Análisis de Señales — Curso 2019

Trabajo Práctico Nº5
Transformada de Laplace

1. Calcule la Transformada de Laplace y dibuje la ROC de las siguientes funciones:

    a. $x(t) = e^{-8\cdot t} \cdot u(t)$
    b. $x(t) = e^{3\cdot t}\cos(20 \cdot \pi \cdot t) \cdot u(-t)$
    c. $x(t) = e^{2\cdot t} \cdot u(-t) - e^{-5\cdot t} \cdot u(t)$

2. Calcule la Transformada de Laplace de:

    a. $x(t) = t \cdot u(t)$
    b. $x(t) = u(t)$
    c. $x(t) = t \cdot e^{t} \cdot u(t)$

3. Mediante la propiedad de desplazamiento en el tiempo, determine la Transformada de Laplace de las siguientes señales:

    a. $x(t) = u(t) - u(t-1)$
    b. $x(t) = 3 \cdot e^{-3\cdot(t-2)} \cdot u(t-2)$
    c. $x(t) = 3 \cdot e^{-3\cdot t} \cdot u(t-2)$
    d. $x(t) = 5 \cdot sen(\pi \cdot (t-1)) \cdot u(t-1)$

4. Utilizando la propiedad de diferenciación en el tiempo, determine la Transformada de Laplace de las siguientes señales:

    a. $x(t) = \frac{\partial(e^{-10\cdot t} \cdot u(t))}{\partial t}$

    b. $x(t) = \frac{\partial(4 \cdot sen(10 \cdot \pi \cdot t) \cdot u(t))}{\partial t}$

    c. $x(t) = \frac{\partial(10 \cdot cos(15 \cdot \pi \cdot t) \cdot u(t))}{\partial t}$

5. Utilice los teoremas del valor inicial y del valor final, para determinar los valores inicial y final (si es posible) de las señales con las siguientes Transformadas de Laplace:

    a) $X(s) = \frac{10}{s+8}$
    b) $X(s) = \frac{s+3}{(s+3)^2+4}$
    c) $X(s) = \frac{s}{s^2+4}$
    d) $X(s) = \frac{10\cdot s}{s^2+10\cdot s+300}$
    e) $X(s) = \frac{s}{s\cdot(s+20)}$
    f) $X(s) = \frac{8}{s^2\cdot(s+20)}$

6. Determine la Transformada de Laplace Inversa de las siguientes funciones:

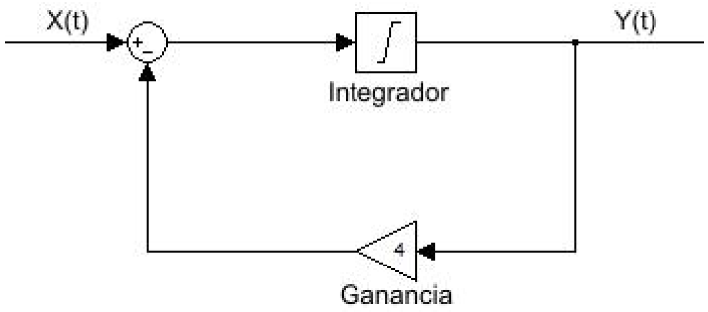
    a. $X(s) = \frac{24}{s\cdot(s+8)}$
    b. $X(s) = \frac{20}{s^2+4\cdot s+3}$
    c. $X(s) = \frac{5}{s^2+6\cdot s+73}$
    d. $X(s) = \frac{10}{s\cdot(s^2+6\cdot s+73)}$

Trabajo Práctico Nº5
Transformada de Laplace

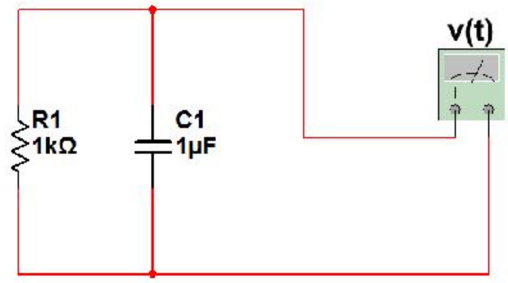
7. Use la Transformada de Laplace para resolver las siguientes ecuaciones diferenciales para t>0:
   a. $x'(t) + 10 \cdot x(t) = u(t)$ $\qquad x(0) = 1$
   b. $x'(t) + 2 \cdot x(t) = sen(2 \cdot \pi \cdot t) \cdot u(t)$ $\qquad x(0) = -4$
   c. $x''(t) - 2 \cdot x'(t) + 4 \cdot x(t) = u(t)$ $\qquad x(0) = 0 \quad x'(0)=4$

