



# El núcleo y sus radiaciones

clase 7

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas - UNLP  
Instituto de Física La Plata - CONICET  
Calle 49 y 115 La Plata





# Interacción de la radiación con la materia.

---

El conocimiento de la interacción de la radiación con la materia es de gran importancia, tanto desde un punto de vista básico como aplicado.

Todos los usos tecnológicos e industriales de la radiación están basados en la capacidad de penetración de la misma en la materia y en el depósito de energía en los medios materiales.

Las radiografías son posibles gracias a que los rayos X penetran de manera distinta a los diferentes tejidos.

- En radioterapia se busca depositar energía en los tejidos malignos para eliminarlos.
- Protección radiológica.



## Interacción de la radiación con la materia.

---

Los procesos de interacción entre la radiación y la materia son la base de los dispositivos detectores de radiación.

Determinan la sensibilidad y eficiencia de los sistemas detectores.

Al mismo tiempo, **los procesos de interacción pueden interferir a las medidas experimentales** perturbando a la radiación que deseamos estudiar

(ya sea por porque se desvía a las partículas incidentes de su trayectoria original o bien por ser éstas absorbidas antes de ser detectadas).

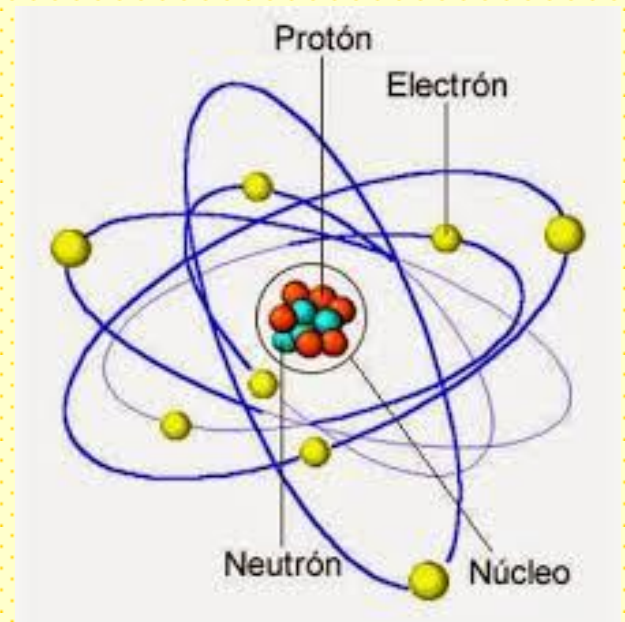


## Interacción de la radiación con la materia.

La radiación "ve" a la materia en términos de sus constituyentes básicos: un agregado de electrones y núcleos.

Que la radiación interactúe (por algún dado proceso) con un núcleo o con un electrón depende de:

- Tipo de radiación
- Energía
- Medio material.



Dado que por cada núcleo hay  $Z$  electrones, las interacciones con los electrones serán muchos más "abundantes" que con los núcleos.



# Interacción de la radiación con la materia.

---

Para la discusión separaremos a la radiación incidente en dos grandes grupos:

**partículas cargadas** y **partículas neutras**.

Cada grupo a su vez puede dividirse en dos.

**Partículas cargadas:** **pesadas** (partículas alfa, protones, deuterones, iones pesados)  
**ligeras** (partículas beta).

**Partículas neutras:** **con masa** (neutrones)  
**sin masa** (radiación gamma y rayos X).



## Interacción de la radiación con la materia.

---

<b>Tipo de radiación</b>	<b>Masa</b>	<b>Carga</b>
Electromagnética (rayos gamma y x)	masa = 0	Con carga eléctrica
Neutrones	Con masa	Sin carga eléctrica
Radiación beta (electrones, positrones)	Con masa	Con carga eléctrica
Partículas pesadas (protones, deuterones, partículas alfa, iones pesados)	Con masa	Con carga eléctrica

Estos cuatro tipos de radiación presentan características marcadamente diferentes en sus formas de interactuar con la materia, y por esta razón es necesario su tratamiento en forma separada.



## Interacción de la radiación con la materia.

---

**Partículas con carga eléctrica:** interactúan en forma directa con el medio material a través de las fuerzas coulombianas. Existe un espesor tal que las frenará totalmente.

**Radiación electromagnética y neutrones:** el alcance de su recorrido en el medio es indefinido ya que cuando estas partículas interactúan son absorbidas o dispersadas del haz en un solo evento.

Estos diferentes tipos de procesos de interacción "permitidos" para cada tipo de partícula permiten entender las características particulares de cada radiación como ser el poder de penetración de cada tipo de radiación en la materia, la dificultad (o facilidad) de detectarla, el riesgo para los organismos vivos, etc.



# Interacción de la radiación con la materia.

---

## Mecanismos Básicos

**Fotones:** interactúan con los electrones del medio mediante tres procesos fundamentales: efecto fotoeléctrico, formación de pares y dispersión Compton.

**Partículas cargadas ( $\alpha$ ,  $\beta^-$ ,  $\beta^+$ ,  $p$ ):** interactúan con la materia entregando su energía en procesos de múltiples etapas, excitando e ionizando los átomos que encuentran en su camino.





# Interacción de la radiación con la materia.

---

## Mecanismos específicos de interacción de las radiaciones

Básicamente, ionización y excitación; ambos efectos se utilizan para la detección.

1- Partículas cargadas ( $\alpha$ ,  $\beta^-$ ,  $\beta^+$ , p): Excitan e ionizan los átomos de la materia en forma **primaria**

2- *Fotones X y  $\gamma$*  : Excitan e ionizan los átomos de la materia en forma **secundaria**

Una parte de la energía incidente se pierde en mecanismos que no llevan a ionización o excitación (calor, vibraciones de red).



# Interacción de la radiación con la materia.

---

Ejemplo: haz de partículas  $\alpha$  incidiendo sobre una lámina de Au. Estas partículas pueden sufrir:

Dispersión elástica con un núcleo vía fuerzas coulombianas

Interactuar electromagnéticamente con un electrón atómico

Absorbidas en una reacción nuclear produciéndose luego partículas de reacción.

(otros procesos también pueden tener lugar).

Cada proceso tendrá una probabilidad de ocurrencia, la cual viene dada por las leyes de la mecánica cuántica.

# Interacción de la radiación con la materia.

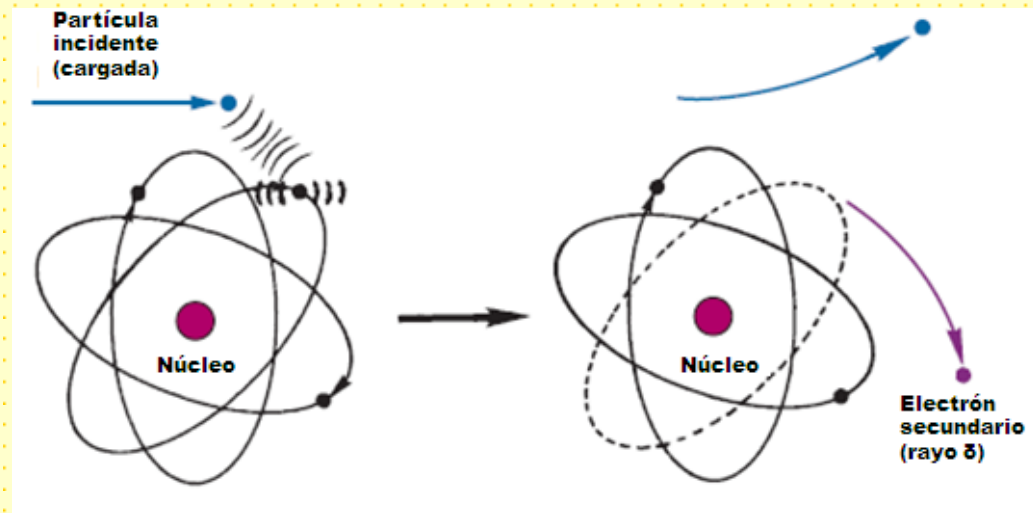
## Ionización

Formación de un par electrón-ion positivo; la carga generada puede colectarse con un campo eléctrico y servir para la detección.



## Excitación

Promoción de un electrón a un estado de mayor energía. Si el «retorno» al estado fundamental se produce con emisión de radiación luminosa, es posible convertir esa emisión en un pulso eléctrico, útil para la detección

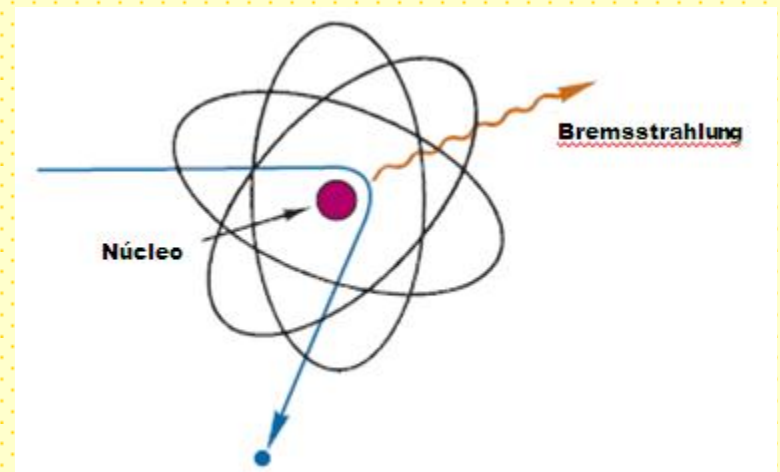


## Interacción de la radiación con la materia.

Un tercer tipo de interacción ocurre cuando la partícula cargada penetra la nube electrónica e interactúa con el núcleo.

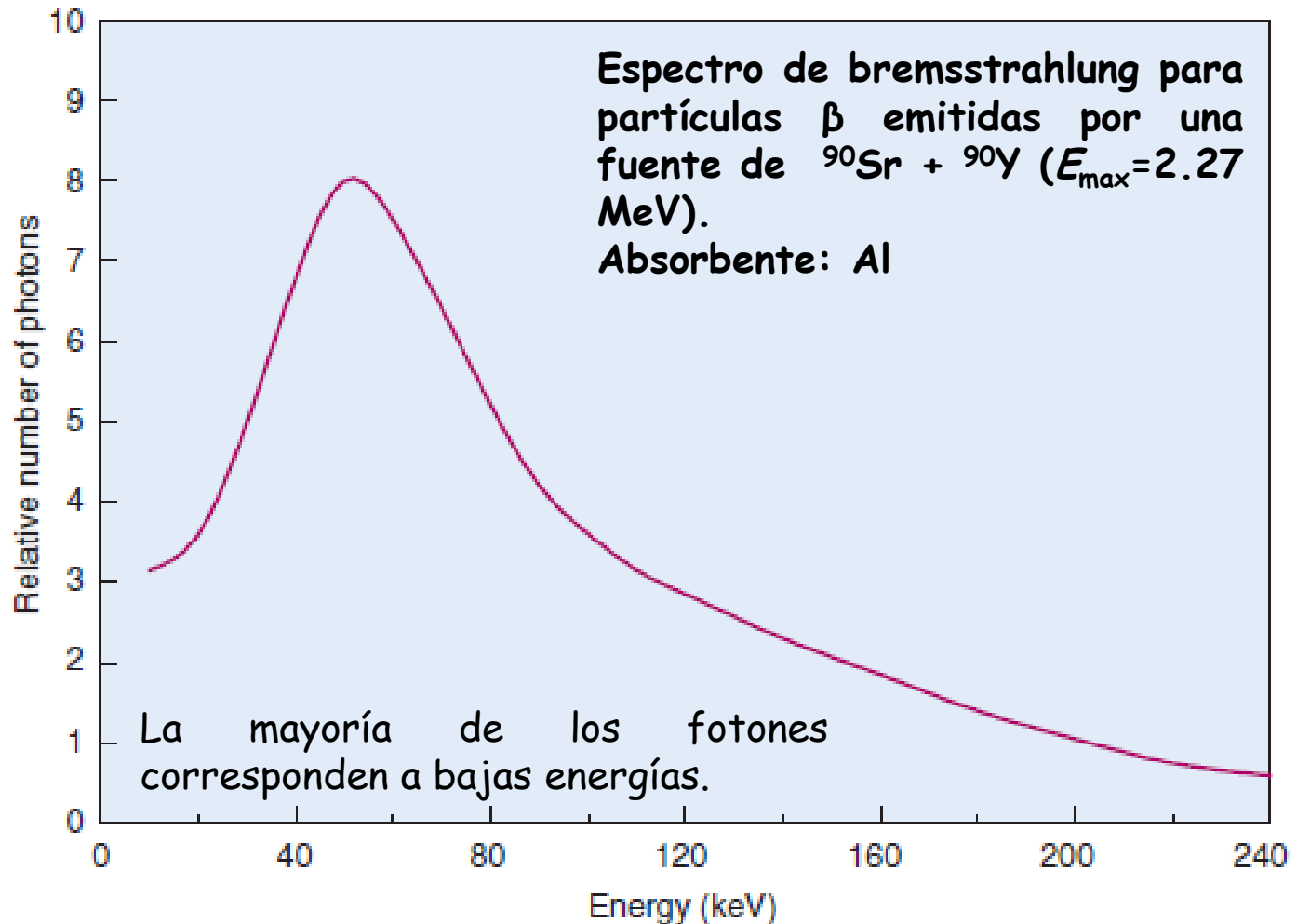
Para una partícula cargada de energía suficientemente alta, como una partícula  $\alpha$  o un protón: esto puede resultar en

- Reacción nuclear
- Más probablemente: desviación por la fuerte fuerza eléctrica.
- Si la partícula es liviana se desacelera rápidamente y pierde energía en la "colisión". Emisión de un fotón, bremsstrahlung (alemán para «radiación de frenado").



La energía del fotón puede ir desde (casi) cero hasta la energía de la partícula incidente, que es totalmente frenada..

## Interacción de la radiación con la materia.





## Interacción de la radiación con la materia.

---

Las partículas cargadas de alta energía, (partículas  $\alpha$ , partículas  $\beta$ ) pierden energía, son frenadas, a medida que atraviesan la materia debido a colisiones con átomos y moléculas.

Como resultado de estos procesos se generan electrones de alta energía, que también son partículas cargadas.

Además, se generan electrones de alta energía cuando los rayos  $\gamma$  y los rayos X interactúan con la materia,.

Se emiten en la conversión interna y en el efecto Auger.

**Por esto, es fundamental el estudio de la interacción de electrones.**



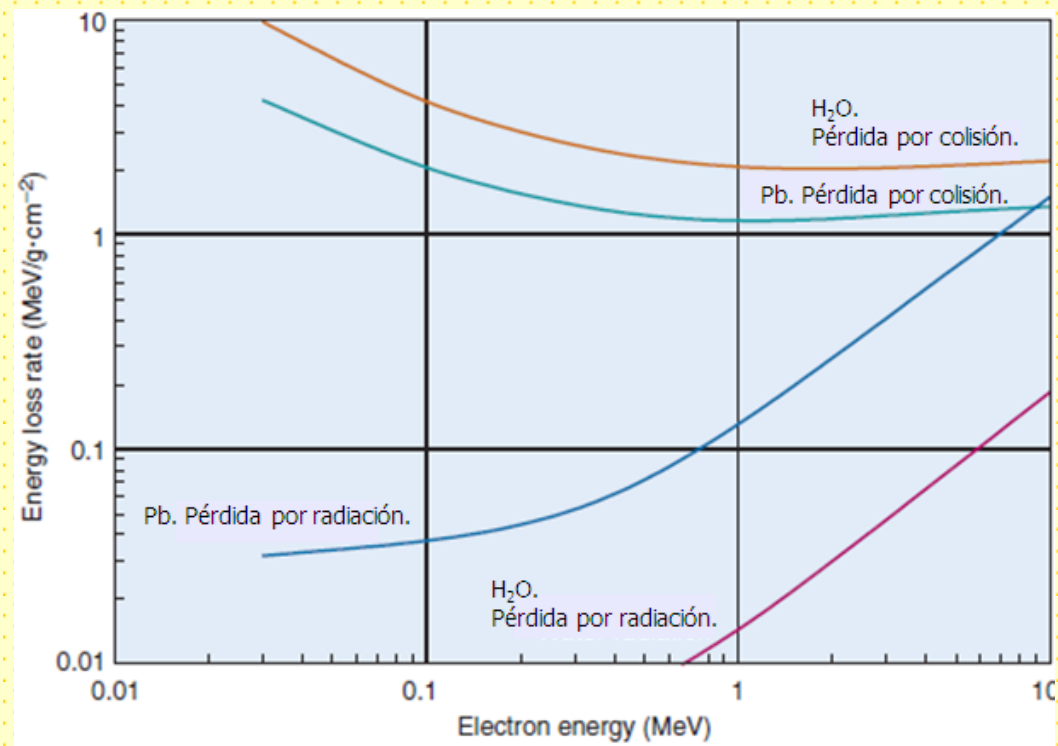
# Interacción de la radiación con la materia.

Pérdida de energía de partículas cargadas, ionizaciones y excitaciones: **Pérdidas por colisión.**

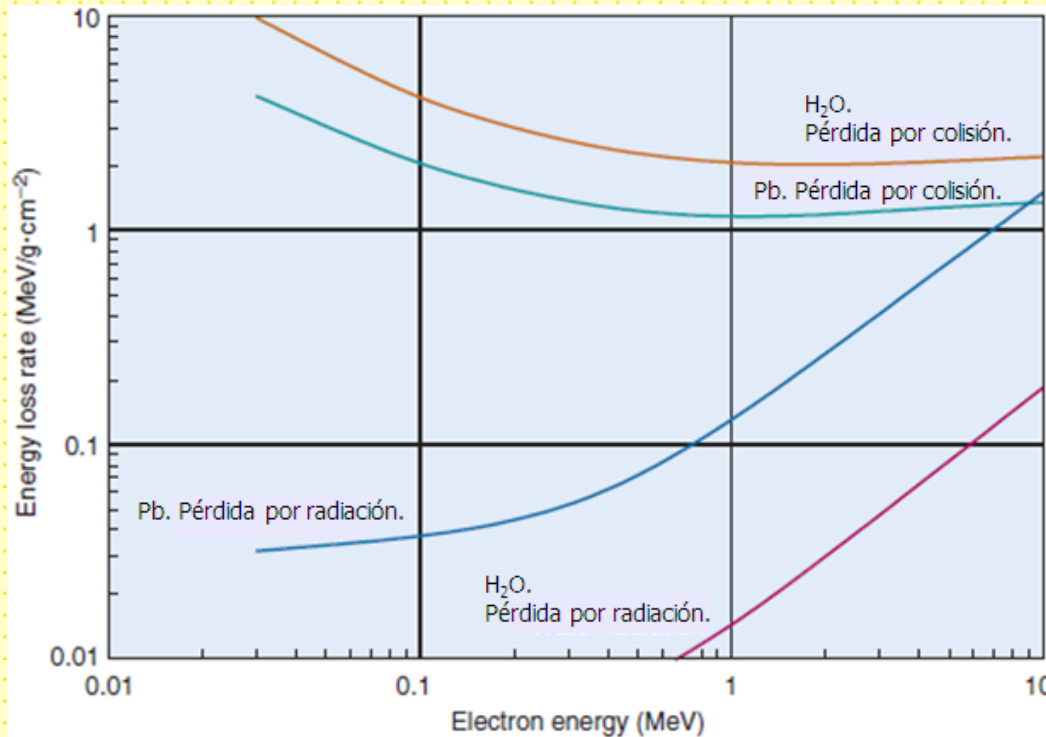
Interacción con núcleos y emisión de radiación de bremsstrahlung: **Pérdidas por radiación.**

En el rango de energías de la Medicina Nuclear, dominan las pérdidas por colisión

Las pérdidas por radiación se incrementan con E y el Z del absorbente.



# Interacción de la radiación con la materia.



Aproximación para el porcentaje de pérdidas por radiación para partículas  $\beta$ :

$$\frac{E_{rad}}{E_{col}} (\%) \approx \frac{ZE^{\max}}{3000} 100\%$$

(válida hasta 30% aprox.)

Para mezcla de elementos:

$$Z_{\text{eff}} = \frac{\sum f_i Z_i^2}{\sum f_i Z_i}$$

$f_i$ : fracción másica del elemento  $Z_i$ .





# Interacción de la radiación con la materia.

---

Ejemplo: pérdida de energía de  $\beta'$ s emitidos por  $^{32}\text{P}$  en agua y Pb.

De tablas,  $E_{\text{max}} = 1.7 \text{ meV}$ .

Pb.  $Z=82$ .

$$\frac{E_{\text{rad}}}{E_{\text{col}}} \approx 4.6\%$$

$\text{H}_2\text{O}$ .  
H:  $Z=1$ ,  $P.$ ,  $A.=1$ ,  $f=2/18$   
O:  $Z=8$ ,  $P.$ ,  $A.=16$ ,  $f=16/18$

$$Z_{\text{eff}} = \frac{[(1/9)(1)^2(8/9)(8)^2]}{[(1/9)(1) + (8/9)(8)]} = 7.9$$

$$\frac{E_{\text{rad}}}{E_{\text{col}}} \approx 0.4\%$$

Los electrones de alta energía pierden la mayor parte de su energía por colisiones, siendo la pérdida por radiación una mínima fracción.

Las pérdidas por radiación de partículas  $\alpha$  y otras cargadas pesadas son aún menores: Las pérdidas por radiación son inversamente proporcional a la masa de la partícula incidente.

Menos del 1% de pérdida por radiación, incluso para partículas con energías de hasta 100 MeV.



## Interacción de la radiación con la materia.

---

Las pérdidas por radiación pueden ser importantes en algunas situaciones, como el blindaje de cantidades relativamente grandes de el emisor de partículas  $\beta$ .

Las partículas  $\beta$  son totalmente detenidas por unos pocos milímetros de plástico, vidrio o plomo.

Los fotones generados por bremsstrahlung son muy penetrantes y pueden requieren blindaje adicional alrededor del blindaje primario.

Disposición para evitar el bremsstrahlung

- 1- Material de baja Z para el blindaje primario de partículas  $\beta$ ,
- 2- Material de Z alto para los fotones generados por bremsstrahlung



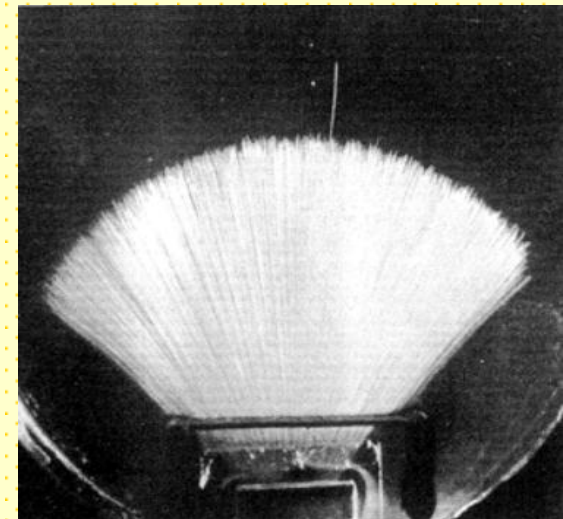
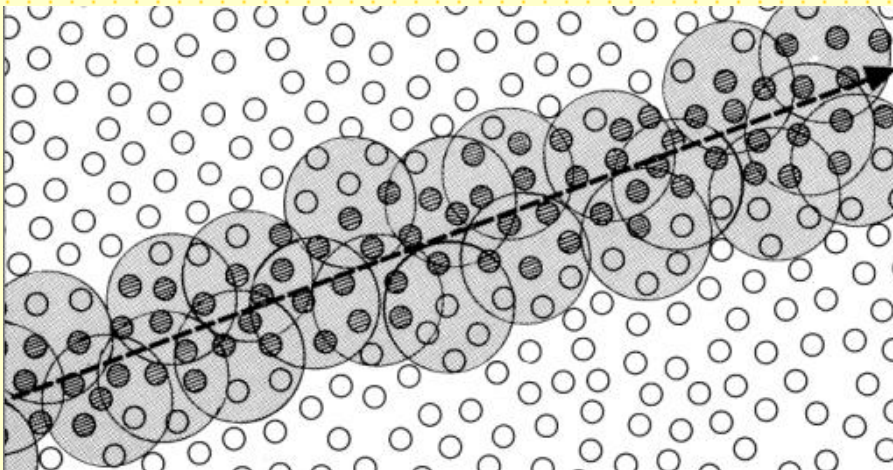


## Interacción de partículas cargadas.

Una partícula cargada que pasa a través de la materia dejan una «huella» de electrones secundarios y átomos ionizados.

