Práctica 4: Teoremas de conservación, Ondas electromagnéticas

1. Cuando una corriente fluye por un cable se realiza el trabajo y éste se manifiesta calentándolo de acuerdo a la ley de Joule. Calcule la energía por unidad de tiempo entregada al cable utilizando el vector de Poynting.

2. Por un cable grueso de radio a pasa una corriente constante I, distribuida uniformemente sobre su sección transversal. Un hueco en el hilo, de largo $w \ll a$, forma un capacitor de placas paralelas como muestra la Figura 1.

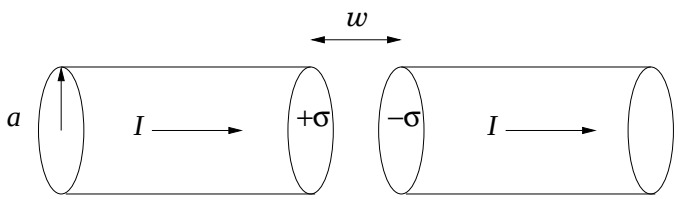

Figura 1

   (a) Encuentre los campos eléctrico y magnético en el hueco en función de la distancia del eje s y del tiempo t. (Suponga que la carga está dada por la función $Q(t) = It$).

   (b) Encuentre la densidad de energía u_{em} y el vector de Poynting $\mathbf{S}$ en el hueco. Observe específicamente la dirección de $\mathbf{S}$. Verifique si se satisface la ecuación

$$\frac{\partial}{\partial t}(u_{mec} + u_{em}) = -\nabla \cdot \mathbf{S}$$

   .

   (c) Determine la energía total en el hueco como función del tiempo. Calcule la potencia total que fluye en el hueco integrando el vector de Poynting sobre una superficie adecuada. Verifique si la entrada de potencia es igual a la velocidad de aumento de energía en el hueco (ver Ecuación (8.9) en el libro de Griffiths – en este caso $W = 0$, porque no hay carga en el hueco). (Integrar sobre un volumen de radio $b < a$ adentro del hueco para evitar lidiar con los campos de borde).

3. Un cable coaxial largo de longitud l consiste en un conductor interno de radio a y de un conductor externo de radio b. Se lo conecta a una pila en una de las extermidades y a una resistencia en la otra (ver Figura 2). El conductor interno tiene una distribución de carga uniforme por unidad de longitud λ y una corriente constante I para la derecha; el conductor externo tiene carga y corriente opuestas. ¿Cuál es el momento electromagnético almacenado en los campos?

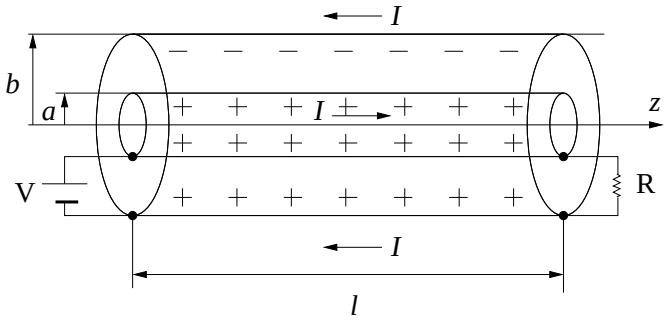

Figura 2

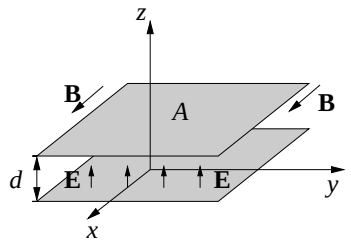

Figura 3

4. Un capacitor de placas paralelas cargado (con campo eléctrico uniforme $\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{z}}$) es colocado en un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{x}}$ como muestra la Figura 3.

   (a) Encuentre el momento electromagnético en el espacio entre las placas.

   (b) Se conecta un cable con resistencia entre las dos placas a lo largo del eje z, de tal forma que el capacitor se descarga lentamente. La corriente a través del cable sufrirá una fuerza magnética; ¿cuál es el impulso total suministrado al sistema durante la descarga?

5. Imagine un solenoide muy largo de radio R con n vueltas por unidad de longitud y corriente I. Coaxiales al solenoide hay dos cáscaras cilíndricas de largo l – una adentro del solenoide y con radio a, tiene carga $+Q$, distribuida uniformemente sobre la superficie; la otra, afuera del solenoide y con radio b, tiene carga $-Q$ (ver Figura 4, l es mucho mayor que b). Cuando la corriente en el solenoide es gradualmente reducida, los cilindros empiezan a rotar. ¿De dónde proviene el momento angular?

6. Escriba los campos eléctrico y magnético (reales) para una onda plana monocromática de amplitud E_0, frecuencia ω y fase inicial cero que está (a) viajando en el sentido de x negativo y polarizada en la dirección z; (b) viajando a partir de la origen para el punto (1,1,1) con polarización paralela al plano xz.

7. La intensidad de la luz del Sol al llegar a la Tierra es aproximadamente 1.300 W/m^2. Si la luz del Sol alcanza a un obsorbente perfecto, ¿que presión va a ejercer? ¿Y

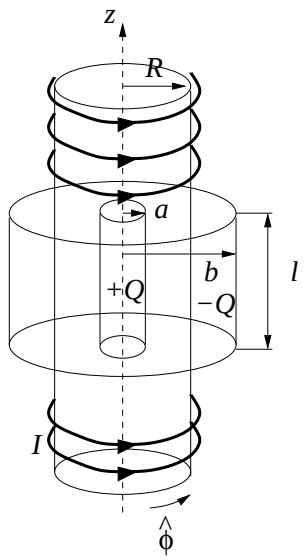

Figura 4

sobre un reflector perfecto? ¿A qué fracción de la presión atmosférica equivale en este último caso?

8. Encuentre todos los elementos del tensor de Maxwell para una onda plana monocromática viajando en la dirección z linealmente polarizada en la dirección x:

$$\mathbf{E}(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \delta)\hat{\mathbf{x}}, \;\; \mathbf{B}(z,t) = \frac{1}{c} E_0 \cos(kz - \omega t + \delta)\hat{\mathbf{y}}$$

¿Tiene sentido su respuesta? (Recuerde que $-\overleftrightarrow{\mathbf{T}}$ representa la densidad de flujo de momento). ¿Cómo se relaciona la densidad de flujo de momento con la densidad de energía en este caso?