Maestría en Física Contemporánea
Termodinámica y Mecánica Estadística
2016 Trabajo Práctico 8

Problema 1:
Considere un gas ideal constituido por *N* partículas de masa *m* encerrado en un recipiente de volumen *V* cuya energía está dada por $E = \sum_i p_i^2 / 2m$

a)Use la expresión de Boltzmann para la entropía S(E,V,N) = k_B ln Ω(E,V,N) con k_B = 1.38 10^{-23} J/K y Realice el cálculo explicito del numero de microestados Ω(E,V,N) compatibles con el macroestado dado por (E, V, N) y obtenga S(E, V, N).

$$S(E,V,N) = Nk_B \ln\left(V\left[\frac{4®E}{3N\hbar^2} \right]^{3/2} \right) + \frac{3Nk}{2}$$

b) Considere el gas encerrado en un recipiente de volumen V con una partición, de modo que se tienen dos volúmenes V1 y V2 que contienen gaces idénticos, a la misma presión y temperatura.
c) Usando la expresión obtenida S(E, V, N) para la entropía de un gas ideal, calcule la entropía del gas antes S1 (E_1, V_1, N_1) +S_2 (E_2, V_2, N_2) y después de remover la partición S(E, V, N). Analice si el incremento de entropía obtenido ΔS en correcto para el caso de dos gases idénticos. Analice la homegeneidad de S.
d) Realice la corrección por indistinguibilidad dividiendo por N!. Vuelva a calcular S y verifique que ahora ΔS=0 para gases idénticos.

Ayuda 1: El volumen de una esfera en un espacio de dimensión n está dado por $V_n(R) = \frac{®^{n/2}}{(n/2)!} R^n$

Ayuda 2: la formula de Stirling $\ln N! = N \ln N - N$

Problema 2: Use el método variacional de los multiplicadores de Lagrange y la definición mas general de la entropía de Gibbs S = < k_B ln (1/cρ)> con el vínculo dados por la normalización $\int dX°(X) = 1$ y demuestre que la densidad de probabilidad para un sistema aislado es constante.

Problema 3: (optativo): Use el método variacional de los multiplicadores de Lagrange y la definición mas general de la entropía de Gibbs S = < k_B ln (1/cρ)> con los vínculos dados por la normalización $\int dX°(X) = 1$ y la energía media $\int dX\,°(X)E(X) = \langle E \rangle$ para demostrar que la densidad de probabilidad de un sistema cerrado en contacto con un foco de calor está dado por

$$°(X,T) = \frac{1}{cZ(T)} e^{-\frac{E(X)}{k_B T}}$$

$$Z(T) = \frac{1}{c}\int e^{-\frac{E(X)}{k_B T}} dX$$

Donde Z(T) se denomina función de partición canónica.

b) Obtenga la función de partición de un gas ideal. Obtenga el potencial de Helmholtz (*F=-k_BTln(Z)*), la energía media, y la capacidad calorífica a Cv
Problema 4: Un oscilador armónico unidimensional tiene niveles de energía dados por $£ = (n+1/2)\hbar µ$ donde ω es la frecuencia angular característica del oscilador y el numero cuántico n

pude tomar los posibles valores enteros $n = 0,1,2,\ldots$ Suponga que este oscilador está en contacto con un foco calorífico a la temperatura T suficientemente baja tal que $k_B T / \hbar\mu << 1$.

a) Encuentre la razón entre la probabilidad de que el oscilador esté en el primer estado excitado a que esté en el estado fundamental.
b) Suponiendo que únicamente los dos estados de energía más baja están apreciablemente ocupados, halle la energía media del oscilador como función de T.

Problema 5: (Análisis de la validez de la aproximación clásica). Sea *R* la separación media entre moléculas en un dado gas y *p* el momento lineal medio de una molécula. Si la separación media entre moléculas es mucho mayor que la longitud de onda de Broglie $R >> h/p$ (*) el movimiento de las moléculas puede ser descripto cuánticamente por el movimiento de paquetes de onda de partículas individuales que se mueven independientemente en forma semi-clásica. En el caso contrario $R << h/p$ el estado del gas completo se describe mediante una única función de onda. a) Muestre que la condición *, puede escribirse como $\left(\frac{N}{V}\right)^{1/3} >> \frac{h}{\sqrt{3mk_B T}}$ (**).

a) Evalué la expresión ** para Helio gaseoso a temperaturas y presiones ambientales y para los electrones de conducción de un metal (suponga 1 electrón libre por átomo). Decida si es válida la aproximación semi-clásica en estos casos.