En tejidos blandos y materiales de densidad similar, las trazas son de aproximadamente 100  $\mu\text{m}$  de ancho, con trazas laterales más largas generadas por rayos  $\delta$ .

Las trazas se estudian utilizando emulsiones fotográficas, cámaras de niebla y otros dispositivos.



Partículas  $\alpha$  de una fuente de  $^{214}\text{Bi}$



## Interacción de partículas cargadas.

---

Interacción de partículas cargadas pesadas con electrones atómicos:

- Pierde una pequeña fracción de su energía.
- No se altera la trayectoria de la partícula incidente.

$$\Delta E = \Delta E_{\text{col}} + \Delta E_{\text{rad}}$$

$\Delta E_{\text{rad}}$  despreciable para partículas pesadas.



La máxima fracción de energía perdida por una partícula pesada de masa  $M$  que colisiona con una partícula liviana de masa  $m$  es del orden de  $4m/M$

Ejemplo: partícula  $\alpha$  ( $M=4$ ) contra electrón ( $m=M/1840$ )

$$\frac{\Delta E}{E} \approx \frac{4}{4 \times 1840} \approx 1/2000$$



## Interacción de partículas cargadas.

---

Los electrones pueden sufrir fuertes cambios (deflexiones) en su trayectoria en cada colisión con electrones atómicos.

Pueden perder una gran parte de su energía en estas colisiones.

colisiones ocasionales con núcleos en los que se desvían a través de grandes ángulos y se emiten radiación de bremsstrahlung.

$$\Delta E = \Delta E_{\text{col}} + \Delta E_{\text{rad}}$$





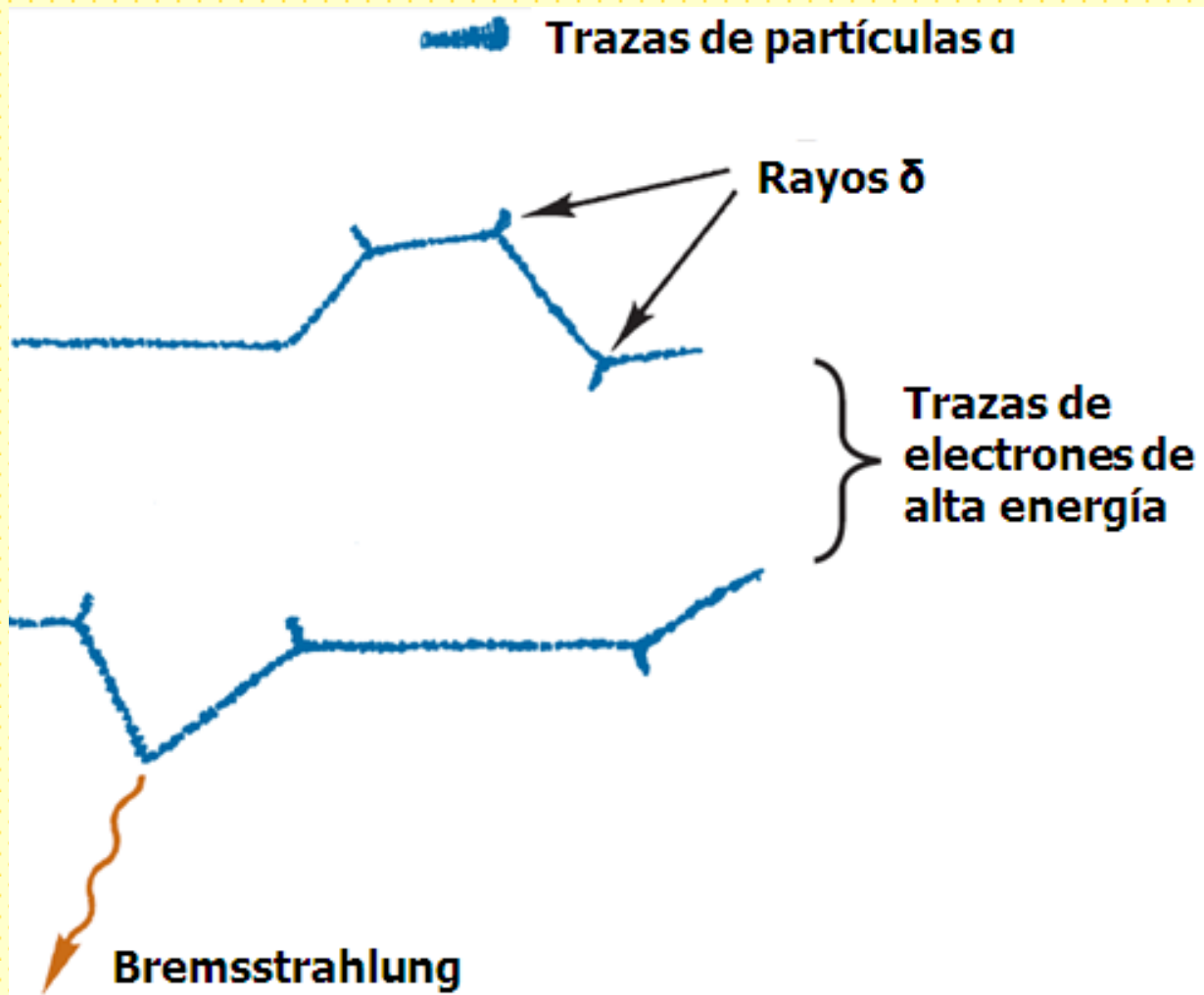
## Interacción de partículas cargadas.

---

### CONCLUSIÓN:

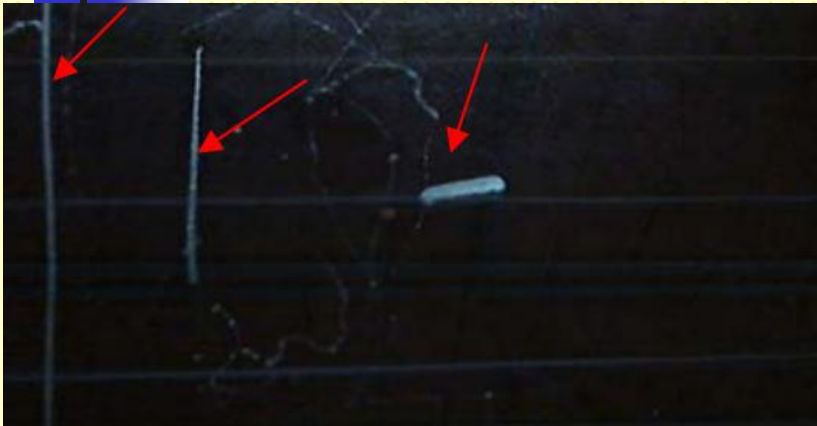
- Para el caso de partículas pesadas, pérdida de pequeñas fracciones de energía en forma continua en múltiples (gran número) de colisiones
- Trayectoria recta.
- La trayectoria de electrones son tortuosas, impredecibles en forma y longitud exacta. mayor recorrido que las partículas pesadas.

# Interacción de partículas cargadas.

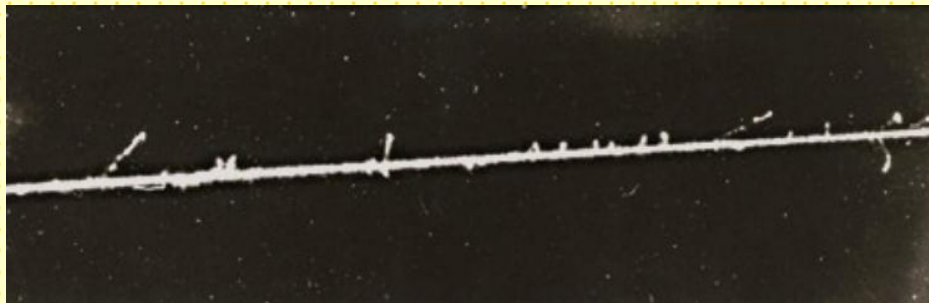




## Interacción de partículas cargadas.



Trayectoria de un protón de 1,2 MeV. Cuatro veces menos ionización que una partícula  $\alpha$  de 5 MeV a lo largo de la misma distancia, dando lugar a una traza algo menos gruesa.



Traza de partícula  $\alpha$  con rayos delta (ionización secundaria)





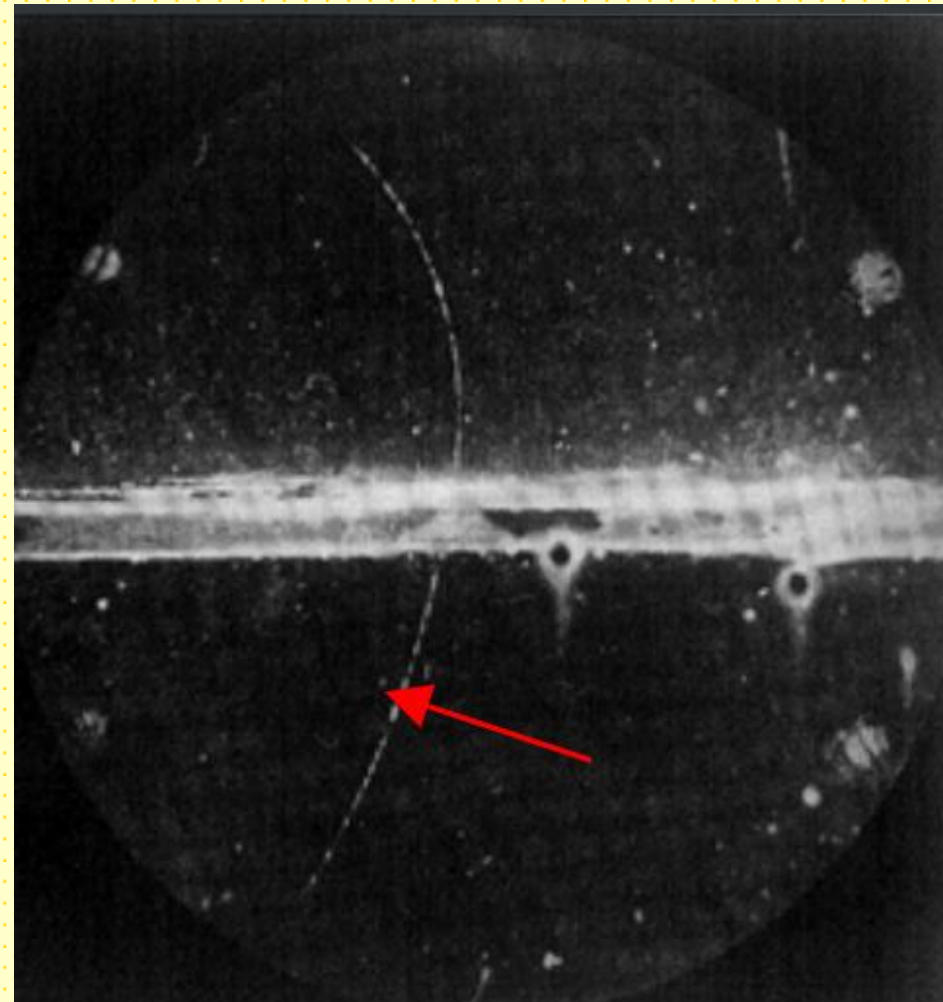


## Interacción de partículas cargadas.

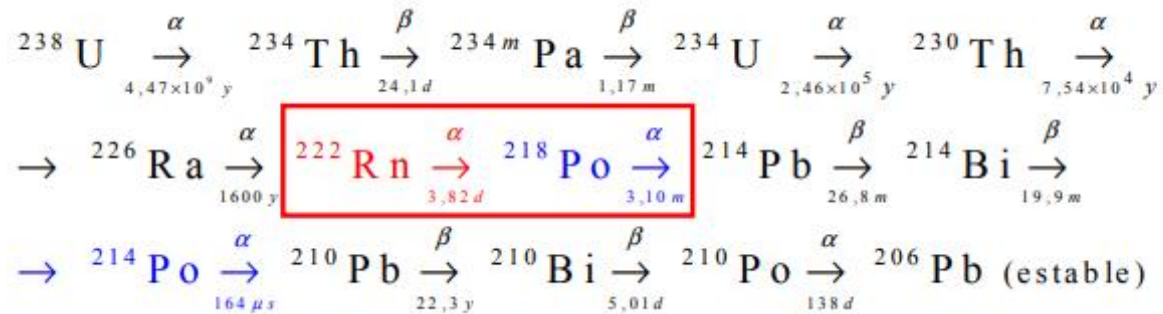
---

Descubrimiento de la antimateria.

Traza de un positrón observado por Anderson en 1932. El positrón entra en la cámara por abajo y atraviesa la plancha de plomo central (soporte del imán) perdiendo energía, por lo que su curvatura debida al campo magnético es mayor.



## Interacción de partículas cargadas.





## Interacción de partículas cargadas.

---

Diferencias adicionales entre electrones y partículas pesadas.

- Un electrón viaja a una velocidad mucho mayor que las partículas pesadas. Una partícula  $\alpha$  de 4 MeV viaja aproximadamente a  $0.1C$ . Un electrón de 1 MeV viaja a  $0.9C$ .

- Un electrón pasa un tiempo mucho más breve en la vecindad de un átomo que una partícula  $\alpha$  de energía similar y por lo tanto tiene menos probabilidades de interactuar con el átomo.

- Un electrón tiene una carga  $-$  ( $0+$ , positrón). Una partícula  $\alpha$  tiene una carga  $2+$ .

Los electrones ejercen fuerzas electrostáticas más débiles sobre los electrones orbitales.

Menos y menos intensas interacciones. Pierden su energía más lentamente que las partículas  $\alpha$ , mucho menos ionizante, mayor capacidad de penetración.



## Interacción de partículas cargadas.

---

### Depósito de energía.

La tasa de pérdida de energía de una partícula cargada en un medio material determina la distancia que esta viajará en el medio.

**Definición importante: Ionización específica (o densidad de ionización), S.I.**

**Número de pares ión-electrón producidos por la partícula incidente por unidad de recorrido en el medio material.**

Las partículas  $\alpha$  producen una ionización específica muy elevada (pierden la totalidad de su energía en un recorrido muy corto).



## Interacción de partículas cargadas.

---

Partículas alfa con energías entre 3-10 MeV producen 5000-8000 pares iónicos.  
Corto alcance de las partículas pesadas en cualquier material..

Una partícula alfa de 3 MeV tiene un alcance en aire de 2,8 cm (décimas de mm en materiales)  
y produce alrededor de 4000 pares iónicos por mm de recorrido

Una partícula beta de igual energía tiene un alcance en aire de unos 100 cm y produce  
4 pares iónicos por mm.



## Interacción de partículas cargadas.

---

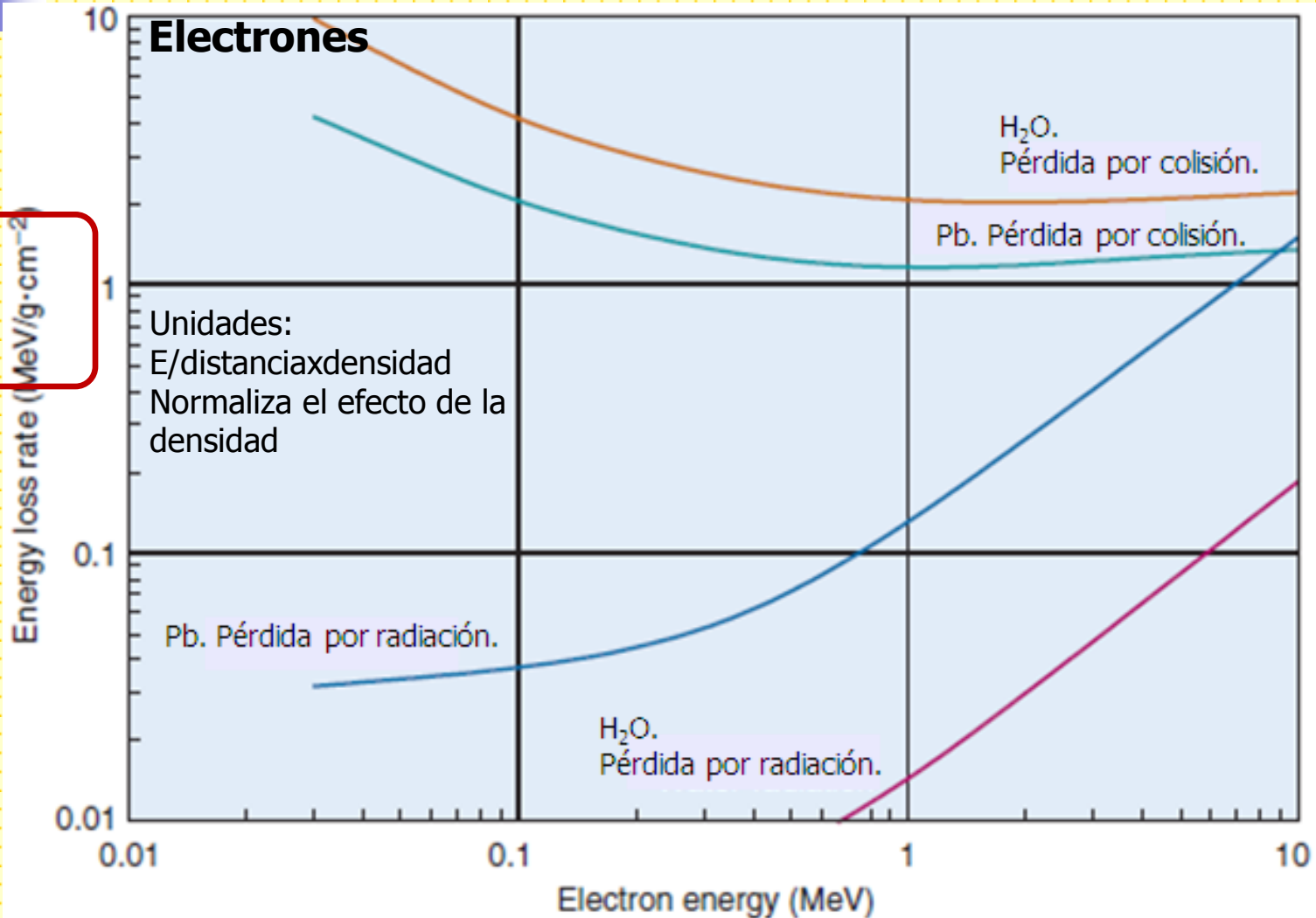
La pérdida de energía, o lo que es lo mismo, la ionización específica, depende de:

- Tipo de partícula y su energía
- Composición y densidad del medio absorbente (determina el número de átomos-blancos en el camino de la partícula incidente)..

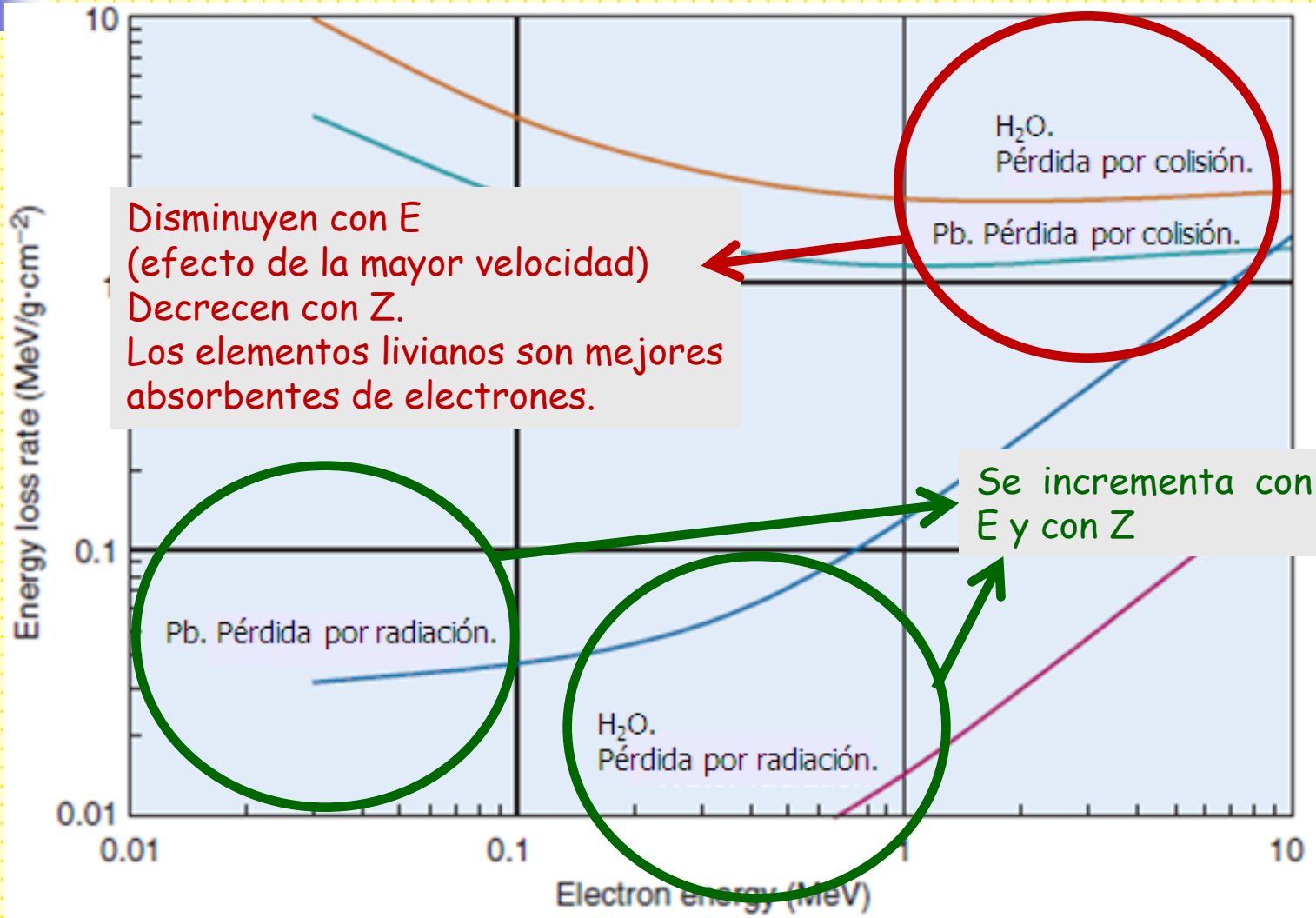
En el rango de energías de la Medicina Nuclear ( $E < 10 \text{ MeV}$ ), la pérdida de energía para partículas cargadas aumenta linealmente con la densidad del medio (a mayores energías, la dependencia con la densidad es más complicada).

# Interacción de partículas cargadas.

$$\frac{\Delta E/\Delta x \text{ (MeV/g} \cdot \text{cm}^{-2}\text{)}}{\rho \text{ (g/cm}^3\text{)}} = \frac{\Delta E/\Delta x \text{ (MeV/cm)}}{\rho \text{ (g/cm}^3\text{)}}$$



# Interacción de partículas cargadas.



Disminuyen con E  
(efecto de la mayor velocidad)  
Decrecen con Z.  
Los elementos livianos son mejores  
absorbentes de electrones.

Se incrementa con  
E y con Z





## Interacción de partículas cargadas.

---

$$\Delta E / \Delta x_{\text{total}}$$

**Poder de frenado («stopping power»,  $S$ ).**  
Unidad: energía/longitud (Ej.: MeV(cm))

Un parámetro estrechamente relacionado es la transferencia de energía (LET,  $L$ ).

Energía que se deposita "localmente" a lo largo de la trayectoria de la partícula en el medio.

A diferencia de  $S$ ,  $L$  **no incluye** las pérdidas por radiación.

Pérdidas por radiación: generación de radiación de bremsstrahlung, que puede depositar su energía a cierta distancia de la trayectoria de la partícula.

Para electrones y (sobre todo) partículas pesadas en el rango  $E < 10$  MeV, las pérdidas por radiación son despreciables.  $\Rightarrow S$  y  $L$  son prácticamente idénticas.



## Interacción de partículas cargadas.

---

El valor promedio de  $L$  a lo largo de la trayectoria de la partícula cargada ( $\mathcal{L}$ ) es un parámetro importante en Medicina Nuclear.

$\mathcal{L}$  generalmente se expresa en unidades de keV/ $\mu\text{m}$ .