8. Escriba las ecuaciones diferenciales que describen a los siguientes sistemas, además encuentre y dibuje las respuestas indicadas:

   a. x (t)=u(t), y(t) es la respuesta, y(0)=0.



   b. v(t) es la respuesta, v(0)=10 V.



9. Determine las respuestas y(t) de los sistemas h(t) ante las excitaciones x(t) correspondientes:

   a. $h(t) = e^{-5 \cdot t} \cdot u(t) \quad con \quad x(t) = 3 \cdot e^{-7 \cdot t} \cdot u(t) - 12 \cdot e^{4 \cdot t} \cdot u(-t)$

   b. $h(t) = tri(t) \quad con \quad x(t) = e^{-t} \cdot u(t)$

10. Un sistema LTI continuo está descrito por la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = x(t)$$

   a. Encuentre la función de transferencia H(s). Ubique los polos y ceros de H(s) en el plano S.
   b. Determine h(t) para cada uno de los siguientes casos:
      I. El sistema es estable.
      II. El sistema es causal.
      III. El sistema no es ni causal ni estable.

Trabajo Práctico Nº5
Transformada de Laplace

OCTAVE APLICADO

I. Para verificar los ejercicios del Nº1 al Nº4 se puede utilizar la función `laplace`. Por ejemplo, para el ejercicio Nº1.a. podemos escribir en el editor del software:

```
%TP5 transformada de Laplace del EjN°1a
syms t;
expresion=laplace(exp(-8*t).*heaviside(t));
disp(expresion);
```

Cabe indicar que dicha función no determina la región de convergencia en el plano complejo S.

II. Para verificar o determinar la transformada inversa de Laplace, desde el ejercicio Nº6 al Nº9, tenemos dos funciones disponibles: `residue` e `ilaplace`.

- Función `residue`: En este caso utilizamos la expansión en fracciones parciales en el ejercicio Nº6a.

$$X(s) = \frac{24}{s \cdot (s+8)} = \frac{a}{s} + \frac{b}{(s+8)}$$

Los valores de las variables a y b que son los residuos de sus respectivos polos se obtienen utilizando la función residue:

```
%TP5 transformada inversa de Laplace del EjN°6a
%Num y Den son los coeficientes del numerador y del
denominador en potencias descendentes de s.
Num = [24];
Den = [1 8 0];
[r,p,k] = residue(Num,Den)
%Los residuos son devueltos en la columna r y los
polos en la columna p.
```

El residuo del polo cero (a) vale 3 y el residuo del polo -8 (b) val -3. Reemplazando en la expresión anterior se obtiene:

$$X(s) = \frac{a}{s} + \frac{b}{(s+8)} = \frac{3}{s} - \frac{3}{(s+8)}$$

Por tabla podemos determinar la función temporal que representa a cada término. El primer término corresponde a una función temporal causal:

$$\frac{3}{s} \rightarrow 3u(t)$$

El segundo término corresponde a una función temporal unilateral (causal):

$$\frac{3}{(s+8)} \rightarrow 3e^{-8t}u(t)$$

Entonces la expresión temporal unilateral (causal) es:

$$x(t) = 3u(t) - 3e^{-8t}u(t)$$

- Función `ilaplace:` En este caso aplicamos directamente la expresión X(s) a dicha función.

Trabajo Práctico Nº5

Transformada de Laplace

```
%crea variable simbólica
syms s
F = 24/(s^2+8*s);
functemp=ilaplace(F);
disp(functemp);
```

Y obtenemos la función temporal 3 - 3exp(-8t) la cual se considera unilateral (causal), por lo tanto, se multiplica por escalón y coincide con:

$$x(t) = 3u(t) - 3e^{-8t}u(t)$$