011_2 ¿qué número en base 10 representa?

Base

1 0 0 1 1



-
- Hicimos lo mismo que en base 10, multiplicamos cada dígito (0,1) por una potencia de la base (2) que depende de la posición del dígito.
 - Finalmente el número equivalente en base 10 será:
 - $16+0+0+2+1 = 19_{10}$ 
 - 10011_2  19_{10} son números equivalentes escritos en distinta base.

Generalizando

- El resultado recién alcanzado, se expresa en forma general:

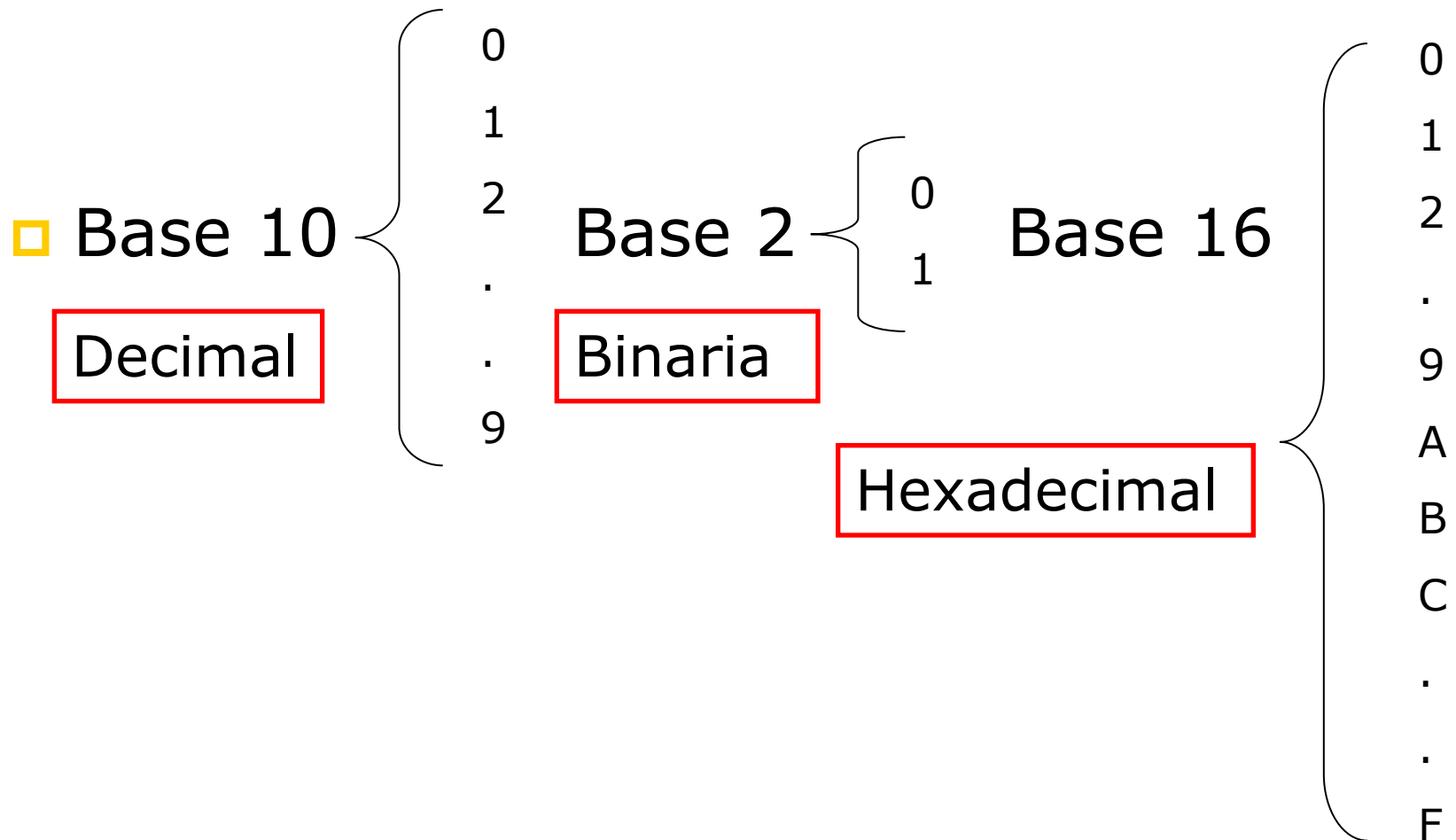
$$N_{10} = \sum_{i=-m}^{i=n} d_i \times b^i = d_{-m} \times b^{-m} + d_{-m+1} \times b^{-m+1} + \dots + d_0 \times b^0 + d_1 \times b^1 + d_2 \times b^2 + \dots + d_n \times b^n$$

- Se conoce como el *Teorema fundamental de la numeración*. N siempre quedará expresado en base 10, independientemente de la base b utilizada en el lado derecho de la igualdad.