Para electrones con energías en el rango 10 keV-10 MeV viajando a través de tejidos blandos,  $\mathcal{L}$  en el rango 0.2-2 keV/ $\mu\text{m}$ .

Para electrones con menor energía  $\mathcal{L}$  es mayor (generalmente)..

,Partículas  $\alpha$ : 100 keV/ $\mu\text{m}$ .



## Interacción de partículas cargadas.

---

Ya habíamos definido la ionización específica S.I. (número de pares producidos por unidad de camino). Entonces, la relación entre  $L$  y S.I. es:

$$\omega = \frac{L}{S.I.} \quad S.I. = \frac{L}{\omega}$$

$\omega$  es la energía promedio necesaria para obtener un evento de ionización:

$\omega$  depende del número atómico  $Z$  del medio absorbente. En los elementos ligeros (gases) es del orden de 25-45 eV (aire  $\sim 34$  eV).

Una partícula de unos de unos pocos MeV produce del orden de 100.000 pares en aire.

$\omega$  es independiente del tipo de partícula y de la energía inicial de la misma.



## Interacción de partículas cargadas.

---

$w$  **NO ES LO MISMO** que el potencial de ionización ( $I$ ), que es la energía promedio requerida para causar una ionización en un material (promediada sobre todas las capas de electrones).

$I$  para el caso de gases está en el rango 10-15 eV.

La diferencia entre  $w$  e  $I$  es la energía perdida por una partícula cargada en procesos que no llevan a ionización.

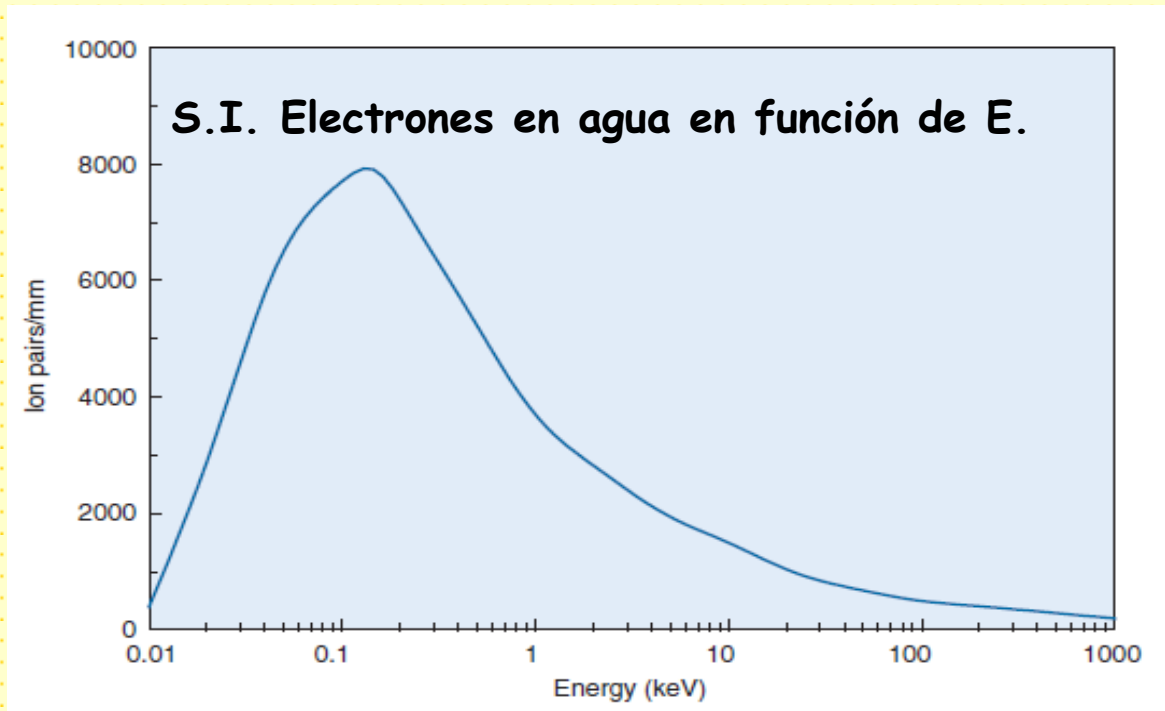
más de la mitad (casi 2/3) de la energía de una partícula cargada se pierde en estos procesos.

(Proporciones similares entre  $w$  e  $I$  se encuentran en sólidos semiconductores, excepto que en Casos en que  $w$  y  $I$  son aproximadamente 10 veces menores que para gases).

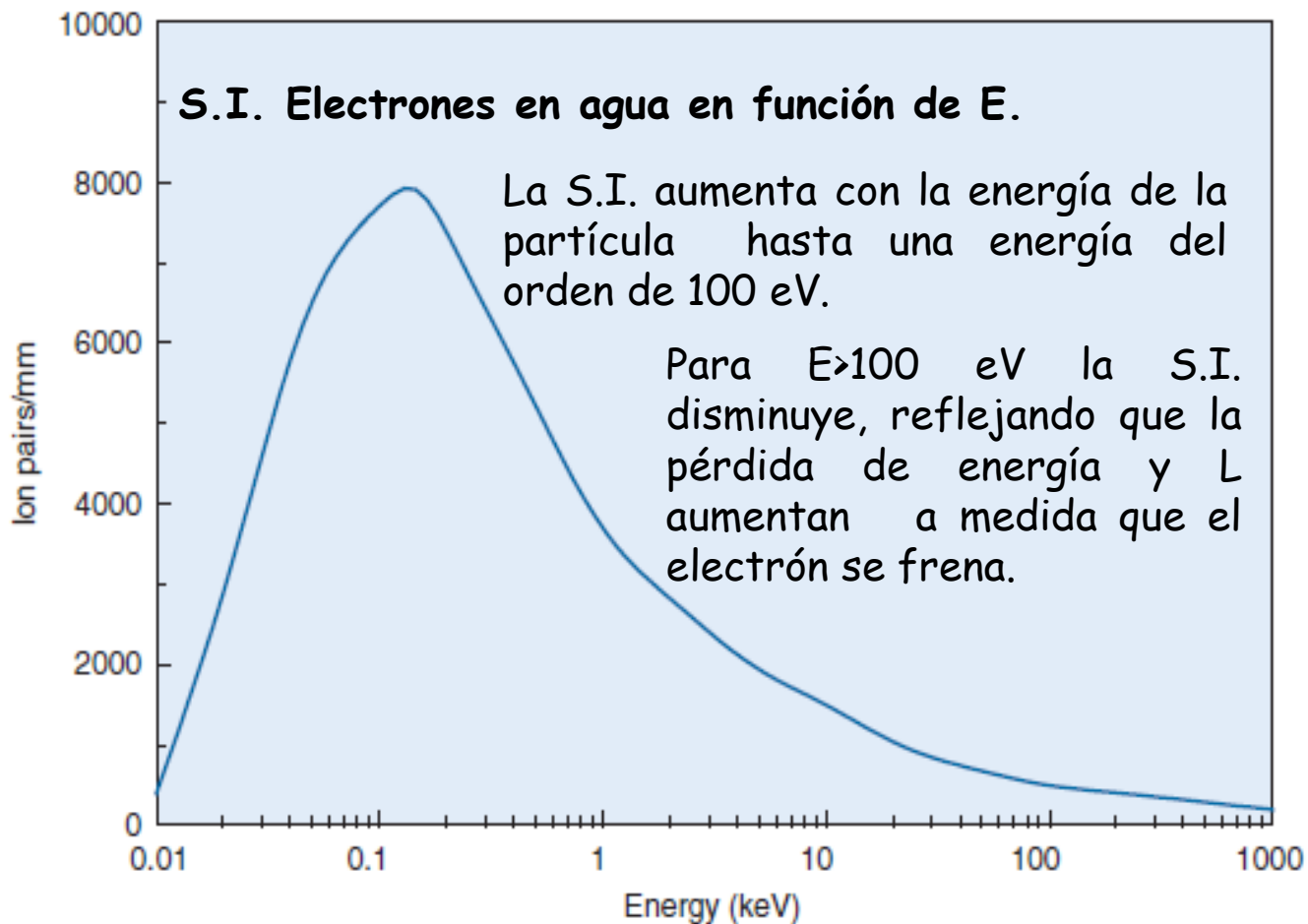
## Interacción de partículas cargadas.

$$S.I. = \frac{L}{W}$$

Dado que  $w$  es independiente del tipo y energía de la partícula, S.I. es proporcional a  $L$  a lo largo del recorrido de la partícula.



## Interacción de partículas cargadas.



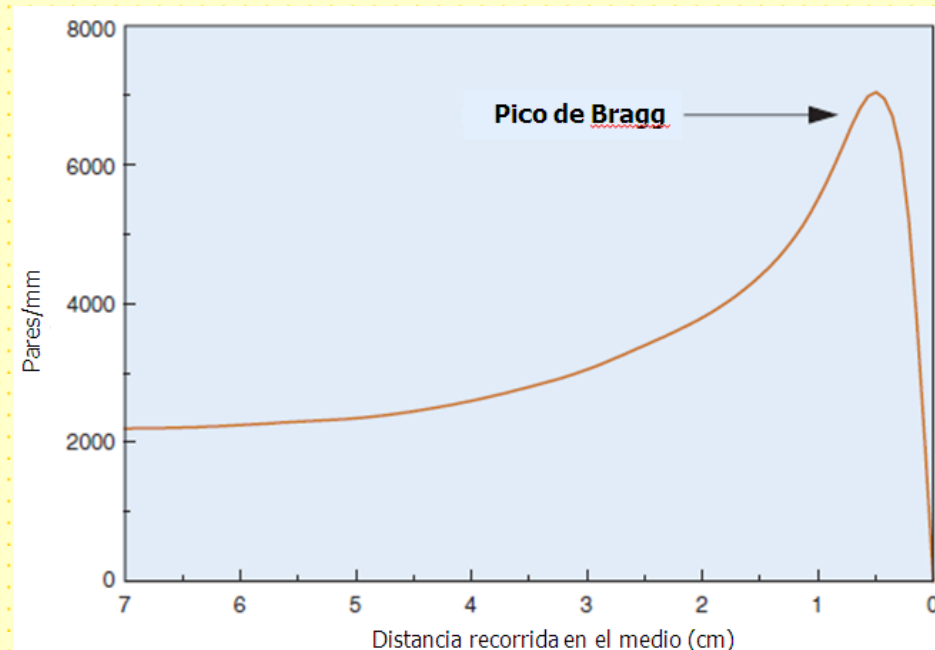
## Interacción de partículas cargadas.

La S.I. para partículas pesadas ( $\alpha$ ) es típicamente 100 veces mayor que para electrones de la misma energía.

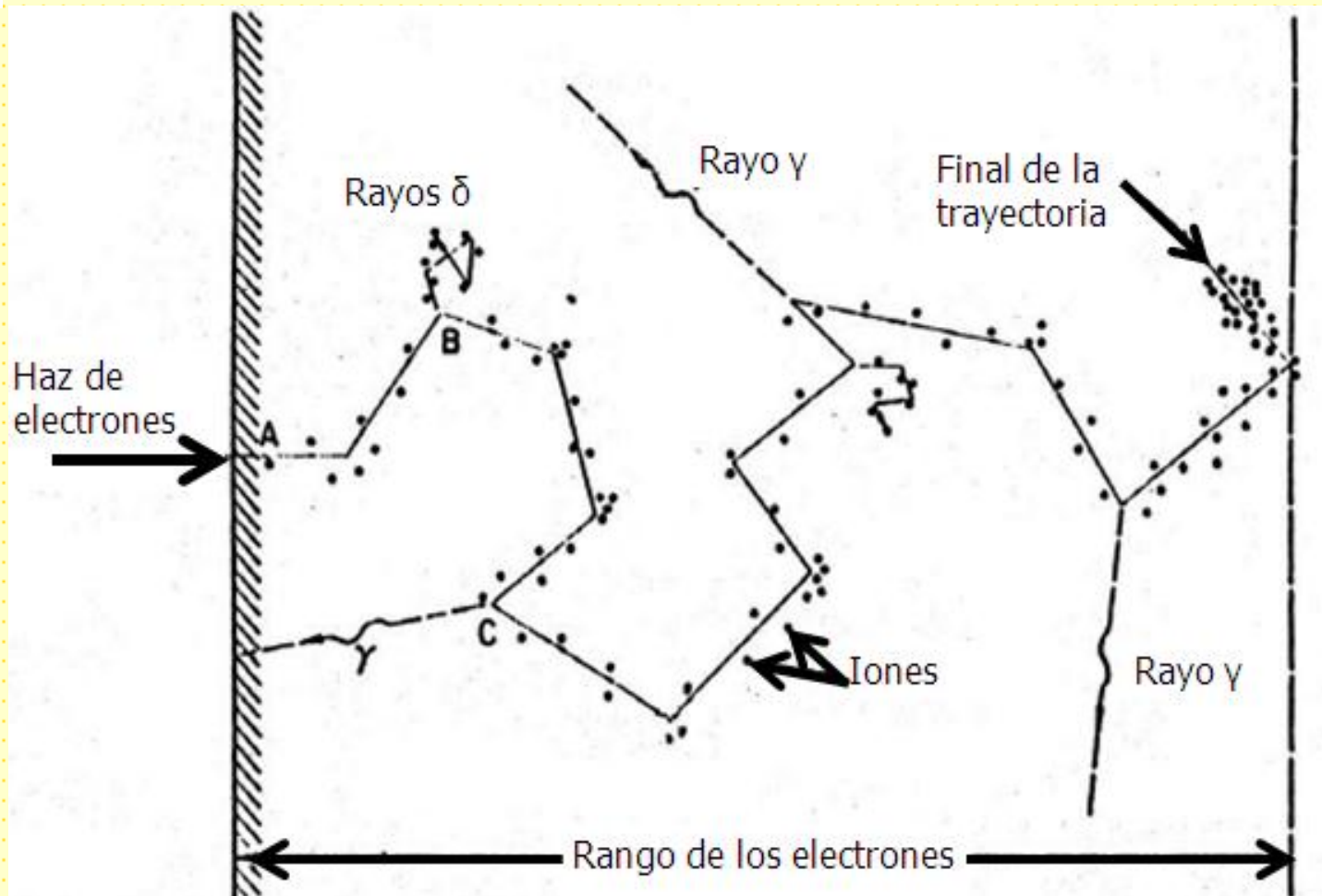
Explicación: mayor carga y velocidades mucho más bajas, lo que conduce a mayores tasas de pérdida de energía.

Que la S.I. aumente cuando una partícula se frena produce un aumento en la densidad de ionización al final de su camino. Este efecto es más pronunciado para partículas pesadas.

Un aumento similar en la S.I. se observa para electrones, pero el pico está a  $E \sim 0,1$  keV, y solo representa una pequeña fracción de su energía total.

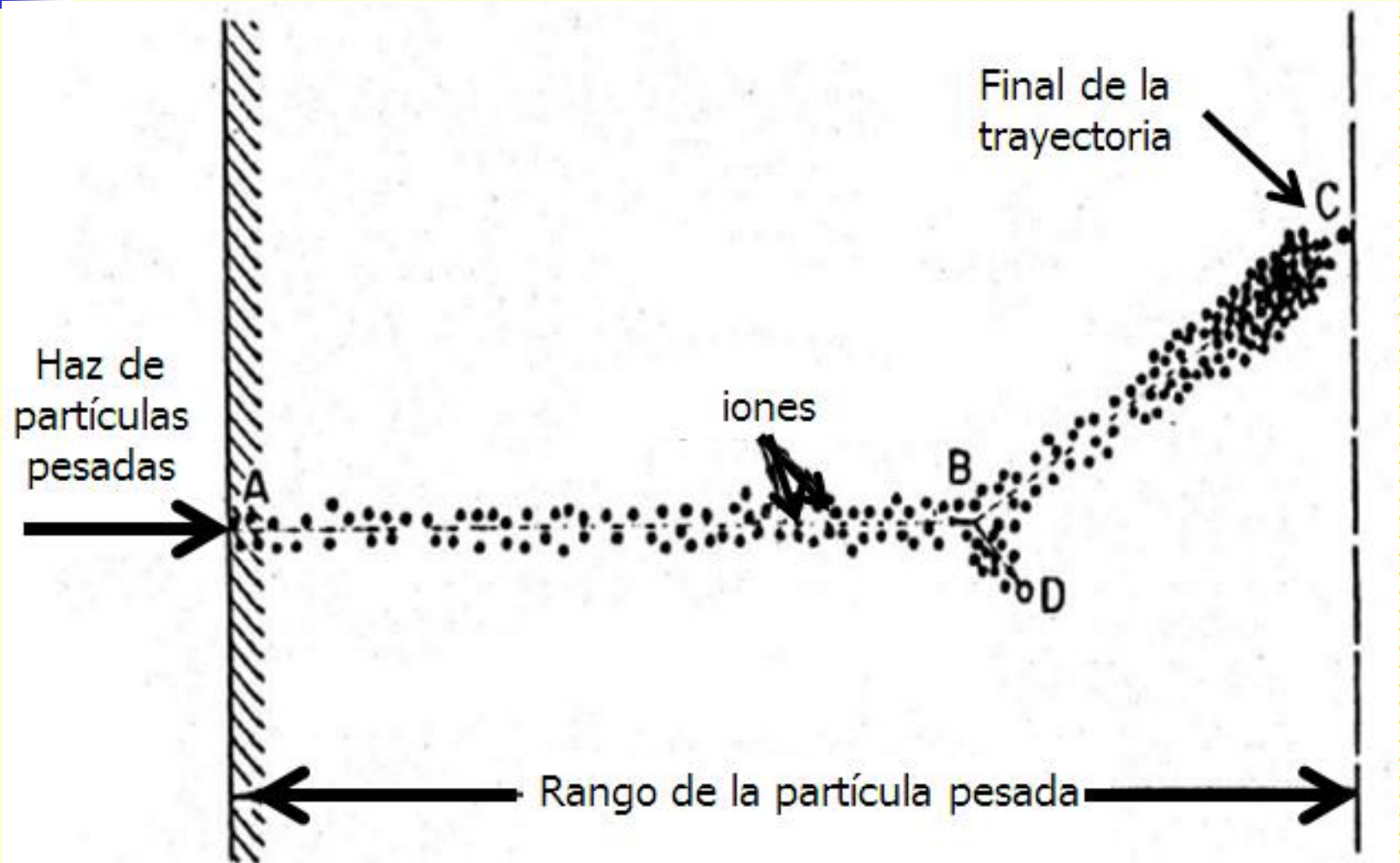


## Interacción de partículas cargadas.





## Interacción de partículas cargadas.



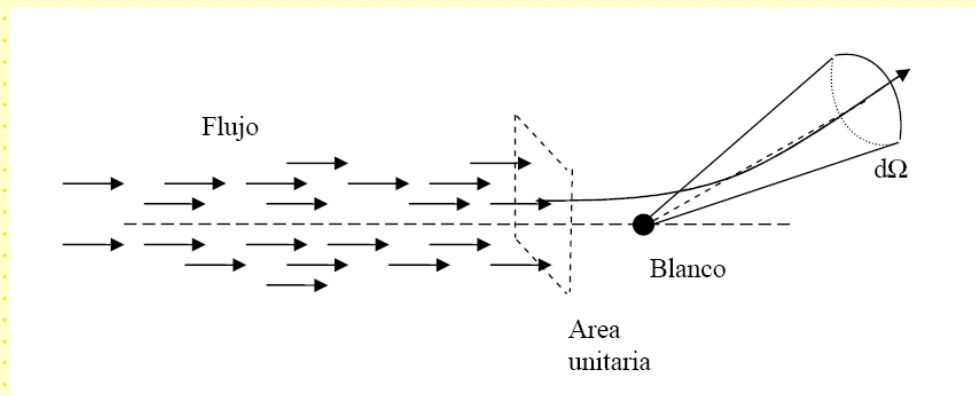


## Resumiendo.

Radiación	Naturaleza	Carga	Penetración en aire	Penetración en sólidos
$\alpha$	núcleo de helio (2 protones y 2 neutrones)	+2e	$\approx$ centímetros	$\approx$ micrómetros
$\beta$	electrón	-1e	$\approx$ metros	$\approx$ milímetros
$\gamma$	radiación electromagnética	0	$\approx$ 100 metros	$\approx$ centímetros/ metros

## Sección eficaz.

**Sección eficaz:** es una medida de la probabilidad de que un determinado proceso ocurra y puede ser calculado si el proceso de interacción es conocido.



$F$  = flujo de partículas incidentes (partículas por unidad de tiempo y área)

$N_s$  = promedio de partículas dispersadas por unidad de tiempo en el ángulo sólido  $d\Omega$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E, \Omega) = \frac{1}{F} \frac{dN_s}{d\Omega}$$



## Sección eficaz.

---

En general, el valor de  $d\sigma/d\Omega$  depende de:

- La energía de las partículas incidentes
- Material que forma el blanco
- Naturaleza del proceso de interacción (o mejor dicho, para cada proceso de interacción, tendremos una sección eficaz característica).

$$\sigma(E) = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$$



## Sección eficaz.

---

Si el blanco tiene un área  $A$ , un espesor  $dx$  y contiene  $N$  átomos por unidad de volumen, hay un total de  **$NAdx$  átomos en el blanco.**

Cada núcleo en el material tiene una sección eficaz  $\sigma$  (asumiendo que hay un único un tipo particular de interacción). La sección eficaz de todos los átomos del material será  $\sigma NAdx$ .

$$N_s(\Omega) = FANdx \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$$N_{total} = FANdx \sigma$$

**Probabilidad de interacción en  $dx$**



## Sección eficaz.

---

Integrando:

$$\int_{N_0}^{N(x)} \frac{dN}{N} = -N\sigma \int_0^x dx$$

$$N(x) = N_0 e^{-N\sigma x}$$

Podemos definir la **trayectoria libre media** de una partícula dentro de un material: distancia media que una partícula puede recorrer en el material antes de interactuar con un blanco.

$$\lambda = \frac{1}{N\sigma}$$

la distancia a la cual la partícula ha perdido toda su energía y se detiene se denomina **alcance**.



# Interacción de partículas cargadas.

---

## Interacción

- a) pérdida de energía
- b) deflexión de la dirección incidente



## Procesos

- a) colisiones inelásticas con los electrones del sólido
- b) colisiones elásticas con los núcleos
- c) Bremsstrahlung
- d) reacciones nucleares
- e) radiación Cherenkov



# Interacción de partículas cargadas.

---

## Con electrones atómicos

i. **Colisiones elásticas:** la partícula incidente es desviada por los electrones atómicos del medio, produciéndose una transferencia de energía a los mismos.

**Importante sólo en el caso de electrones de energía menor a 100 eV.**

ii. **Colisiones inelásticas:** la partícula incidente pierde energía ionizando y excitando electrones atómicos.

