Análisis de Señales Curso 2019

Trabajo Práctico Nº9
Introducción a las señales aleatorias

1. Determine cuál de las siguientes funciones tiene las propiedades de una función de autocorrelación:

   a. $R_{xx}(\tau) = \begin{cases} 1 & |\tau| < 1 \\ 0 & |\tau| > 1 \end{cases}$

   b. $R_{xx}(\tau) = \delta(\tau) + sen(\omega_0 \cdot \tau)$

   c. $\mathrm{R_{xx}}(\tau) = \mathrm{e}^{-|\tau|}$

   d. $\mathrm{R_{xx}}(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau| & |\tau| < 1 \\ 0 & |\tau| > 1 \end{cases}$

2. Determine cuál de las siguientes funciones tiene las propiedades de una densidad espectral de potencia:

   a. $\mathrm{S_{xx}}(\omega) = \delta(\omega) + \cos^2(\omega)$

   b. $\mathrm{S_{xx}}(\omega) = 10 + \delta(\omega - 20 \cdot \pi)$

   c. $\mathrm{S_{xx}}(\omega) = \mathrm{e}^{-\omega - 20 \cdot \pi}$

   d. $\mathrm{S_{xx}}(\omega) = \mathrm{e}^{-(\omega - 20 \cdot \pi)^2}$

3. La densidad espectral de potencia de un proceso estocástico x(t) viene dada por:

$$G_{xx}(\omega) = 10^{-6} \cdot \omega^2$$

   a. Determine la potencia de x(t) contenida en la banda de frecuencias de 0 a 5.10^3 rad/seg.
   b. Determine la potencia de x(t) contenida en la banda de frecuencias de 5.10^3 a 6.10^3 rad/seg.

4. Determine la función de autocorrelación de un proceso estocástico cuya densidad espectral de potencia viene dada por la expresión:

$$S_{xx}(\omega) = e^{-2|w|} + 0.7 \cdot \pi \cdot \delta(\omega) + 1.2 \cdot \pi \cdot \delta(\omega - \omega_0) + 1.2 \cdot \pi \cdot \delta(\omega + \omega_0)$$

5. Un proceso estocástico tiene una densidad espectral de potencia $G_{xx}(\omega)$. Hallar la densidad espectral de potencia de otro proceso estocástico:

$$y(t)= x(t) - x(t - T).$$

6. Un ruido blanco con densidad espectral de potencia No/2 entra a un filtro pasa bajos ideal con frecuencia de corte B_w (Hz).
   a. Calcule la potencia a la salida del filtro.

   b. Calcule la función de autocorrelación del ruido a la salida del filtro.

Trabajo Práctico Nº9
Introducción a las señales aleatorias

7. Un proceso estocástico estacionario tiene una función de autocorrelación dada por:

$$R_{xx}(\tau) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|\tau|}{T} & |\tau| < T \\ 0 & |\tau| > T \end{cases}$$

   a. Calcule y dibuje la densidad espectral de potencia de x(t)
   b. Calcule la función de autocorrelación de:

$$y(t) = x(t) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$$

   ¿Es y(t) estacionario?

8. Un ruido x(t) blanco, de media nula y densidad espectral de potencia No/2 es filtrado por un sistema lineal invariante en el tiempo de respuesta al impulso h(t). Calcule la potencia del ruido a la salida cuando:

   a. $h(t) = \frac{sen(2 \cdot \pi \cdot B \cdot t)}{\pi \cdot t}$

   b. $h(t) = \frac{2 \cdot sen(2 \cdot \pi \cdot B \cdot t)}{\pi \cdot t} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$

9. Un ruido blanco de media nula y densidad espectral de potencia:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{N_0}{2}$$

   Entra a un sistema lineal invariante en el tiempo de respuesta al impulso:

$$h(t) = e^{-t} \cdot u(t)$$

   Para producir una salida y(t).

   a. Calcule $S_{yy}(\omega)$, la densidad espectral de potencia de y(t).
   b. Calcule $R_{yy}(\tau)$, la función de autocorrelación de y(t).

10. Sea el proceso aleatorio:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \theta)$$

   Estacionario en sentido amplio. Supongamos que A y ω_0 son constantes y θ es una variable aleatoria uniformemente distribuida en el intervalo $(0; 2\pi)$.
   Calcular:
   a. El valor medio.
   b. La función de autocorrelación.

11. Dada la función de autocorrelación:

$$R_{xx}(\tau) = 25 + \frac{4}{1 + 6 \cdot \tau^2}$$

   Encontrar el valor medio y la varianza de x (t).

Trabajo Práctico Nº9
Introducción a las señales aleatorias

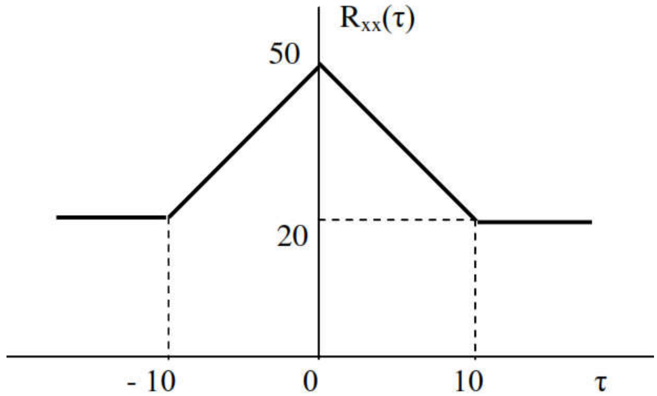
12. Sean dos procesos aleatorios X(t) y Y(t) definidos por:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + B \cdot sen(\omega_0 \cdot t)$$

$$y(t) = B \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - A \cdot sen(\omega_0 \cdot t)$$

Donde A y B son variables aleatorias y ω_o es una constante. Además X(t) e Y(t) son estacionarios en sentido amplio, A y B son no correlacionados y de valor medio nulo. Calcular R_{xy}. Conclusiones.

13. Para el proceso aleatorio que tiene como función de autocorrelación la mostrada en la figura inferior, encontrar: E[x(t)]; E[$x^2(t)$] y σ^2_x



14. Un proceso aleatorio Y(t) = X(t) – X(t+τ) es definido en términos del proceso X(t) que es estacionario en sentido amplio.

    a. Muestre que el valor medio de Y(t) es nulo aún si X(t) tiene valor medio no nulo.
    b. Muestre que $\sigma_y^2 = 2\,[\,R_{xx}(0) - R_{xx}(\tau)\,]$