Base mayor que 10 (Ej. 16)

- ❑ La base nos dice la cantidad de dígitos distintos que debe tener el sistema.
- ❑ Si $b=16$, los símbolos serán $0,1,2,...,9$ hay 10 símbolos distintos. El símbolo que sigue al 9 no puede ser el 10 porque está formado por el 1 y 0 que ya fueron usados.
- ❑ Usamos letras A, B, C, D, E y F. Hasta la F porque ya tenemos los 16 símbolos distintos. $A_{16}=10_{10}$ $B_{16}=11_{10}$ $F_{16}=15_{10}$.

Resumiendo

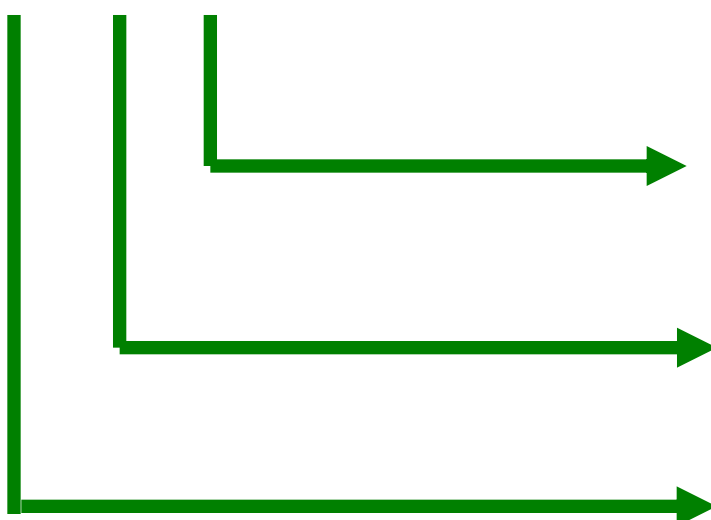


Ejemplo en base 16

- Dado el número A3F₁₆ ¿qué número en base 10 representa?



Base

□ A 3 F


$$F \times (16)^0 = 15 \times 1 = 15$$

$$3 \times (16)^1 = 3 \times 16 = 48$$

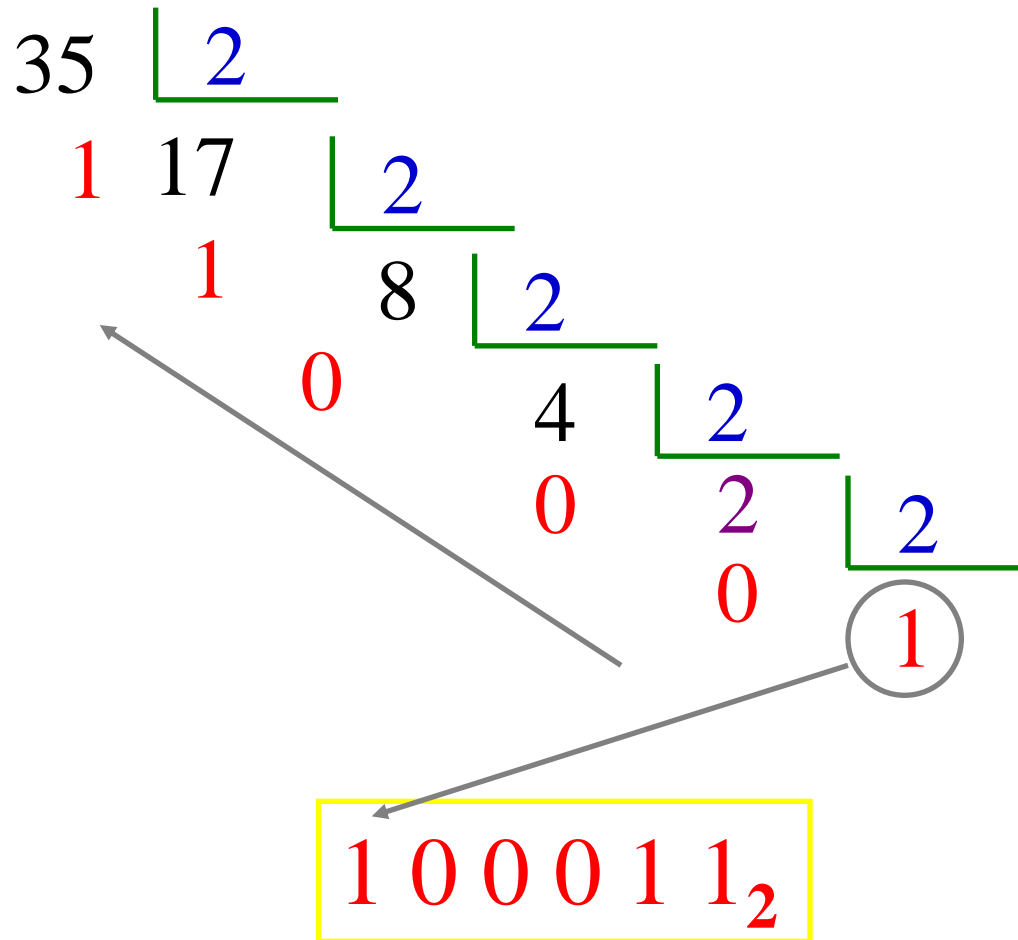
$$A \times (16)^2 = 10 \times 256 = 2560$$