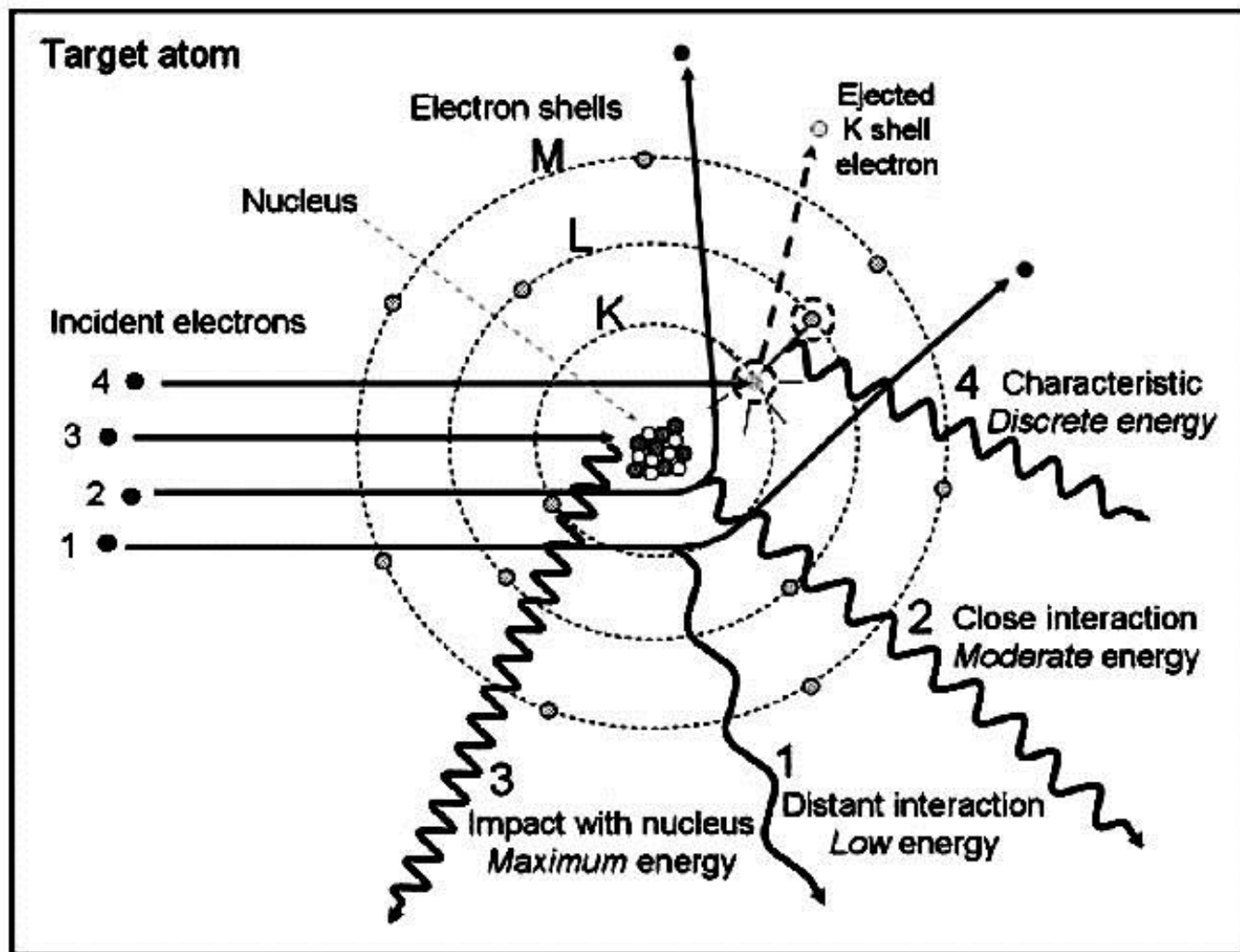
## Con núcleos

**Colisiones elásticas:** la partícula incidente es desviada de su trayectoria por la interacción Coulombiana con las cargas del núcleo. La partícula incidente pierde una fracción de su energía cinética (fundamentalmente para partículas beta).

**Colisiones inelásticas:** la partícula incidente pierde una cantidad significativa de energía al frenada por la interacción Coulombiana con el núcleo. Esta energía se manifiesta como radiación electromagnética. "**Bremsstrahlung**".



## Interacción de partículas cargadas.





## Interacción de partículas cargadas.

---

Existe una diferencia importante en el tratamiento teórico de los procesos de interacción de partículas beta y partículas cargadas más pesadas con los materiales.

Las partículas pesadas interactúan preponderantemente por ionización y excitación, permaneciendo su trayectoria prácticamente rectilínea hasta frenarse totalmente.

Las partículas livianas sufren fuertes desviaciones en su trayectoria al interactuar con el medio material, convirtiéndose su trayectoria en un recorrido tortuoso, siendo significativas las pérdidas de energía por radiación.



## Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

Pérdida de energía: principalmente a ionización y a excitación.  
las pérdidas por Bremsstrahlung son despreciables.

Al penetrar la materia atraen, por interacción Coulombiana, a los electrones cercanos, produciendo ionizaciones en el material. En cada proceso pierden una fracción de su energía inicial, frenándose gradualmente hasta llegar al reposo.

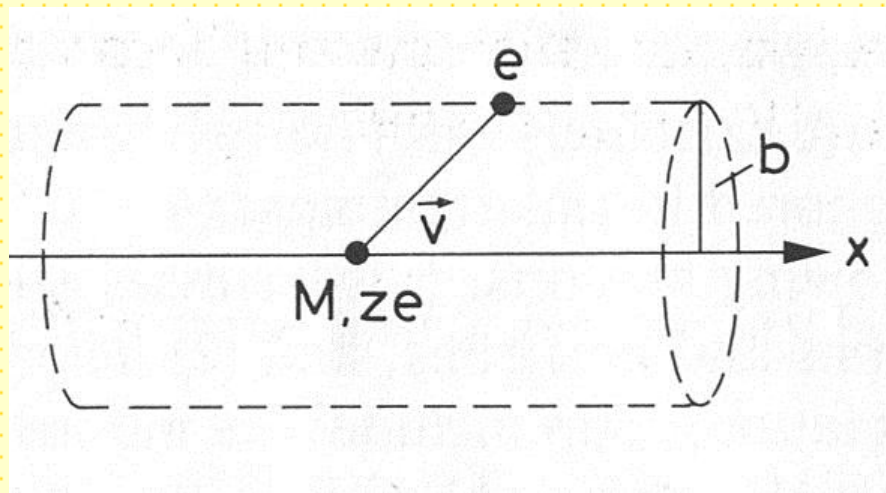
Como son fuertemente ionizantes.

El alcance de las partículas pesadas en cualquier material es mucho menor que el de las otras radiaciones.

## Interacción de partículas cargadas pesadas.

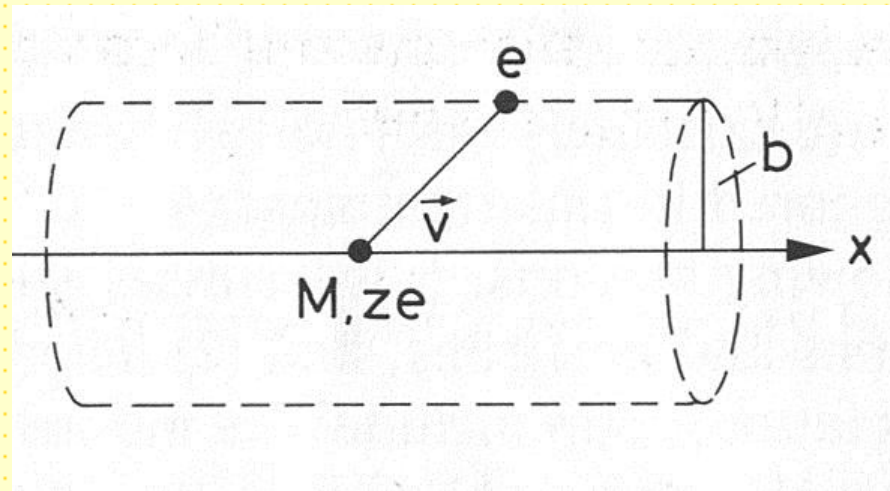
La pérdida de energía por unidad de longitud en un material constituido por un único elemento de masa  $M$  y número atómico  $Z$  fue calculada por Bohr usando argumentos clásicos.

### Modelo de Bohr, aproximación clásica



Esquema de la colisión de una partícula cargada pesada con un electrón atómico

## Interacción de partículas cargadas pesadas.

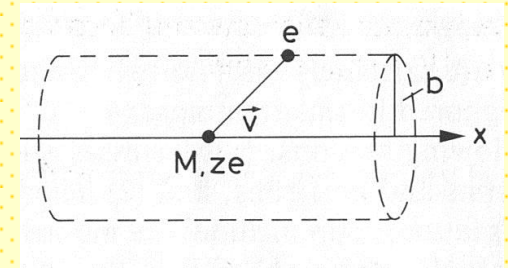


Supondremos que el electrón es libre, que está inicialmente en reposo y que se mueve muy poco durante el proceso de interacción

Supondremos que la partícula incidente no se desvía de su trayectoria en el proceso de interacción ( $M \gg m_e$ ).

## Interacción de partículas cargadas pesadas.

Calculemos la energía que gana el electrón:



$$\vec{I} = \int \vec{F} dt = e \int E_{\perp} \frac{dt}{dx} dx = e \int \frac{E_{\perp}}{v} dx$$

Por simetría sólo contribuye la componente de E perpendicular a la trayectoria de la partícula. Calculamos  $E_{\perp}$  usando el teorema de Gauss:

$$\int E_{\perp} 2\pi b dx = 4\pi Ze \quad \longrightarrow \quad \int E_{\perp} dx = \frac{2Ze}{b}$$

$$I = \frac{2Ze^2}{bv^2}$$

$$\Delta E(b) = \frac{I^2}{2m_e} = \frac{2Z^2 e^4}{m_e v^2 b^2}$$



## Interacción de partículas cargadas pesadas.

Si  $N$  es la densidad de electrones, entonces la pérdida de energía, por los electrones situados a una distancia entre  $b$  y  $b+db$  en un espesor  $dx$  es:

$$-dE(b) = \Delta E(b) N_e dV = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \frac{db}{b} dx$$

$$dV = 2\pi b db dx$$

¿Entre qué y qué integramos?

¿Entre  $0 - \infty$ ?

$$b=0 \quad \Delta E(b) = \frac{I^2}{2m_e} = \frac{2Z^2 e^4}{m_e v^2 b^2} \rightarrow \infty$$

$b=\infty$  la interacción no es de corto tiempo.



## Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

$$-\left. \frac{dE}{dx} \right|_e = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$$

Y tenemos que estimar los valores de  $b_{\min}$  y  $b_{\max}$ .  
Argumentos físicos!

Clásicamente, la máxima energía transferible es en un choque frontal donde el electrón obtiene una energía  $\frac{1}{2}m_e(2v)^2$ .

Tomando la energía relativista:

$$\rightarrow 2\gamma^2 m_e v^2$$

$$\gamma^2 = 1/(1-\beta^2)^{1/2}$$

$$\beta = v/c$$

$$\frac{2Z^2 e^4}{m_e v^2 b_{\min}^2} = 2\gamma^2 m_e v^2 \Rightarrow b_{\min} = \frac{Ze^2}{\gamma m_e v^2}$$





## Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

Para  $b_{\text{máx}}$ ,

Los electrones están ligados a los átomos, orbitando con frecuencia  $\gamma$ .

Para que el electrón absorba energía, la perturbación generada por la partícula debe actuar en un tiempo corto comparado con  $1/\gamma$  (perturbación no adiabática).

$$t \approx \frac{b}{v}$$

Relativista:

$$t \rightarrow \frac{t}{\gamma} = \frac{b}{\gamma v}$$

$$\frac{b}{\gamma v} = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow b_{\text{max}} = \gamma \frac{v}{\gamma}$$

$$-\left. \frac{dE}{dx} \right|_{col} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N_e \ln \frac{\gamma m_e v^3}{ze^2 v}$$



## Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

$$-\left. \frac{dE}{dx} \right|_{col} = \frac{4\pi z^2 e^4}{(4\pi\epsilon)^2 m_e v^2} N_e \ln \frac{\gamma m_e v^3}{ze^2 \hat{v}}$$

$ze, v$  : carga y la velocidad de la partícula incidente

$m_o$ : masa en reposo del electrón

$N_e$  : número de electrones por unidad de volumen en el material absorbente

$\gamma$ : frecuencia orbital promedio de los electrones ligados de material absorbente

$\epsilon$ : constante dieléctrica



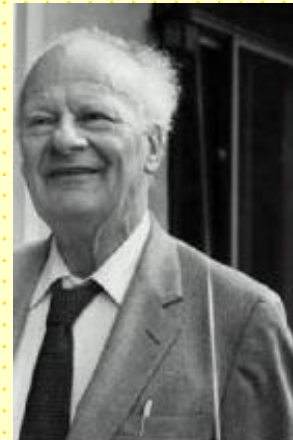
## Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

Cálculo más preciso: Bethe y Bloch, modelo cuántico.

Al igual que en el caso clásico, la pérdida de energía depende de la carga y la velocidad de las partículas incidentes.

En el cálculo, se parametriza la energía transferida en términos del momento transferido en lugar del parámetro de impacto. Esto es más realista ya que el momento transferido es una magnitud medible. El parámetro de impacto no.



Scan ©American Institute of Physics

Hans Bethe



Scan ©American Institute of Physics

Felix Bloch



## Interacción de partículas cargadas pesadas.

$$-\left. \frac{dE}{dx} \right|_e = \boxed{2\pi N_a r_e^2 m_e c^2} \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right) \right]$$

0.1535 meVcm<sup>2</sup>/g

$r_e$  = radio clásico del electrón =  $2.817 \times 10^{-13}$  cm

$m_e$  = masa del electrón

$N_a$  = número de Avogadro =  $6.022 \times 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>

$I$  = potencial de excitación promedio del material abosrbente.

$Z$  = número atómico del blanco

$A$  = peso atómico del blanco

$P$  = densidad del blanco

$z$  = carga del proyectil

$\beta$  =  $v/c$  de la partícula incidente

$\gamma$  =  $1/(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}$

$\delta$  = corrección por densidad

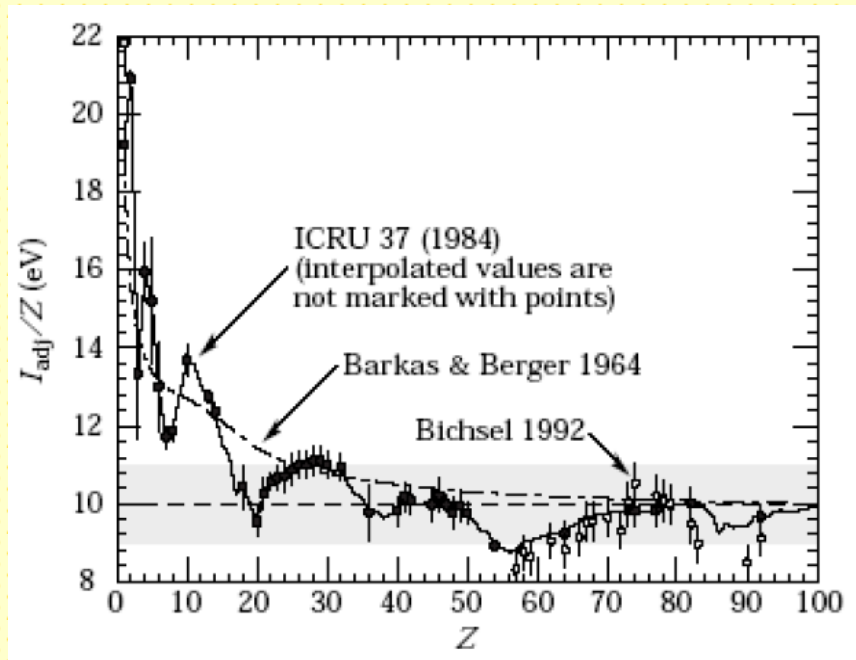
$C$  = corrección por capas

$W_{\max}$  = máxima transferencia de energía en una colisión simple

# Interacción de partículas cargadas pesadas.

La determinación de  $I$  es muy compleja.

S.M. Seltzer and M.J. Berger,  
Int. J. of Applied Rad. 33, 1189  
(1982).



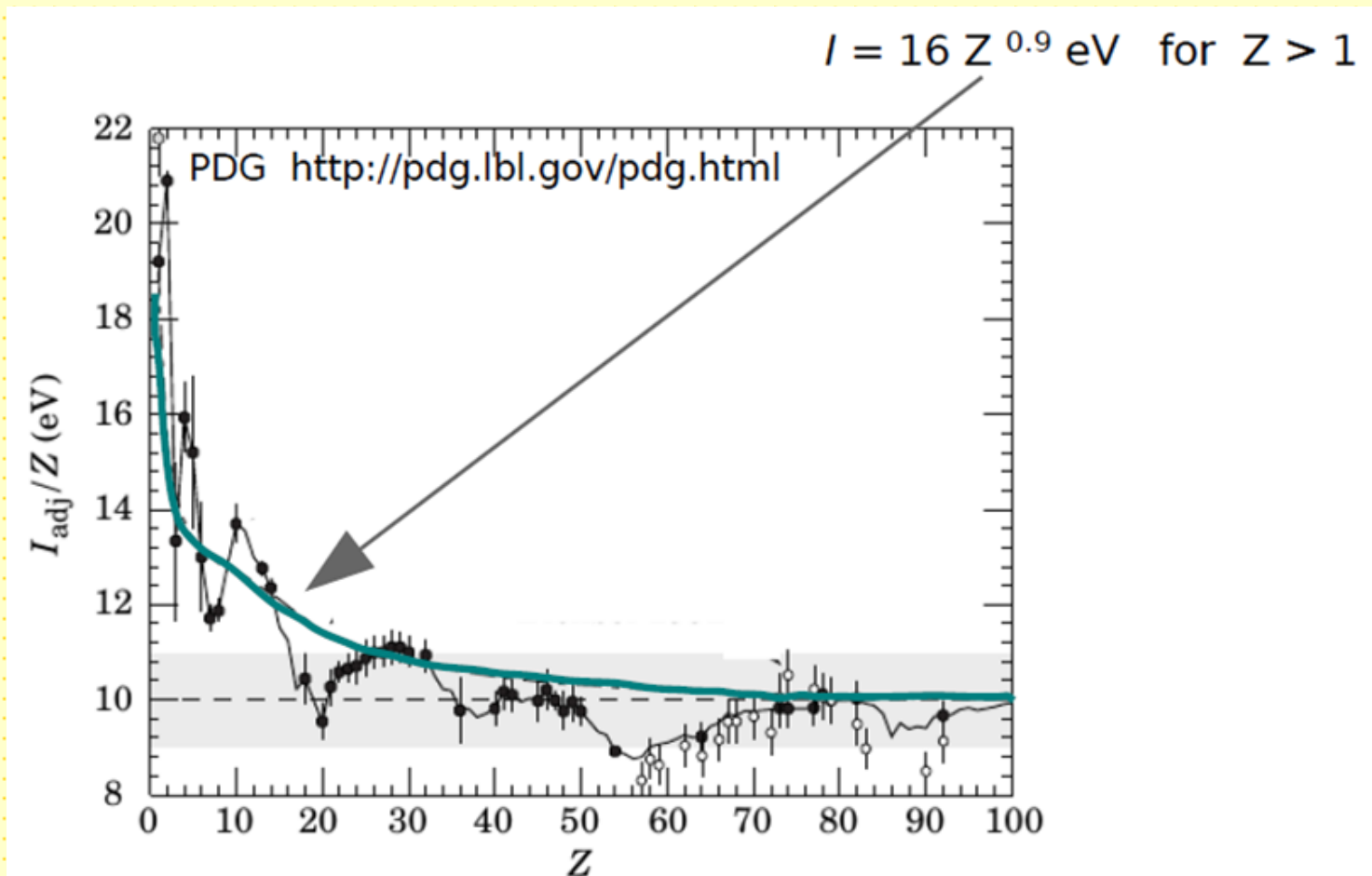
El potencial de excitación es del orden de una **centena de eV para gases**. Valores de  $I$  pueden obtenerse usando fórmulas empíricas.



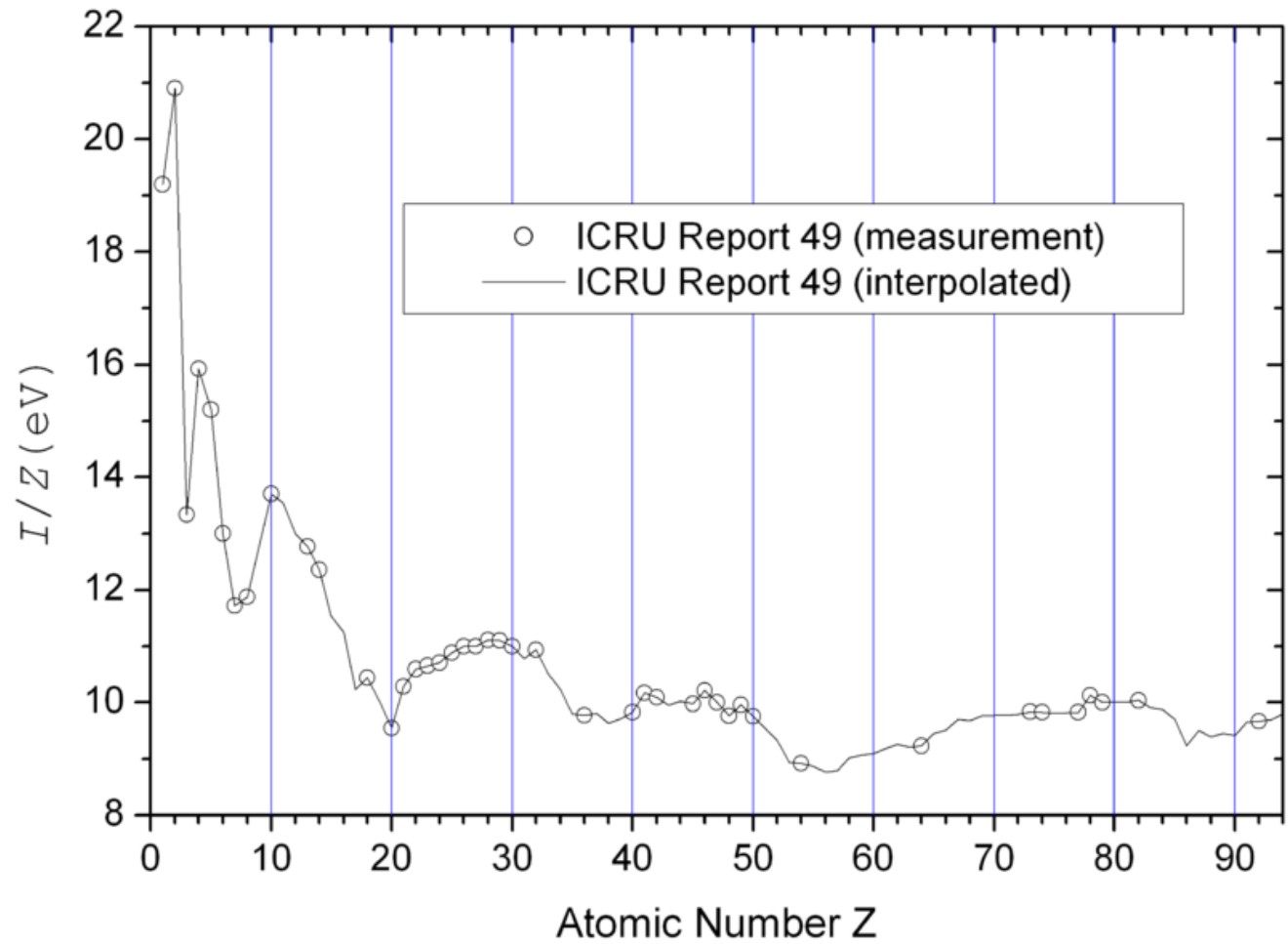
$$\frac{I}{Z} = 12 + \frac{7}{Z} eV \quad Z < 13$$

$$\frac{I}{Z} = 9,76 + 58,8 Z^{-1,19} eV \quad Z \geq 13$$

# Interacción de partículas cargadas pesadas.

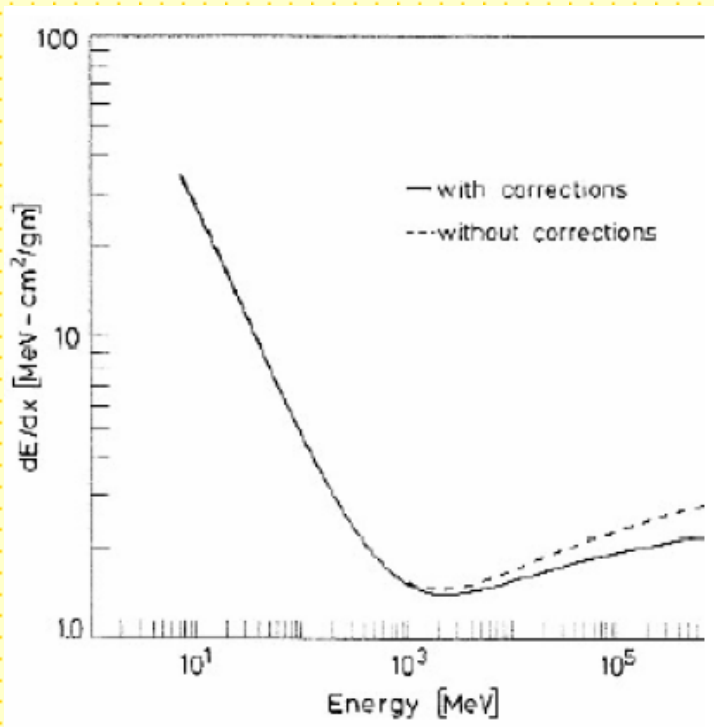


# Interacción de partículas cargadas pesadas.



## Interacción de partículas cargadas pesadas.

$$-\left. \frac{dE}{dx} \right|_e = 0.1535 \text{ MeV cm}^2 \text{ g}^{-1} \cdot \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} - 2\beta^2 - \delta - 2 \frac{C}{Z} \right) \right]$$



Corrección de efecto densidad  
(importante a alta energía).

Corrección de efecto capa  
(importante a baja energía).

$$W_{\max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\left(\frac{m_e}{M}\right) \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2}$$

Para partículas pesadas  $M \gg m_e$ .

$$W_{\max} = 2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2$$



$$-\left. \frac{dE}{dx} \right|_e = 0.1535 \text{ MeV cm}^2 \text{ g}^{-1} \cdot \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} - 2\beta^2 - \delta - 2 \frac{C}{Z} \right) \right]$$

## Interacción de partículas cargadas pesadas.

$$\delta = \begin{cases} 0 & X < X_0 \\ 4.6052X + C_0 + a(X_1 - X)^m & X_0 < X < X_1 \\ 4.6052X + C_0 & X > X_1, \end{cases}$$

$$C_0 = - \left( 2 \ln \frac{I}{h v_p} + 1 \right) \quad X = \log_{10} (\beta \gamma)$$

$$v_p = \sqrt{\frac{N_e e^2}{\pi m_e}} = \sqrt{80.617 \times 10^6 \text{ cm}^3 N_e \text{ Hz}}$$

Material	$I$ [eV]	$-C_0$	$a$	$m$	$X_1$	$X_0$
Graphite density = 2	78	2.99	0.2024	3.00	2.486	-0.0351
Mg	156	4.53	0.0816	3.62	3.07	0.1499
Cu	322	4.42	0.1434	2.90	3.28	-0.0254
Al	166	4.24	0.0802	3.63	3.01	0.1708
Fe	286	4.29	0.1468	2.96	3.15	-0.0012
Au	790	5.57	0.0976	3.11	3.70	0.2021
Pb	823	6.20	0.0936	3.16	3.81	0.3776
Si	173	4.44	0.1492	3.25	2.87	0.2014
NaI	452	6.06	0.1252	3.04	3.59	0.1203
N <sub>2</sub>	82	10.5	0.1534	3.21	4.13	1.738
O <sub>2</sub>	95	10.7	0.1178	3.29	4.32	1.754
H <sub>2</sub> O	75	3.50	0.0911	3.48	2.80	0.2400
lucite	74	3.30	0.1143	3.38	2.67	0.1824
Air	85.7	10.6	0.1091	3.40	4.28	1.742
BGO	534	5.74	0.0957	3.08	3.78	0.0456
Plastic						
Scint.	64.7	3.20	0.1610	3.24	2.49	0.1464

$$C(I, \eta) = (0.422377 \eta^{-2} + 0.0304043 \eta^{-4} - 0.00038106 \eta^{-6}) \times 10^{-6} I^2 + (3.850190 \eta^{-2} - 0.1667989 \eta^{-4} + 0.00157955 \eta^{-6}) \times 10^{-9} I^3$$

$$\eta = \beta \gamma$$



## Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

Efecto densidad: aparece porque el campo eléctrico de la partícula tiende a polarizar los átomos a su paso, apantallando el campo eléctrico «percibido» por los electrones más alejados

disminuyen las colisiones con electrones lejanos.

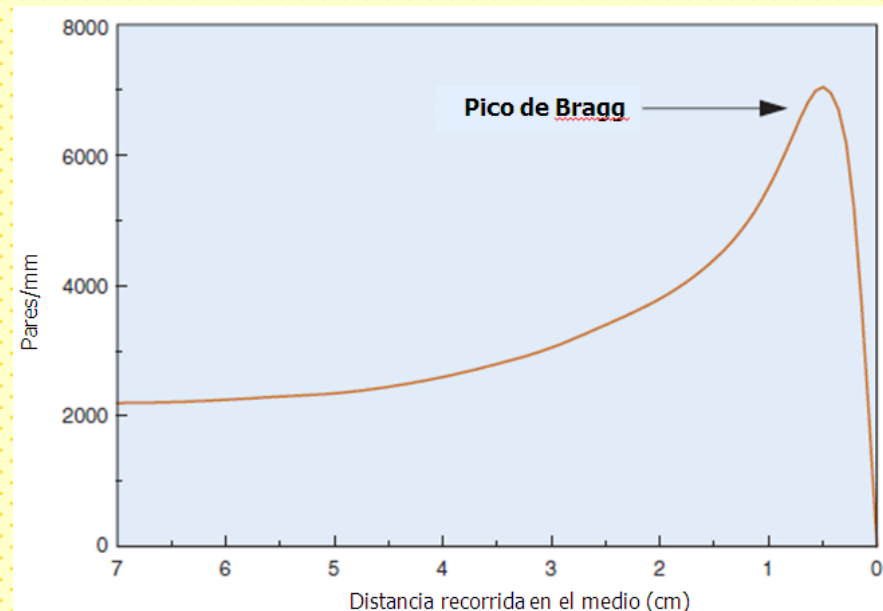
Este efecto es más importante cuando la velocidad se incrementa.  
La polarización es mayor en sólidos que en gases.

Efecto de capa: tiene en cuenta efectos que aparecen cuando la velocidad de la partícula incidente es comparable o menor que la velocidad de los electrones ligados. Fundamentalmente, electrones  $K$ . A estas energías, la suposición que el electrón es estacionario respecto de la partícula incidente pierde validez y el modelo debe ser corregido.

$C$  depende de  $E$  y  $Z$ .

## Interacción de partículas cargadas pesadas.

La pérdida de energía varía a lo largo del recorrido; alcanza un valor máximo hacia el final de la trayectoria, cuando la velocidad es baja. Luego disminuye abruptamente (neutralización de la carga positiva de la partícula).

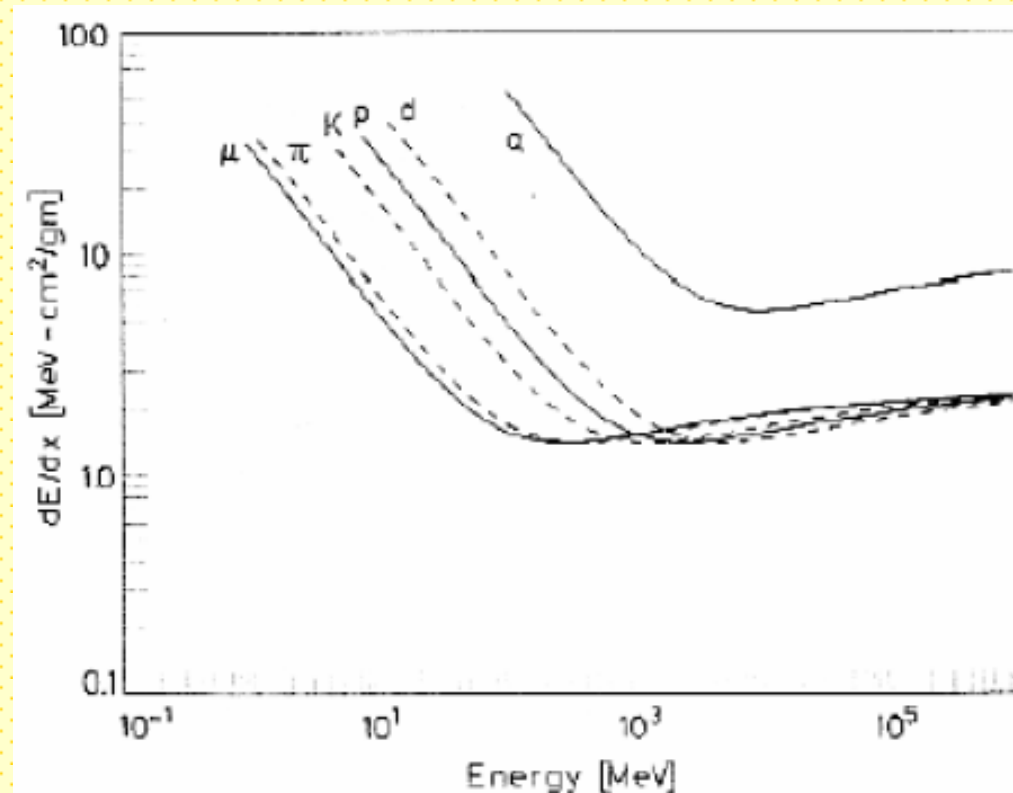


Este comportamiento es usado en aplicaciones médicas donde se debe depositar una gran dosis de radiación a una determinada profundidad con mínima afectación de los tejidos circundantes.

## Interacción de partículas cargadas pesadas.

$$-\left. \frac{dE}{dx} \right|_e = 0.1535 \text{MeVcm}^2 \text{g}^{-1} \cdot \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} - 2\beta^2 - \delta - 2 \frac{C}{Z} \right) \right]$$

Poder de frenado  $dE/dx$  como función de la energía para distintas partículas

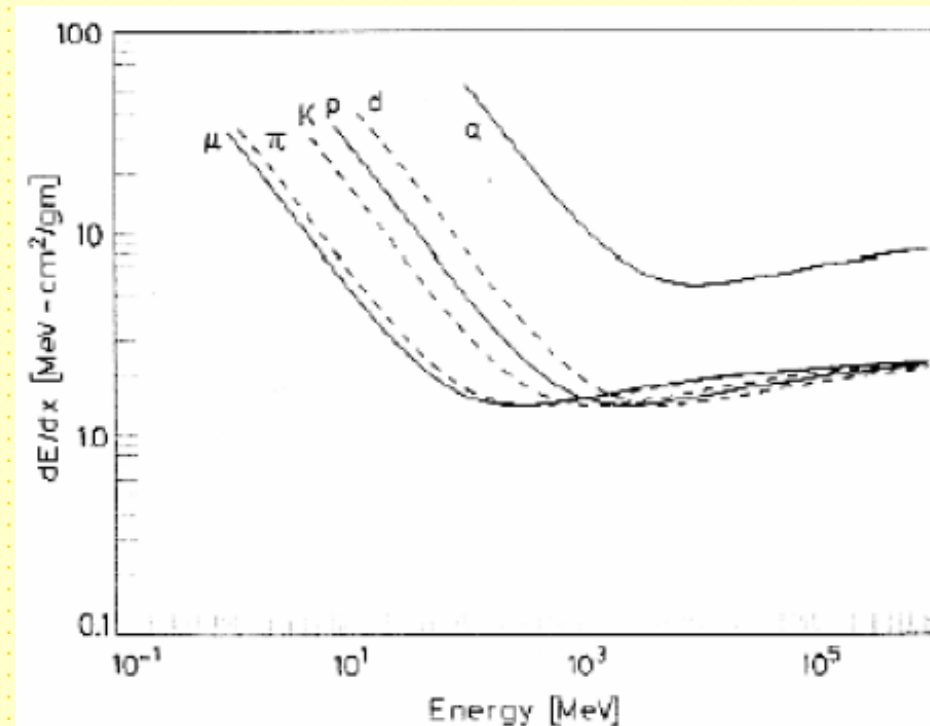


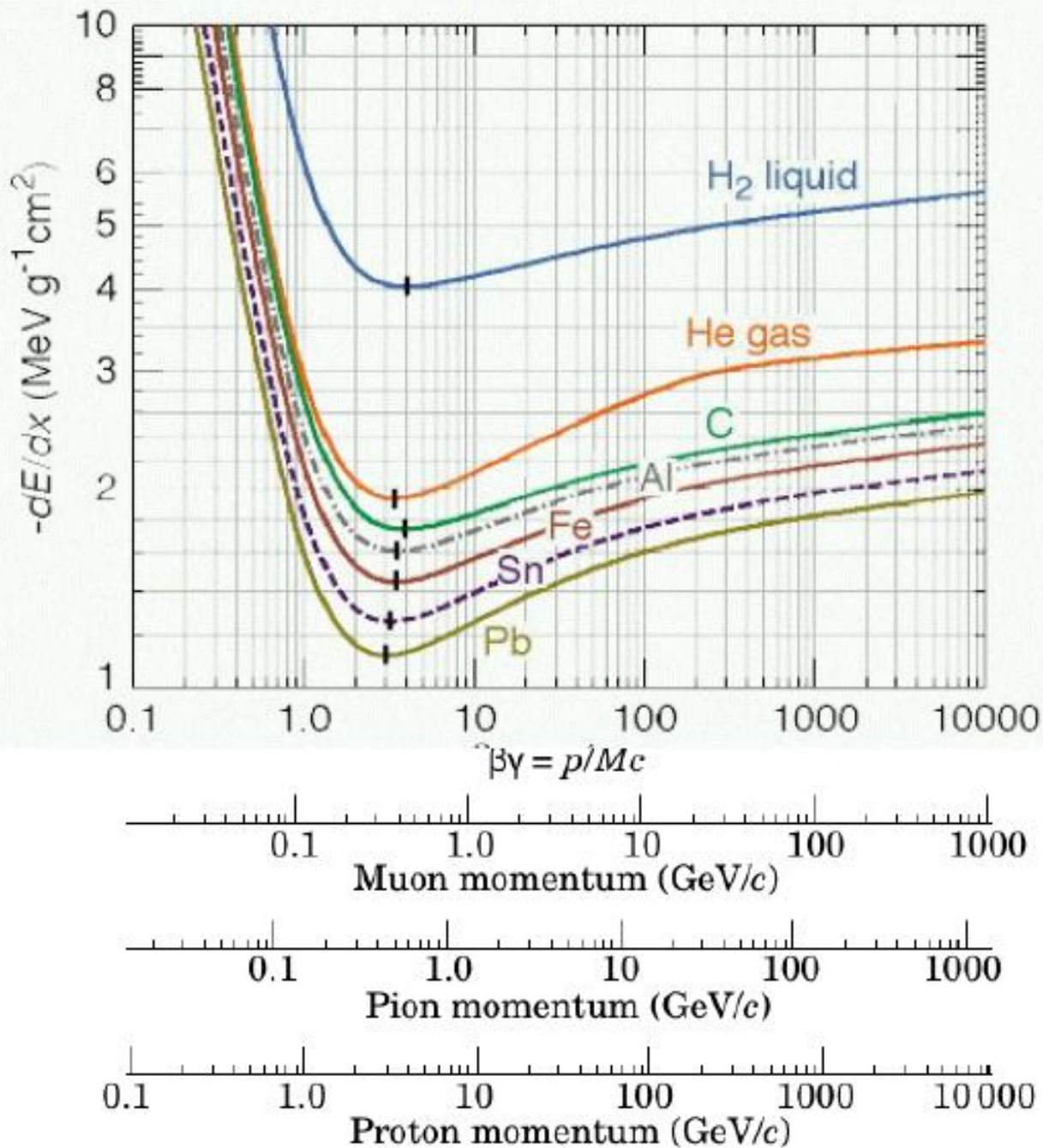
## Interacción de partículas cargadas pesadas.

$$-\left. \frac{dE}{dx} \right|_e = 0.1535 \text{MeVcm}^2 \text{g}^{-1} \cdot \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{\max}}{I^2} - 2\beta^2 - \delta - 2 \frac{C}{Z} \right) \right]$$

A energías no relativistas,  $dE/dx$  está dominada por el factor  $1/\beta^2$  y decrece con la velocidad hasta cerca de  $v=0.96 c$ , donde hay un mínimo. Hay una *ionización mínima* en este punto.

Después de este punto, el término  $1/\beta^2$  es casi constante y  $dE/dx$  crece nuevamente debido a la dependencia logarítmica de la fórmula de Bethe Bloch. Este crecimiento es cancelado por la corrección de densidad.





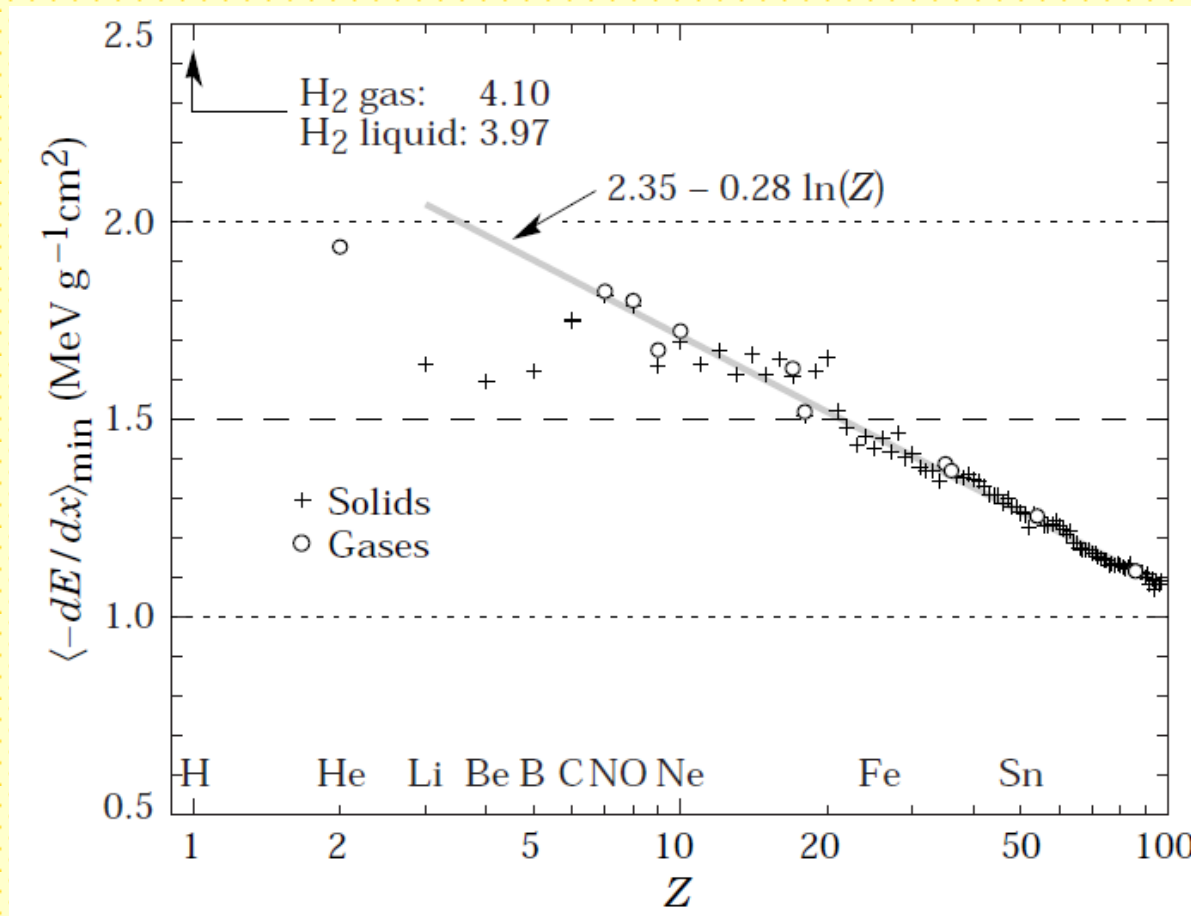
$dE/dx$  en un dado material es una función solo de  $E$ .

Excepto en H, partículas de la misma velocidad tienen similares pérdidas de energía en distintos materiales.

Ligero decrecimiento en  $dE/dx$  en función de  $Z$ .

La diferencia entre un gas (He) y los otros materiales se debe al efecto "densidad", no considerado aquí.

# Interacción de partículas cargadas pesadas.



Poder de frenado a la energía de mínima expresión en función del  $Z$  del absorbente.





# Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

## Limitaciones de la fórmula de Bethe-Bloch.

Expresión usualmente empleada en la mayoría de cálculos de  $dE/dx$

Para partículas elementales y partículas  $\alpha$  da resultados correctos, para velocidades desde la región relativista hasta  $\beta \sim 0.1$

Para  $\beta < 0.05$ , muchas de las suposiciones inherentes a la fórmula de Bethe y Bloch no son más válidas, aún con las correcciones.

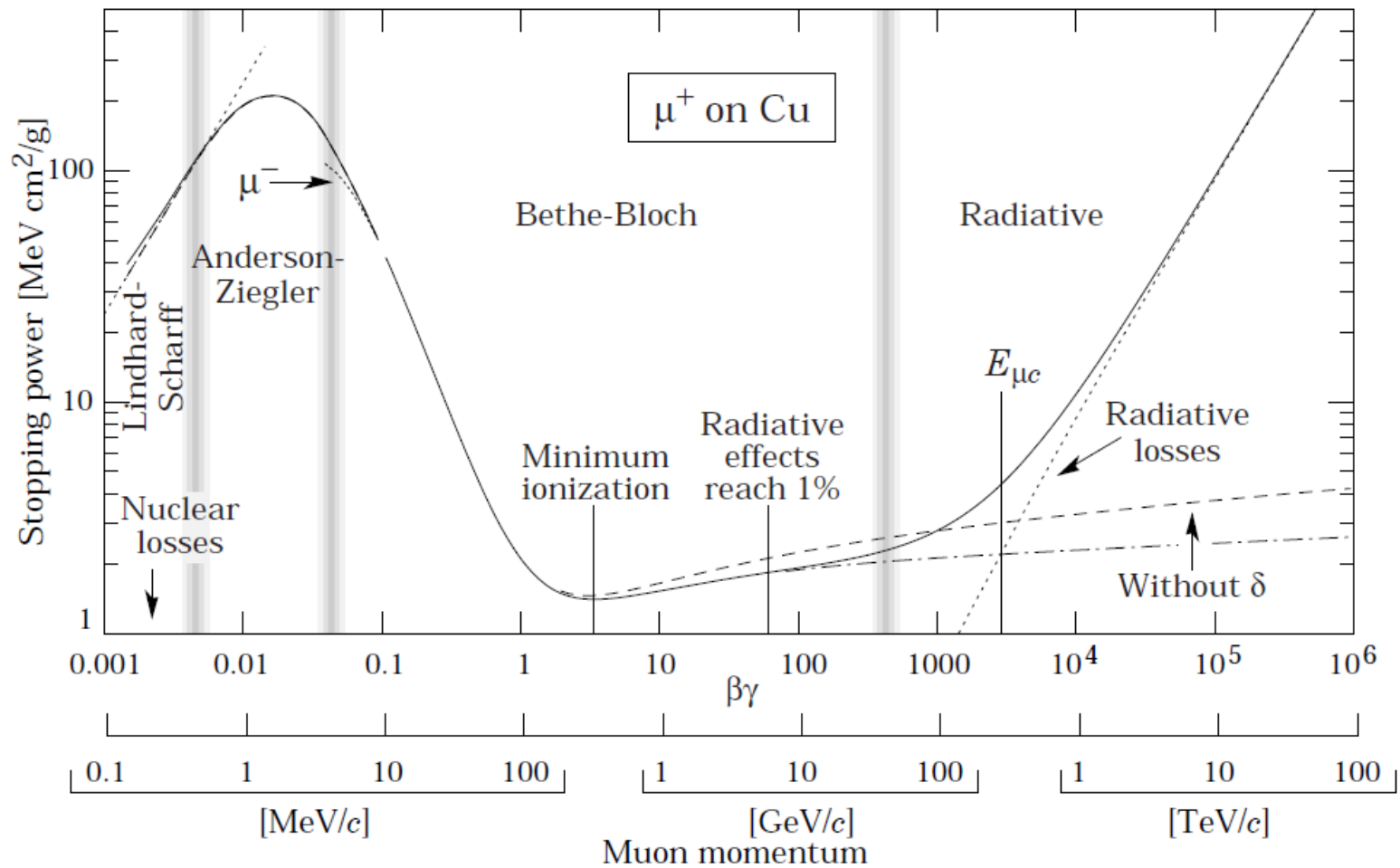
Para  $0 < \beta < 0.05$  no hay aún una teoría satisfactoria para protones

Para núcleos pesados esto es todavía peor, debido a efectos de captura de electrones. Para este rango de velocidades existen en la literatura algunas fórmulas empíricas.

Debajo de  $\beta \sim 0.01$ , una exitosa explicación para la pérdida de energía es dada por la teoría de Lindhard.