-
- Hicimos lo mismo que en base 10, multiplicamos cada dígito (0,1,2....F) por una potencia de la base (16) que depende de la posición del dígito.
 - Finalmente el número equivalente en base 10 será:
 - $15+48+2560 = 2623_{10}$ 
 - $A3F_{16}$  2623_{10} son números equivalentes escritos en distinta base.

Cambio de base

- Para pasar un número de base 10 a cualquier otra base:
 1. Dividir el número decimal por la nueva base. Guardar cociente y resto.
 2. Tomar el cociente anterior y repetir el paso 1 hasta que el cociente sea menor que la base.
 3. Escribir (concatenar) el último cociente y los restos empezando por el último.

Ej. $35_{10} \longrightarrow ?_2$



$$\text{Ej. } 35_{10} \longrightarrow ?_{16}$$

$$29_{10} \longrightarrow ?_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 35 & 16 \\ \hline 03 & 2 \end{array}$$

$$23_{16}$$

$$\begin{array}{r|l} 29 & 16 \\ \hline 13 & 1 \end{array}$$

$$1D_{16}$$

Por el teorema fundamental de la numeración ,podemos escribir:

$$23_{16} = 2 \times 16^1 + 3 \times 16^0 = 32 + 3 = 35_{10}$$

$$1D_{16} = 1 \times 16^1 + 13 \times 16^0 = 16 + 13 = 29_{10}$$

De base 2 a base 16

- Dado un número en base 2, para pasarlo a base 16 debemos formar “grupos” de 4 bits partiendo de la derecha y luego reemplazando cada grupo por el número hexadecimal correspondiente.


□ Ej.

□
$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \underbrace{\hspace{1.5em}} & \underbrace{\hspace{2.5em}} & \underbrace{\hspace{2.5em}} & & & & & & & \\ 3 & A & 6 & & & & & & & \end{array} = 3A6_{16}$$

De base 2 a base 16 ¿Base 8?


- Formamos grupos de 4 bits porque la relación que hay entre las bases es

$$2^4 = 16$$

 Cantidad de bits del grupo

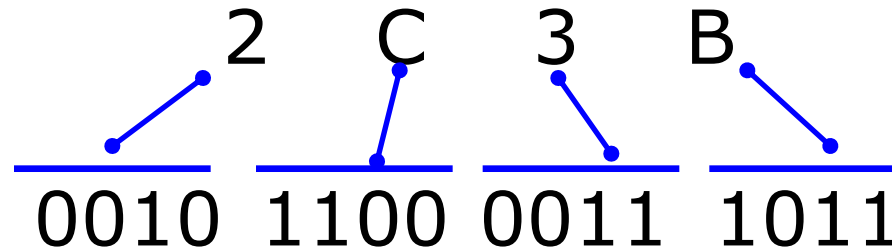
- Si la base es 8 (octal), entonces:

$$2^3 = 8$$

 Cantidad de bits del grupo

De base 16 a base 2

- Dado un número en base 16, para pasarlo a base 2 debemos reemplazar cada dígito hexadecimal por los 4 bits de su número binario equivalente.
- Ej. $2C3B_{16} = ?_2$



DECIMAL	BINARIO	HEXADECIMAL	OCTAL
00	0000	0	00
01	0001	1	01
02	0010	2	02
03	0011	3	03
04	0100	4	04
05	0101	5	05
06	0110	6	06
07	0111	7	07
08	1000	8	10
09	1001	9	11
10	1010	A	12
11	1011	B	13
12	1100	C	14
13	1101	D	15
14	1110	E	16
15	1111	F	17