# Interacción de partículas cargadas pesadas.





# Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

## Escaleo de la fórmula de Bethe-Bloch

En el mismo medio material, la fórmula de Bethe-Bloch puede escribirse de la forma

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 f(\beta)$$

$f(\beta)$  es una función que depende sólo de la velocidad de la partícula. Por lo tanto, la energía perdida, dado cualquier material, depende solo de la carga y de la velocidad de la partícula. Ya que la energía cinética es  $T = (1-\gamma)Mc^2$ , la velocidad es una función de  $T/M$ , tal que  $\beta = f'(T/M)$ . Entonces:

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 f'\left(\frac{T}{M}\right)$$

La energía perdida por una partícula de masa  $M_2$ , carga  $z_2$  y energía  $T_2$  en el mismo material

$$-\frac{dE_2}{dx}(T_2) = -\frac{z_2^2}{z_1^2} \frac{dE_1}{dx}\left(T_2 \frac{M_1}{M_2}\right)$$



# Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

## Poder de frenado másico

Es conveniente expresar  $dE/dx$  en unidades de espesor másico.

$$-\frac{dE}{d\varepsilon} = -\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = z^2 \frac{Z}{A} f(\beta, I)$$

$$d\varepsilon = \rho dx$$

Para elementos con  $Z$ 's no demasiado diferentes,  $Z/A$  e  $I(Z)$  varían muy poco, por lo cual

**$dE/d\varepsilon$  es casi independiente del tipo de material.**

Ejemplo: protones de 10 MeV perderán la misma cantidad de energía en 1 gr/ cm<sup>2</sup> de Cu que en el mismo espesor másico de Al, Fe, etc.

$dE/d\varepsilon$  en lugar de  $dE/dx$  de utilidad para el caso de absorbentes formados por mas de un elemento.



## Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

La fórmula de Bethe Bloch que estudiamos que hemos visto se aplica a elementos puros.

Para mezclas y compuestos, si se desean valores precisos de la pérdida de energía por unidad de camino se deben realizar medidas de  $dE/d\varepsilon$ .

Alternativa. Regla de Bragg

Promediar los potenciales de frenado de los elementos individuales en el compuesto.

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \frac{w_1}{\rho_1} \left( \frac{dE}{dx} \right)_1 + \frac{w_2}{\rho_2} \left( \frac{dE}{dx} \right)_2 + \dots$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \sum_j \frac{w_j}{\rho_j} \left( - \frac{dE}{dx} \right)_j$$

$w_j$  y  $\rho_j$  son la fracción y densidad del elemento  $j$ .

$$w_i = \frac{a_i A_i}{A_m}$$

$a_i$  y  $A_i$  son el número de átomos y el peso atómico del elemento  $i$  en la molécula  $M$

$$A_m = \sum a_i A_i$$



## Interacción de partículas cargadas pesadas.

---

De esta forma podemos definir valores efectivos para  $Z$ ,  $A$ ,  $I$ , etc., que pueden ser usados directamente en la ecuación de Bethe-Bloch

$$Z_{eff} = \sum a_i Z_i$$

$$A_{eff} = \sum a_i A_i$$

$$\ln I_{eff} = \sum \frac{a_i Z_i \ln I_i}{Z_{eff}}$$

$$\delta_{eff} = \sum \frac{a_i Z_i \delta_i}{Z_{eff}}$$

$$C_{eff} = \sum a_i C_i$$



# Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.

---

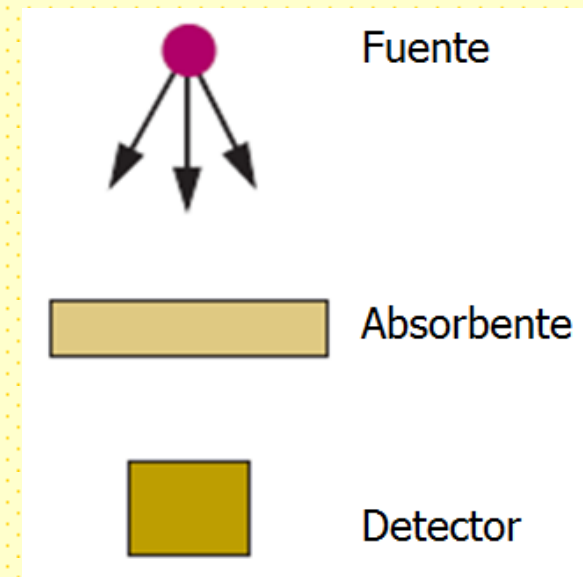
Una cuestión que resulta de interés es:

Dada una partícula y un absorbente ¿Cuanto penetra dicha partícula en el medio antes de perder toda su energía?

Esta distancia se denomina *rango*.

Depende del tipo de material, tipo de partícula y su energía.

Experimentalmente, el cociente entre partículas transmitidas a partículas incidentes.





## Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.

---

El rango se puede calcular integrando la pérdida de energía por unidad de camino:

$$R(E) = \int_E^0 \left( -\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE$$

Esta relación permite obtener en forma aproximada la distancia recorrida por la partícula en el medio en el caso en que no se produzcan dispersiones múltiples. Dado que la probabilidad de que ocurran estas interacciones es pequeña, esta expresión es una muy buena aproximación para el alcance medio de una partícula.

Es de destacar que el alcance calculado de esta forma resulta menor que la distancia recorrida por la partícula dentro del material.



## Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.

---

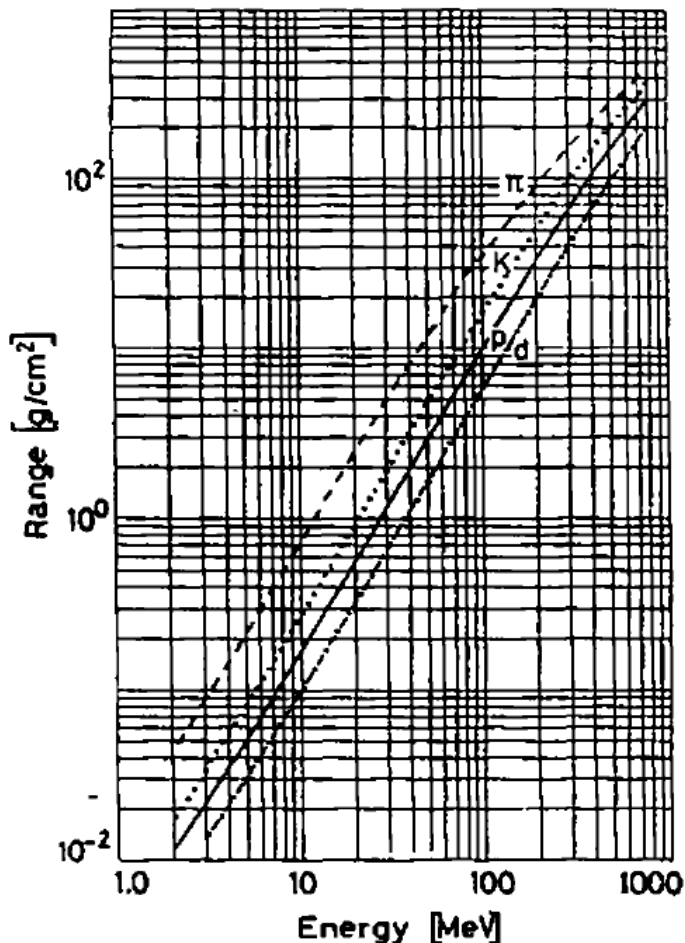
Dado que la fórmula de Bethe-Bloch tiene un rango de validez, en la práctica se usa una fórmula semiempírica.

$$R(T_0) = R_0(T_{\min}) + \int_{T_{\min}}^{T_0} \left( \frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE$$

$T_{\min}$  es la mínima energía a la cual  $dE/dx$  es válida y  $R_0(T_{\min})$  es una constante que da cuenta del rango durante la pérdida de energía remanente.



# Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.



Rango calculado para diferentes partículas pesadas en Al.

De la relación lineal en el gráfico  $R \propto E^b$

Que se puede deducir de:

$$-dE/dx \propto \beta^{-2} \propto T^{-1}$$

Integrando:

$$R \propto T^2$$

Un ajuste más afinado, en este rango de energía, da:

$$R \propto T^{1,75}$$



## Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.

---

Se puede estimar el alcance en aire de partículas alfa a partir de fórmulas empíricas. Ejemplo:

$$R_{\text{aire}}(E) = 0,318 E^{3/2}$$

De estas ecuaciones puede verse que el alcance en un sólido es del orden de una diezmilésima del alcance en aire.

**Partículas pesadas:** el alcance coincide con la longitud de la trayectoria, ya que ésta es muy aproximadamente rectilínea.

**Electrones:** la trayectoria es muy errática y zigzagueante, por lo que el alcance resulta ser muy inferior a la longitud de la trayectoria.

Relaciones rango -energía de este tipo son extremadamente útiles y proveen de un medio simple para determinar la energía de partículas.

Son muy útiles para obtener una primera estimación del tamaño de un detector a ser utilizado en algún experimento o en determinar el espesor de un blindaje para la radiación.



## Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.

$$R_{\text{aire}}(E) = 0,318 E^{3/2}$$

Para un medio dado (misma partícula):

$$R_x = R_{\text{air}} \left( \frac{\rho_{\text{air}} \sqrt{A_x}}{\rho_x \sqrt{A_{\text{air}}}} \right)$$

En general, Para la misma partícula en diferentes materiales (regla de Bragg-Kleeman):

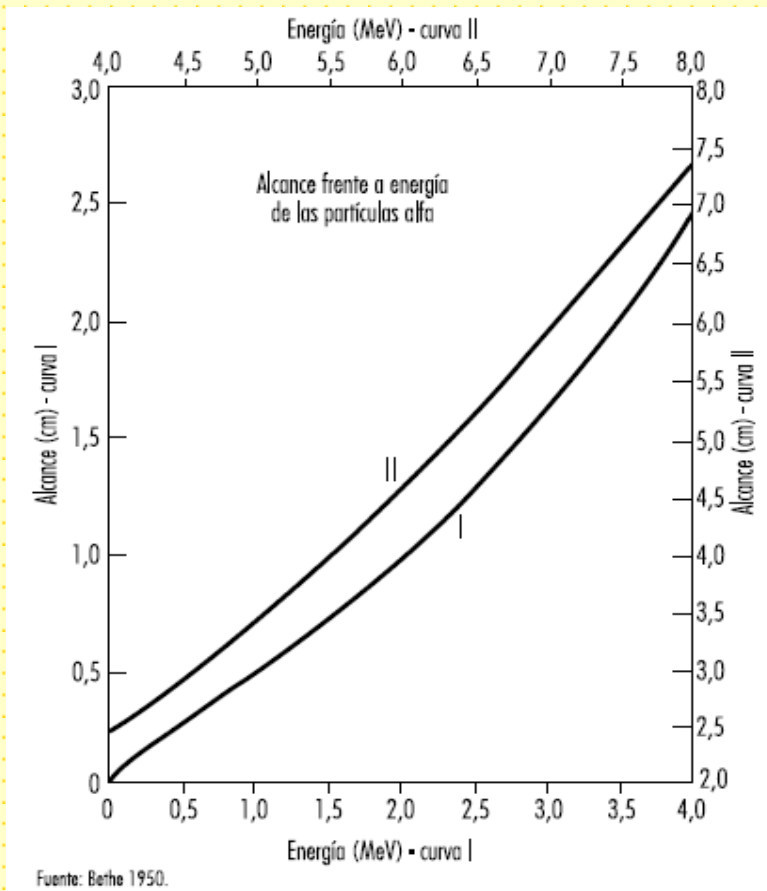
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2 \sqrt{A_1}}{\rho_1 \sqrt{A_2}}$$

Para compuestos:

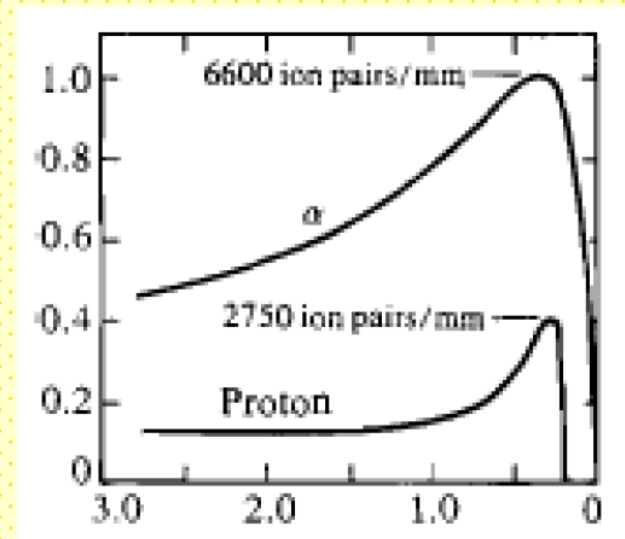
$$R_{\text{comp}} = \frac{A_{\text{comp}}}{\sum \frac{a_i A_i}{R_i}}$$

donde  $A_{\text{comp}}$  es el peso molecular del compuesto,  $A_i$  y  $R_i$  son el peso atómico y rango del  $i$ -ésimo elemento constituyente y  $a_i$  es el número de átomos del elemento "i" en la molécula del compuesto.

# Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.



Relación entre rango y energía de partículas alfa lentas en el aire a 15 y 760 mm de Hg.



Curva de Bragg para  $\alpha$  y protones en aire (en cm).



# Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.

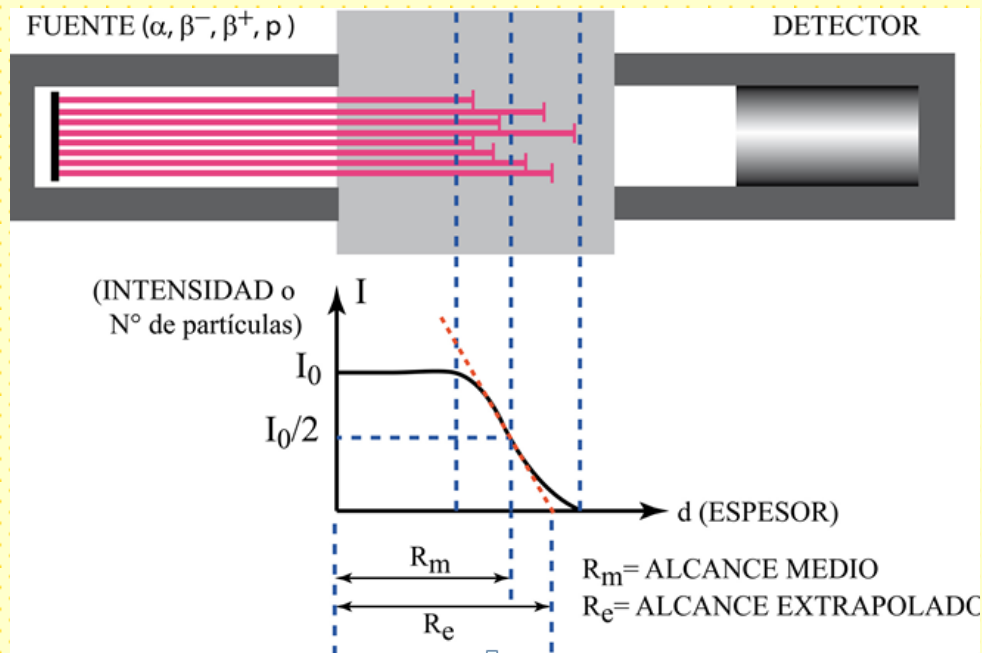
Escaleo:

$$R_2(T_2) = \frac{M_2 z_1^2}{M_1 z_2^2} R_1\left(T_2 \frac{M_1}{M_2}\right)$$

Rango en aire (cm)	Energía (MeV)	R en Al (mg/cm <sup>2</sup> )	R en Cu (mg/cm <sup>2</sup> )	R en Ag (mg/cm <sup>2</sup> )	R en Pb (mg/cm <sup>2</sup> )
1	2	1,7	2,2	2,7	3,3
2	3,5	3,4	4,4	5,4	6,7
5	6,3	8,4	11,2	13,4	18
10	9,7	17	22	27	34,5
100	37	168	224	268	303
1000	132	1680	2240	2680	2500

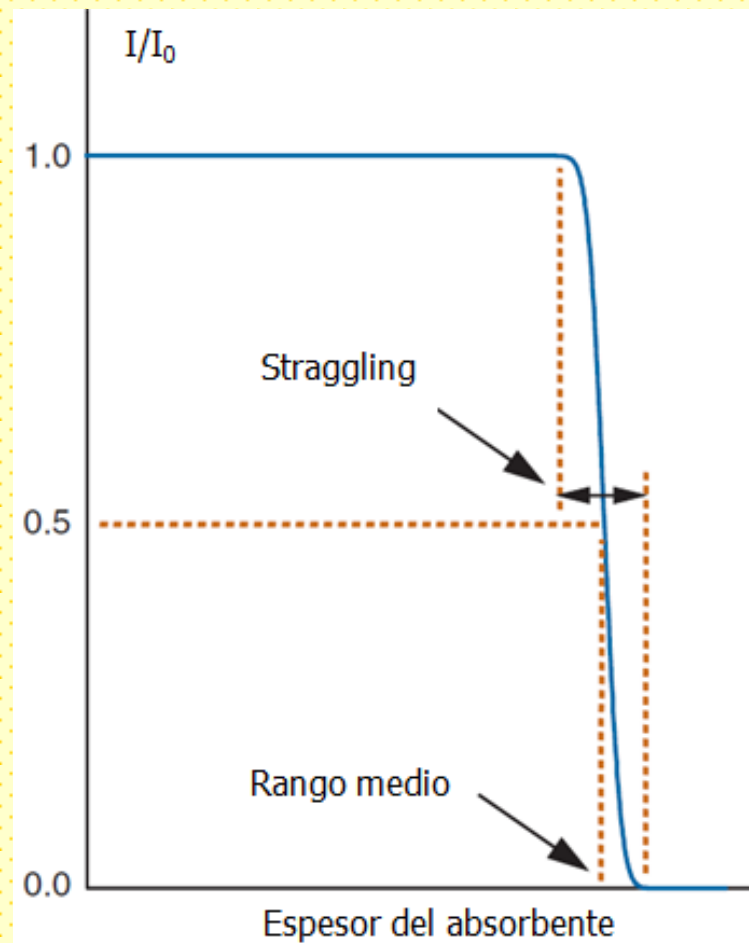
# Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.

Experimentalmente, el alcance puede determinarse haciendo pasar un haz de partículas (con la energía deseada) a través de diferentes espesores del material en estudio y midiendo la relación entre partículas incidentes y partículas transmitidas.

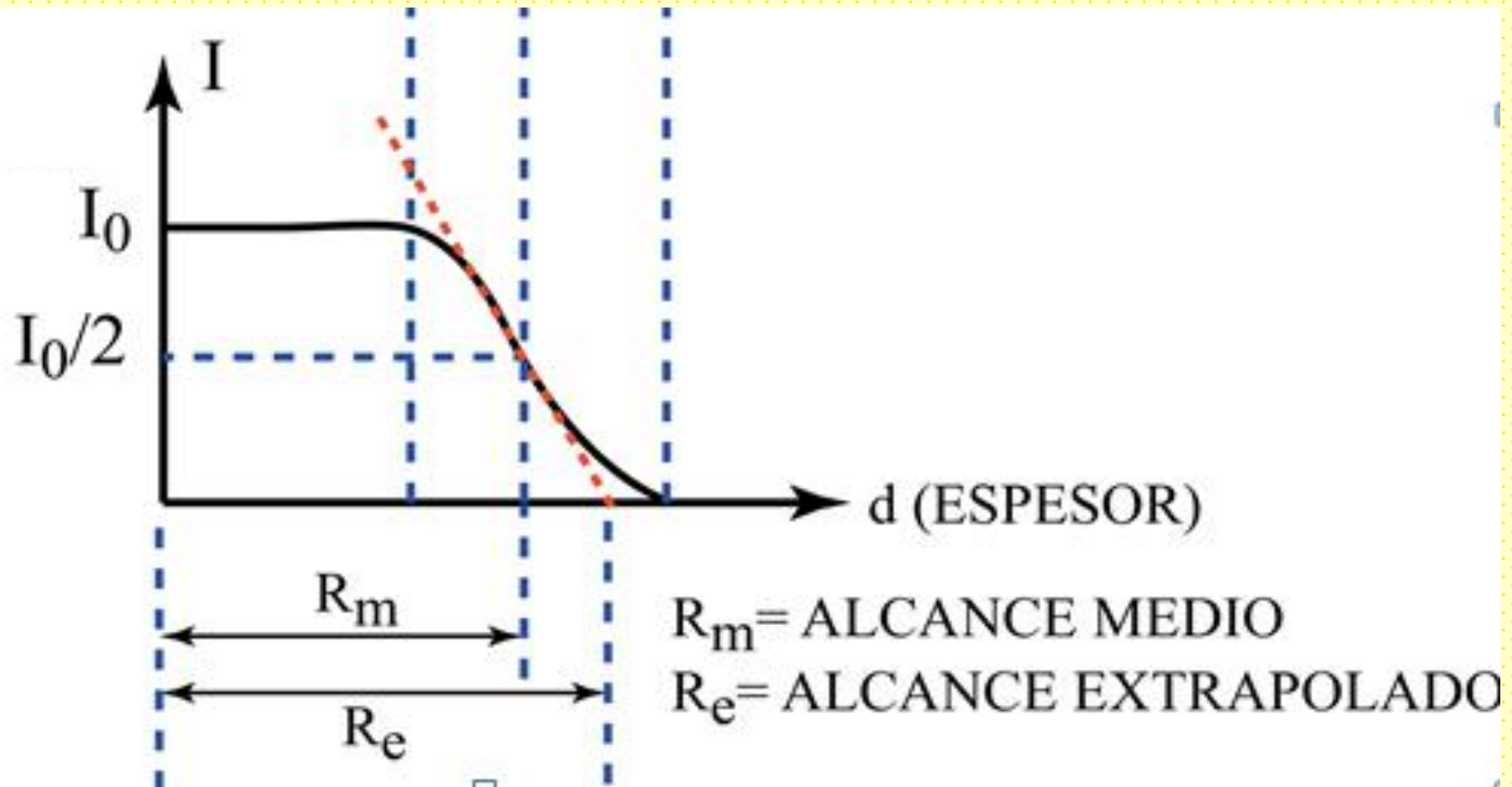


La forma de la curva se debe a que la pérdida de energía es de **naturaleza estadística**.

# Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.



# Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.







## Interacción de partículas cargadas pesadas. Rango.

---

Las partículas  $\alpha$  tienen rangos muy cortos en el aire, así como en tejidos blandos y otros materiales sólidos.

Esto significa que constituyen un riesgo casi insignificante como una fuente de radiación externa. Sólo unos pocos centímetros de aire, una hoja de papel o un guante de goma proporciona una protección adecuada.

Incluso partículas  $\alpha$  que alcanzan solo atraviesan la capa más superficial de la misma.

los emisores  $\alpha$  se convierten en un peligro radiológico solamente cuando es ingerido; entonces, debido a su alta densidad de ionización, se vuelven de alto riesgo radiológico..



## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

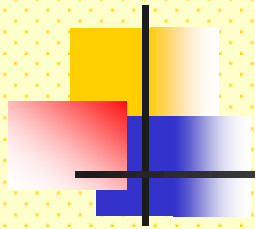
Las partículas beta son mucho más penetrantes que las partículas pesadas.

Una partícula alfa de 3 MeV tiene un alcance en aire de 2,8 cm y produce alrededor de 4000 pares iónicos por mm de recorrido.

Una partícula beta de igual energía tiene un alcance en aire de unos 100 cm y produce 4 pares iónicos por mm.

En el caso de partículas livianas el alcance no está tan bien definido como en las pesadas, por dos razones:

- Las trayectorias no son rectas.
- Las partículas beta provenientes de una fuente radiactiva no son monoenergéticas.



Al igual que las partículas pesadas, los electrones y los positrones sufren pérdida de energía por colisiones cuando atraviesan la materia.

➤ Interacción con los átomos y núcleos.

procesos más complicados:

- desviaciones

- ionizaciones

- radiación

Las probabilidades relativas para la interacción por alguno de estos tres procesos varían fuertemente con la energía de la partícula beta incidente y, en menor medida, con la naturaleza del medio absorbente.



## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

Debido a su pequeña masa, la pérdida de energía por frenado se vuelve un factor importante.

A energías de unos pocos MeV: poco relevante.

Al crecer la energía de la partícula incidente, la probabilidad de Bremsstrahlung crece rápidamente, hasta llegar a una energía crítica para la cual la pérdida de energía por este proceso es comparable a la pérdida por colisiones.

Por encima de esta energía, las pérdidas por radiación son las dominantes.

**La pérdida de energía por radiación es el proceso más importante para absorbentes con elementos de Z alto.**



## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

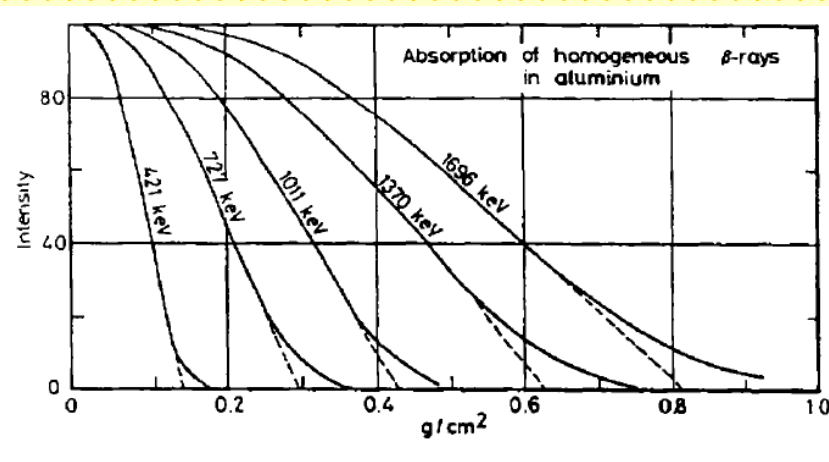
Una partícula beta puede también ser dispersada elásticamente en el campo Coulombiano de un átomo.

Dado que el átomo es mucho más pesado que el electrón o el positrón, no hay prácticamente transferencia de energía en este proceso.

Puede tener lugar un **cambio significativo en la dirección de la partícula beta**. Este efecto es importante ya que la trayectoria efectiva o alcance medio se acorta al ser "tortuosa" la trayectoria.

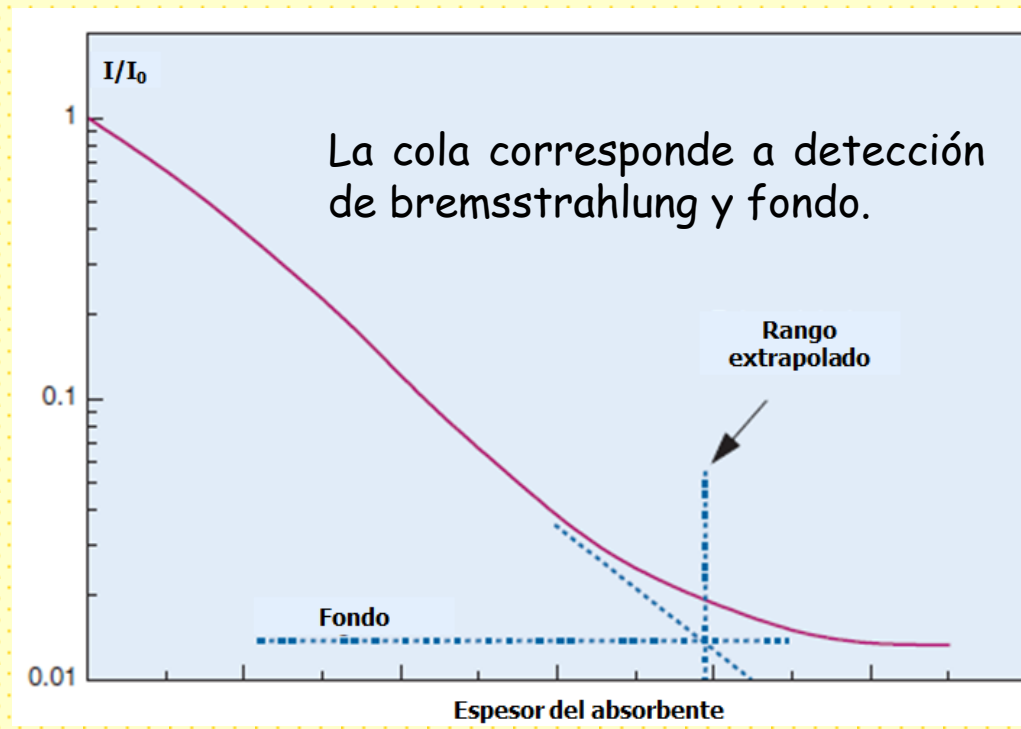
# Interacción de partículas $\beta$ con la materia

Un experimento de transmisión con partículas  $\beta$  da como resultado una curva ( $\beta$  en Al):



Curva de transmisión se traza en escala semilogarítmica: disminución más o menos lineal hasta que gradualmente se fusiona con una cola larga y plana.

El rango está determinado por la energía máxima de electrones en el haz.



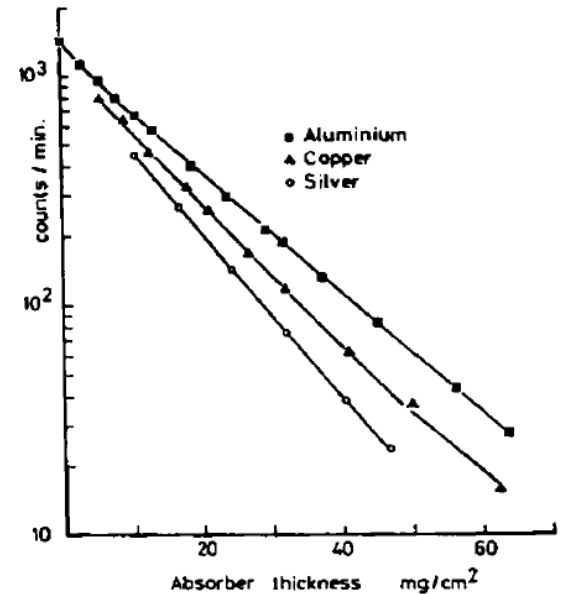
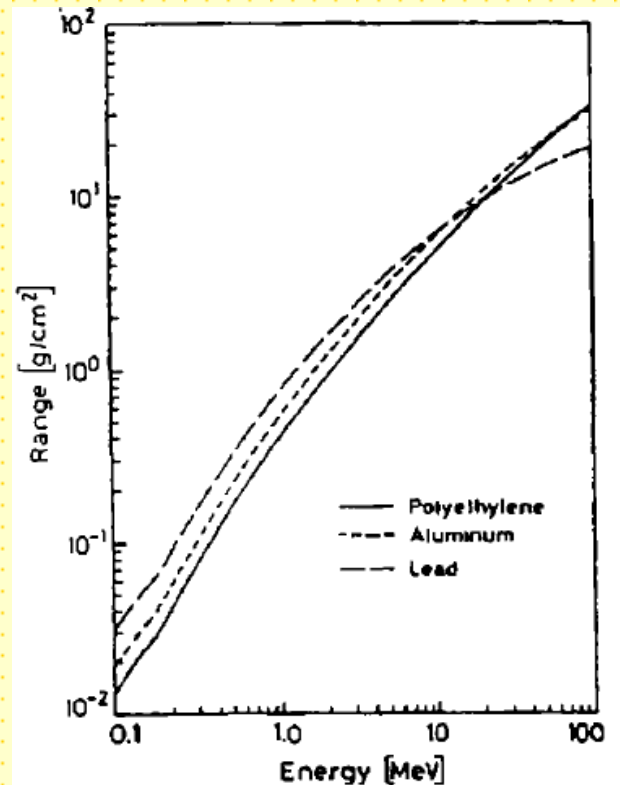
# Interacción de partículas $\beta$ con la materia

Se encuentra que el rango extrapolado es inversamente proporcional a la densidad  $\rho$  del material absorbente.

El rango extrapolado en diferentes elementos. Cuando se expresan en  $\text{g/cm}^2$ , son prácticamente idénticos.

$$R_e (\text{g/cm}^2) = R_e (\text{cm}) \times \rho (\text{g/cm}^3)$$

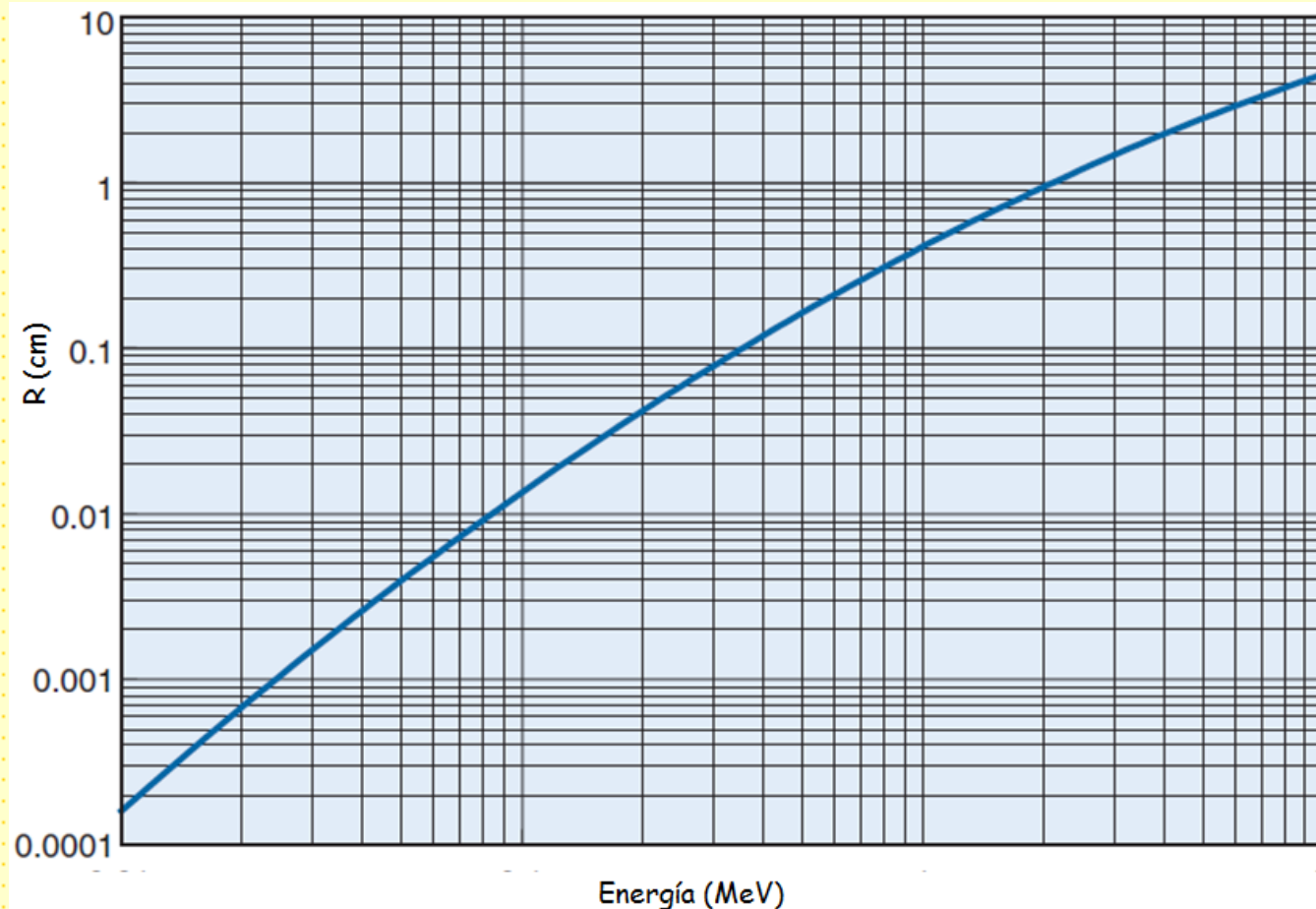
$$R_e (\text{cm}) = R_e (\text{g/cm}^2) / \rho (\text{g/cm}^3)$$



# Interacción de partículas $\beta$ con la materia

Rango de electrones en agua.

Como la densidad del agua es  $1 \text{ g/cm}^3$ , Se puede obtener el rango en cualquier material dividiendo el valor numérico por la densidad del medio en estudio.







## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

El camino recorrido es hasta cuatro veces mayor que el rango. Algunas fórmulas empíricas para el rango.

$$0,01 \text{ MeV} \leq E \leq 3 \text{ MeV} \quad R \text{ (mg/cm}^2\text{)} = 412 E^n \quad n = 1,265 - 0,954 \ln (E)$$

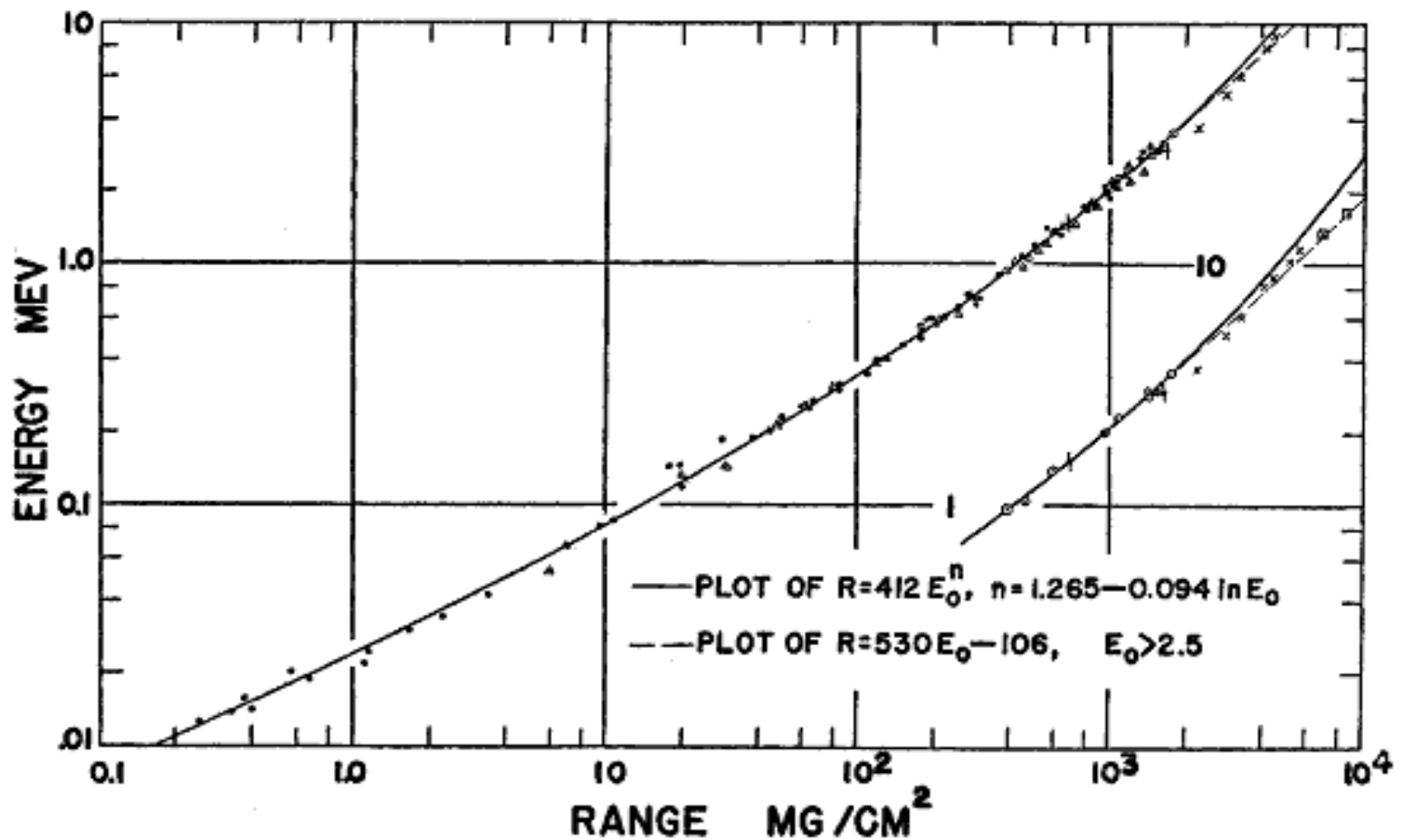
$$1 \text{ MeV} \leq E \leq 20 \text{ MeV} \quad R \text{ (mg/cm}^2\text{)} = 530 E - 106$$

Rango medio (espesor del material para el cual  $I/I_0=0.5$ ).

$$\bar{D}_{1/2} \text{ (cm)} \approx 0.108 \times [E_{\beta}^{\text{max}}]^{1.14} / \rho \text{ (g/cm}^3\text{)}$$

El rango medio de positrones juega un papel importante en las imágenes obtenidas a partir de radionucleidos emisores de positrones, ya que establece un límite fundamental en la resolución espacial obtenible.

# Interacción de partículas $\beta$ con la materia





## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

Radionuclide	$E_{\beta}^{max}$ (MeV)	Extrapolated Range (cm) in			Average Range (cm) in
		Air	Water	Aluminum	Water
$^3\text{H}$	0.0186	4.5	0.00059	0.00022	—
$^{11}\text{C}$	0.961	302	0.39	0.145	0.103
$^{14}\text{C}^{\dagger}$	0.156	21.9	0.028	0.011	0.013
$^{13}\text{N}$	1.19	395	0.51	0.189	0.132
$^{15}\text{O}$	1.723	617	0.80	0.295	0.201
$^{18}\text{F}$	0.635	176	0.23	0.084	0.064
$^{32}\text{P}$	1.70	607	0.785	0.290	0.198
$^{82}\text{Rb}$	3.35	1280	1.65	0.612	0.429

El rango en tejidos blandos es muy similar al rango en agua.



## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

**Dispersión inelástica.** En este caso, y similarmente al de las partículas cargadas pesadas, las partículas beta al atravesar el medio absorbente pueden **excitar o ionizar** los átomos del material por acción Coulombiana, depositando su energía a lo largo de su trayectoria.

Proceso de pérdida de energía dominante para energías por debajo del límite para el frenado por radiación.

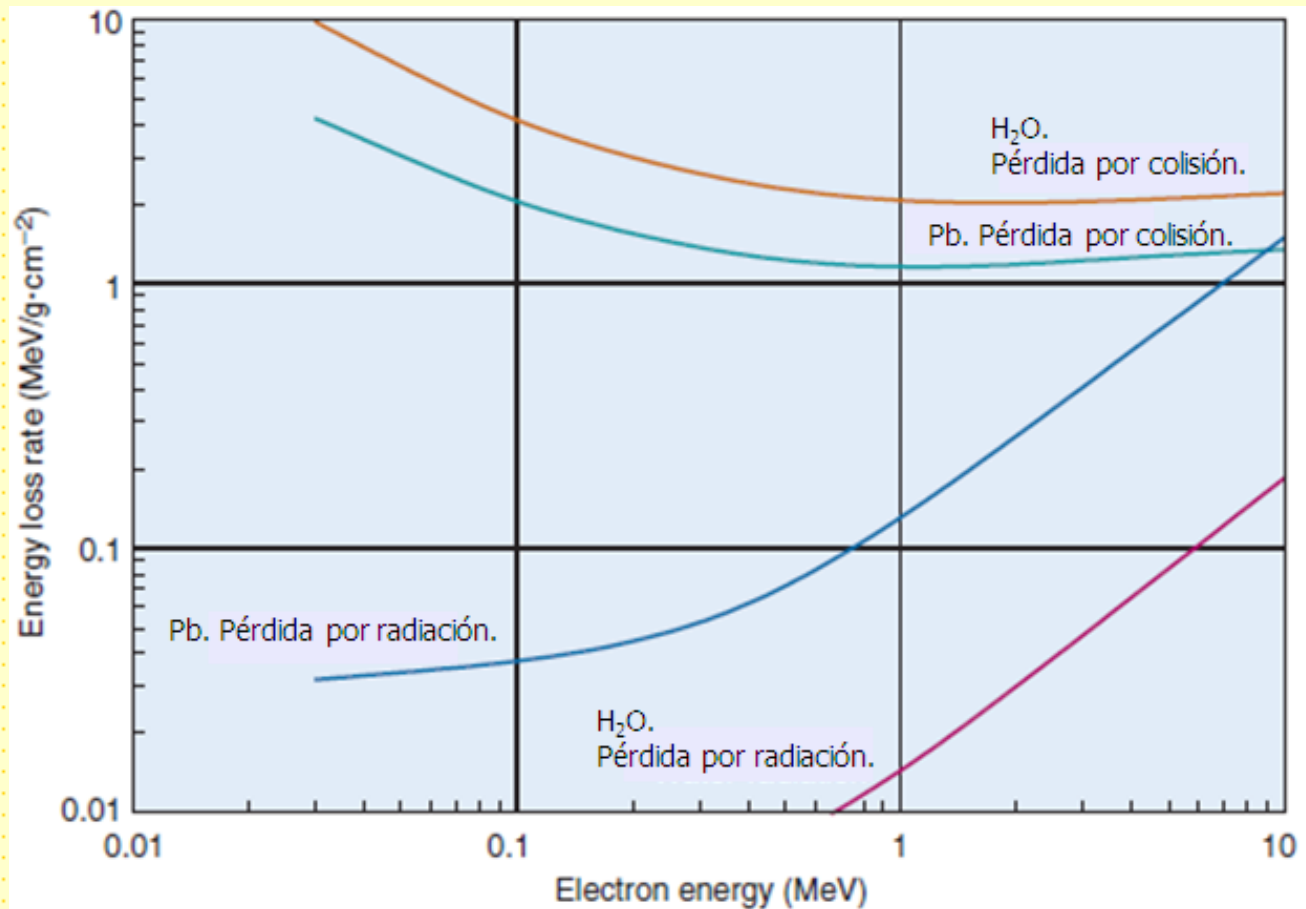
La pérdida de energía se puede escribir como la suma de dos términos:

$$\frac{dE}{dx} = \left. \frac{dE}{dx} \right|_{rad} + \left. \frac{dE}{dx} \right|_{col}$$

*Bremsstrahlung*

*Bethe - Bloch*

# Interacción de partículas $\beta$ con la materia





## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

El cálculo del poder de frenado y el análisis en el caso de partículas livianas es similar al caso de partículas pesadas pero las fórmulas de Bohr y Bethe y Bloch deben ser modificadas para tener en cuenta la trayectoria no rectilínea de las partículas livianas.

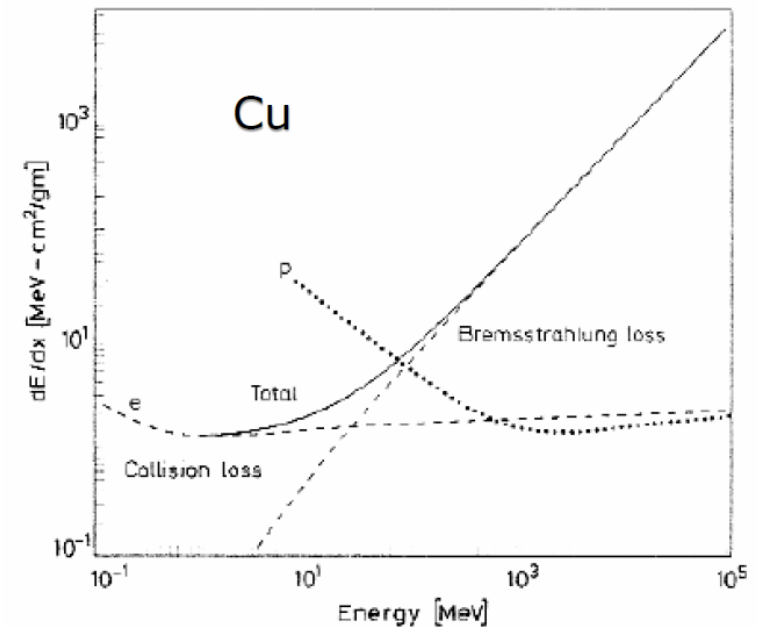
$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{\text{colisión}} = 2\pi N_a r_0^2 m_0 c^2 \rho \frac{Z z^2}{A \beta^2} \left[ \ln \left( \frac{(\tau+2)\tau^2}{2(I/m_0c^2)^2} \right) + f(\tau) - \delta - 2\frac{C}{Z} \right]$$

$\tau$  es la energía de la partícula incidente en unidades de  $m_0c^2$  ( $E/m_0c^2$ ).

$$f(\tau) = 1 - \beta^2 + \frac{\tau^2}{8} - \frac{2(2\tau+1)\ln 2}{(\tau+1)^2} \quad (\text{electrones})$$

$$f(\tau) = 2\ln 2 - \frac{\beta^2}{12} \left( 23 + \frac{14}{(\tau+2)} + \frac{10}{(\tau+2)^2} + \frac{4}{(\tau+2)^3} \right) \quad (\text{positrones})$$

# Interacción de partículas $\beta$ con la materia



la **pérdida por colisiones** varía en forma logarítmica con  $E$  y linealmente con  $Z$ .

La **pérdida por radiación** se incrementan linealmente con  $E$  y cuadráticamente con  $Z$ , lo cual explica el rápido crecimiento de las pérdidas por radiación.

Ejemplo.

Pb ( $Z=82$ ): la pérdida de energía por radiación resulta importante incluso para energías de 1 MeV.

Al ( $Z=13$ ): la radiación de frenado supone sólo un pequeño porcentaje de la energía de la partícula.

Por esta razón no se emplea Pb para blindar fuentes beta de alta actividad, ya que se produce una elevada emisión de radiación (rayos X). El Al, donde las partículas beta pierden gran parte de su energía en choques inelásticos con los electrones orbitales produciendo ionización, resulta ser un blindaje adecuado para este tipo de radiación.



## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

$$\left( -\frac{dE}{dx} \right)_{\text{radiación}} / \left( -\frac{dE}{dx} \right)_{\text{colisión}} = \frac{E(Z+1,2)}{800 \text{ MeV}}$$

Se puede deducir la energía crítica a partir de la cual el Bremsstrahlung se vuelve importante (cuando la relación entre pérdidas por radiación y colisión se vuelve igual o mayor a 1).

### Energía crítica de algunos materiales.

<i>Material</i>	<i>energía crítica (MeV)</i>
Pb	9,51
Al	51,0
Fe	27,4
Cu	24,8
Aire	102
lucite	100
polyestireno	109
NaI	17,4
antraceno	105
H <sub>2</sub> O	92





# Interacción de partículas $\beta$ con la materia

Un concepto muy empleado es el de **distancia de radiación**.

**Distancia en la cual la energía de una partícula beta es reducida a 1/e de su valor inicial sólo por pérdidas por radiación.**

$$E(x) = E e^{-x/L}$$

Una aproximación para  $L$  en un material de número atómico  $Z$  y número másico  $A$  es:

$$L = \frac{716,4 \text{ g / cm}^2 A}{Z(Z+1) \ln(287 / \sqrt{Z})}$$

$$\frac{1}{\rho L} = \sum_j \frac{w_j}{\rho_j} \left( \frac{1}{L_j} \right)$$

(mezcla de absorbentes)

**Longitud de radiación  $L$  para diferentes materiales absorbentes**

<i>material</i>	<i>L (cm)</i>
Pb	0,56
Al	8,9
Fe	1,76
Cu	1,43
aire	30050
poliestireno	42,9
H <sub>2</sub> O	36,1
NaI	2,59



## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

Debido a la trayectoria sinuosa de estas partículas en un medio absorbente, **el alcance real es muy diferente al calculado a partir de la integración de la expresión para  $-(dE/dx)$** , resultando la diferencia entre el valor calculado para el alcance y el real de entre un 20 % y un 400 %, dependiendo de la energía de la partícula y del material absorbente.

Es posible determinar el alcance en un material a partir del conocimiento del alcance en otro medio mediante la siguiente relación empírica:

$$R_1 \rho_1 = R_2 \rho_2$$



## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

En toda la discusión no se ha hecho diferencia entre electrones y positrones.

Ambas partículas siguen el mismo proceso de frenado, salvo al final de su trayectoria.

Siendo los positrones antimateria, no pueden existir por mucho tiempo en un mundo de materia.

En virtud de que tienen carga positiva, se asocian temporalmente a un electrón del material, formando un par electrón-positrón llamado **positronio**, que tiene una vida media del orden de  $10^{-10}$  s. En este estado el electrón y el positrón giran uno alrededor del otro.

Finalmente, las dos partículas se aniquilan emitiendo radiación, dos rayos  $\gamma$ . Dado que las masas del electrón y del positrón son de 0,511 MeV cada una, estos rayos gamma poseen una energía de 0,511 MeV. Esta radiación se denomina **radiación de aniquilación**.

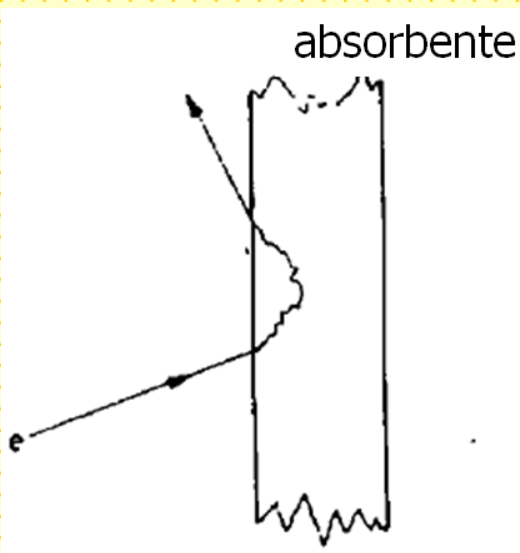


## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

Debido a su pequeña masa, los electrones pueden sufrir fuertes deflexiones al dispersarse contra los núcleos.

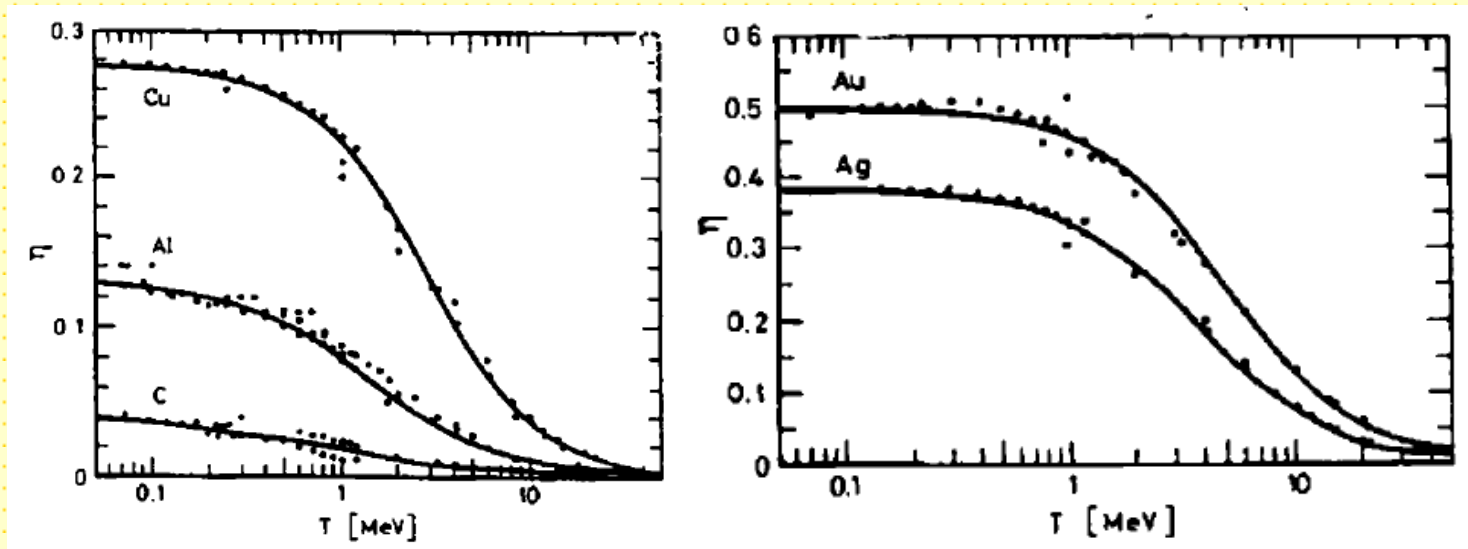
Pueden incluso cambiar de dirección de ser retrodispersados y salir del absorbente.



### **Coeficiente de retrodispersión o albedo:**

número de electrones retrodispersados relativo al número de electrones incidentes.

## Interacción de partículas $\beta$ con la materia



El coeficiente de retrodispersión es muy importante en la detección de electrones, ya que dependiendo de la geometría y la energía del electrón incidente, una fracción de los mismos puede «escapar» del detector antes de producir una señal. Esta pérdida puede llegar al 80%.



# Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

## Efecto Cerenkov

Ocurre cuando una partícula cargada viaja en un medio a una velocidad mayor que la velocidad de la luz en ese medio.

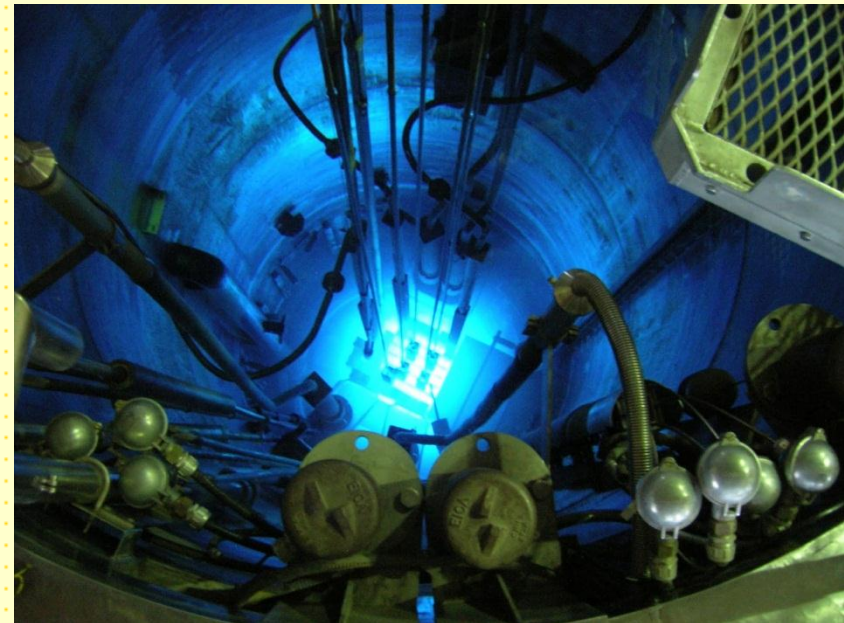
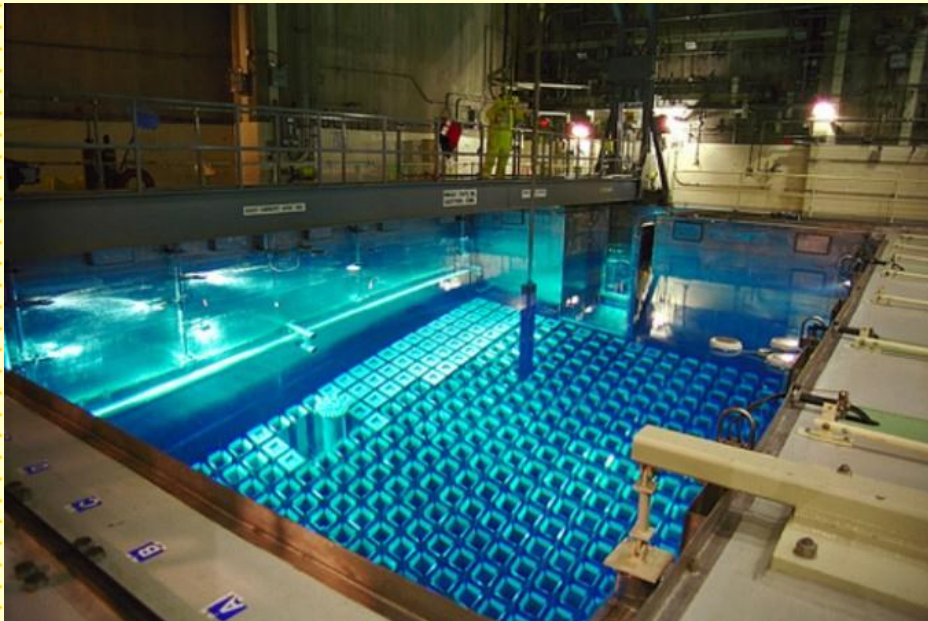
OJO: La restricción de que una partícula no puede viajar más rápido que la velocidad de la luz se aplica a la velocidad de la luz en el vacío ( $c \approx 3 \times 10^8$  m/s).

Una partícula  $\beta$  de 1 MeV viaja en agua con una velocidad de  $v \approx 0.8c$ .  
La velocidad de la luz en agua (índice de refracción  $n = 1.33$ ) es  $c' = c/n \approx 0.75c$ .

# Interacción de partículas $\beta$ con la materia

Bajo estas condiciones, la partícula genera una "onda de choque" electromagnética (similar a un avión viajando más rápido que la velocidad del sonido que genera una onda de choque sónica).

«Ráfaga» de radiación visible, típicamente en el rango del azul.







## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

El efecto Cerenkov puede ocurrir para electrones con energías de unos cientos de keV; sin embargo, para partículas pesadas las mismas deben tener energías de varios miles de MeV para cumplir con el requisito de velocidad.

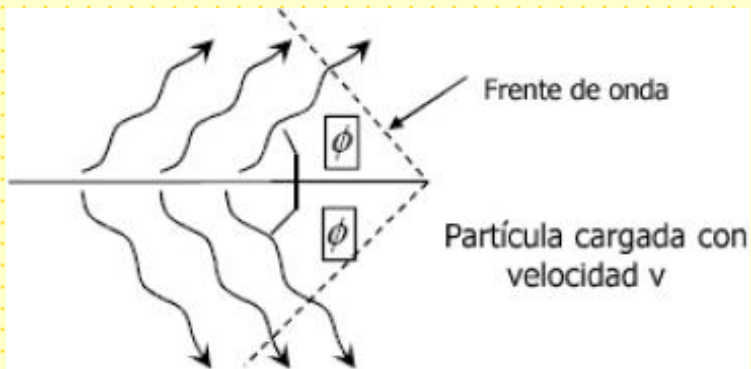
El efecto Cerenkov representa una muy pequeña fracción (menor a 1%) de la energía de los electrones para energías en el rango de la medicina nuclear,

Es detectable en soluciones de agua que contienen un emisor de partículas  $\beta$  energéticas (por ejemplo,  $^{32}\text{P}$ ) mediante detectores centelladores líquidos.



# Interacción de partículas $\beta$ con la materia

Los átomos del medio emiten una onda de radiación coherente a un ángulo dado por la relación entre la velocidad de la luz en el medio y la velocidad de la partícula.



$$\cos \phi = \frac{c}{nv} = \frac{1}{n\beta}$$

El ángulo de Cherenkov varía con la velocidad desde cero hasta un valor máximo cuando  $\beta = 1$ .



## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

La energía umbral para producir Cerenkov se obtiene de la condición  $v > c/n$ .

$$\beta \geq \frac{1}{n}; E_{\text{umbral}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-1/n^2}} = mc^2 \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}$$

En términos de energía:

$$T_{\text{umbral}} = mc^2 \left[ \frac{n}{\sqrt{n^2-1}} - 1 \right]$$

En un mismo medio material, un electrón necesitará menor energía para producir radiación Cerenkov que otra partícula de mayor masa.

Este hecho puede servir para distinguir entre partículas.



## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

La energía disipada por la radiación de Čerenkov, fue calculada por Tamm y Frank:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^2}{c^2} \int \omega d\omega \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} \right)$$

La integración es solo sobre aquellas frecuencias tales que  $\beta n(\omega) > 1$ .

Esta pérdida de energía está incluida en la fórmula de Bethe-Bloch.

Es importante a velocidades relativistas. Aun a estas energías su contribución es pequeña comparada con la pérdida por colisiones.

$$\left( \frac{dE}{dx} \right)_c \approx 10^{-3} \text{ MeVcm}^2 \text{ g}^{-1}$$

$$-\frac{dE}{dx} \approx 0,01 \text{ MeVcm}^2 \text{ g}^{-1} \quad (\text{H}_2).$$

$$-\frac{dE}{dx} \approx 0,1 \text{ MeVcm}^2 \text{ g}^{-1} \quad (\text{He, gases pesados}).$$






## Interacción de partículas $\beta$ con la materia

---

medio	n	Angulo max (grados)	Numero de fotones (eV <sup>-1</sup> cm <sup>-1</sup> )	Energía cinética umbral (MeV) electrones
Aire	1.000283	1.36	0.208	21
Isobutano	1.00127	2.89	0.941	9.6
Agua	1.33	41.2	160.8	0.26
Cuarzo	1.46	46.7	196.4	0.19

# Interacción de partículas $\beta$ con la materia

Tipo de radiación	Fuente	Alcance en el tejido
Alfa	$^{210}\text{Po}$ 5,3 MeV	 Alcance 0,037 mm
Beta	$^{14}\text{C}$ 0,154 MeV energía máxima	 Alcance máximo 0,29 mm (en general menos)
Beta	$^{32}\text{P}$ 1,71 MeV energía máxima	 Alcance máximo 8 mm (en general menos)

Fuente: Shapiro 1972.



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

El comportamiento de los fotones de alta energía (rayos  $\gamma$ , rayos x) en la materia es totalmente diferente al de las partículas cargadas, debido a que no tienen ni carga ni masa.

Los rayos  $\gamma$  y x transfieren su energía a la materia en interacciones complejas con átomos, núcleos y electrones.

Sin embargo, estas interacciones se pueden ver como simples colisiones entre un fotón y un átomo, núcleo o electrón blanco.

Estas interacciones no causan ionización directamente, como hacen las partículas cargadas, aunque algunas de las interacciones resultan en la eyección de electrones atómicos o en la creación de pares electrón-positrón.

Estos electrones a su vez causan ionizaciones, que son la base de los mecanismos por los cuales los fotones son detectados y causan efectos radiobiológicos. Por esta razón, los fotones de alta energía se clasifican como **radiación ionizante secundaria**.



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

El comportamiento de los fotones en la materia es totalmente diferente al de las partículas cargadas, debido a que no tienen ni carga ni masa.

Hay nueve interacciones posibles entre fotones y materia, de los cuales sólo cuatro son importantes para la medicina nuclear:

- Efecto fotoeléctrico
- Dispersión Compton
- Formación de pares.
- Dispersión coherente (Rayleigh).



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

Estas interacciones explican las dos características principales de los haces de fotones al atravesar la materia:

### **1- Los fotones son mucho más penetrantes que las partículas cargadas**

La sección eficaz para cualquiera de los tres procesos anteriores es mucho menor que la correspondiente a colisiones electrónicas inelásticas.

### **2- Un haz de fotones no se degrada en energía al atravesar un material**

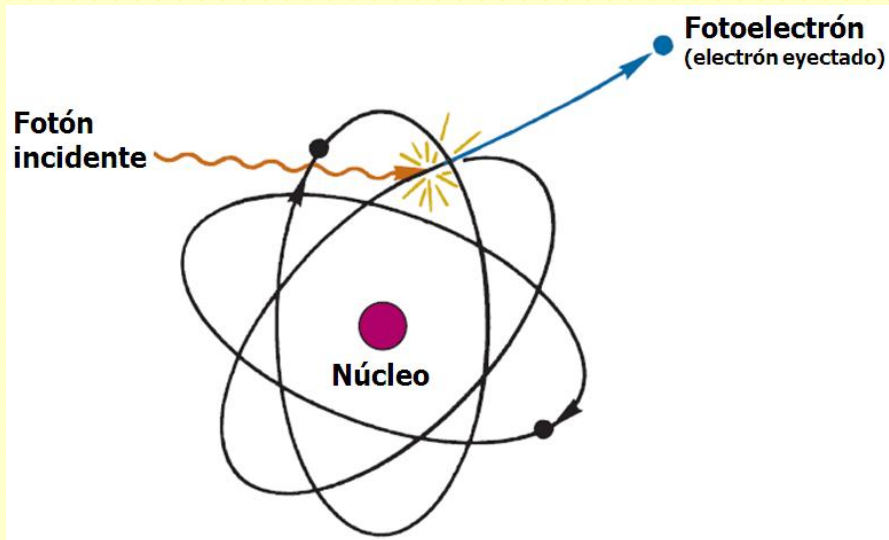
Los procesos anteriores "remueven" el fotón del haz (absorción o dispersión)



# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

## Efecto fotoeléctrico.

La energía del fotón es transferida a un electrón con la cual puede romper su enlace con el átomo y escapar.



$$E_{\text{cin}} = h\nu - \phi_{\text{ligadura}}$$

Por conservación de la energía siempre ocurre con electrones ligados.

El núcleo "absorbe" el momento de retroceso.

El hueco se llena con un electrón de otra capa, emitiéndose un rayo X característico.



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

### Efecto fotoeléctrico.

El proceso es difícil de tratar en forma teórica

Para  $E > E_K$  (sólo los electrones  $K$  están involucrados). La sección eficaz para este proceso es:

$$h\nu \ll m_e c^2.$$

$$\Phi_{foto} = 4\alpha^4 \sqrt{2} Z^5 \phi_0 \left( m_e c^2 / h\nu \right)^{7/2}$$

$$\phi_0 = 8\pi r_e^2 / 3 = 6.651 \times 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad \alpha = 1/137$$



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

### Efecto fotoeléctrico.

Para energías próximas a  $E_K$ .

$$\Phi_{foto} = \Phi_0 \frac{2^7 \pi (137)^3}{Z^2} \left( \frac{\nu_k}{\nu} \right)^4 \frac{\exp(-4 \xi \cot^{-1} \xi)}{1 - \exp(-2\pi \xi)}$$

$$h\nu_K = (Z - 0.03)^2 m_e c^2 \alpha^2 / 2 \quad \xi = \sqrt{\nu_K / (\nu - \nu_K)}$$

Para  $\nu \approx \nu_K$  ( $\zeta^{-1} \gg 1$ )

$$\Phi_{foto} = \frac{6.3 \times 10^{-18}}{Z^2} \left( \frac{\nu_K}{\nu} \right)^{8/3}$$

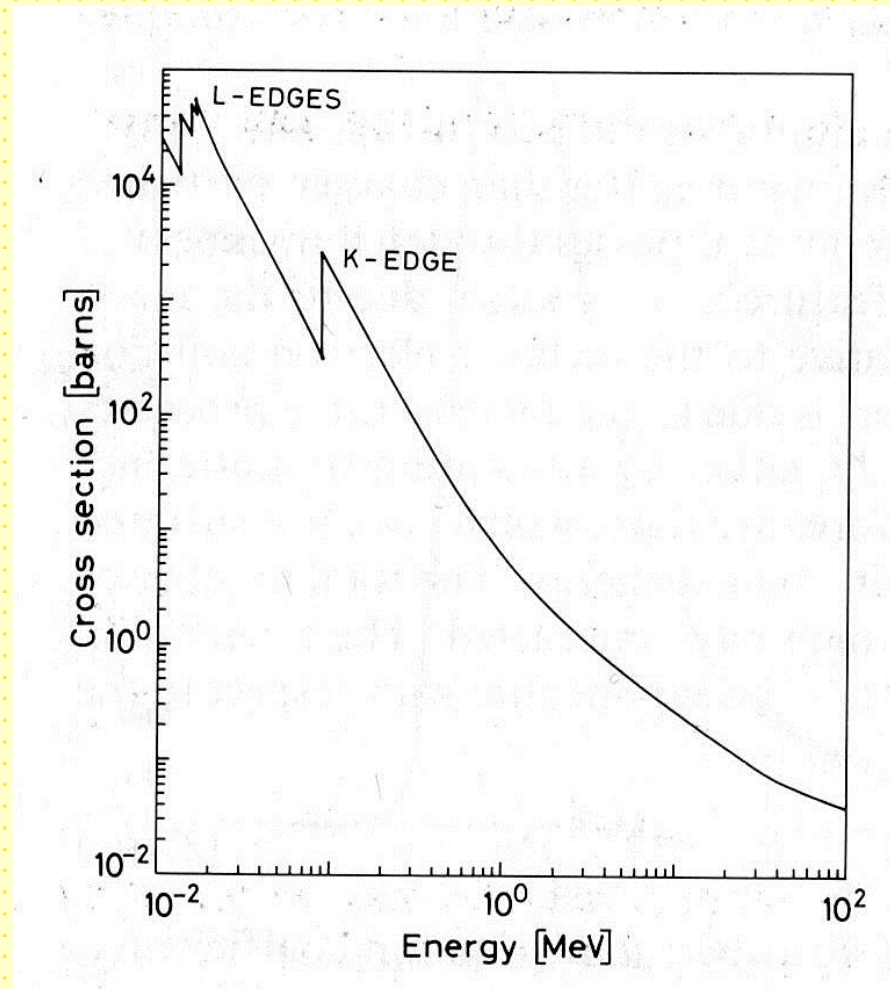
# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

## Efecto fotoeléctrico.

Pueden obtenerse expresiones para electrones de las capas L y M, pero son muy complicadas:

Para fotones de  $\sim 1$  MeV, tenemos además:

$$\Phi_{\text{foto}} \propto \frac{Z^5}{E^3}$$

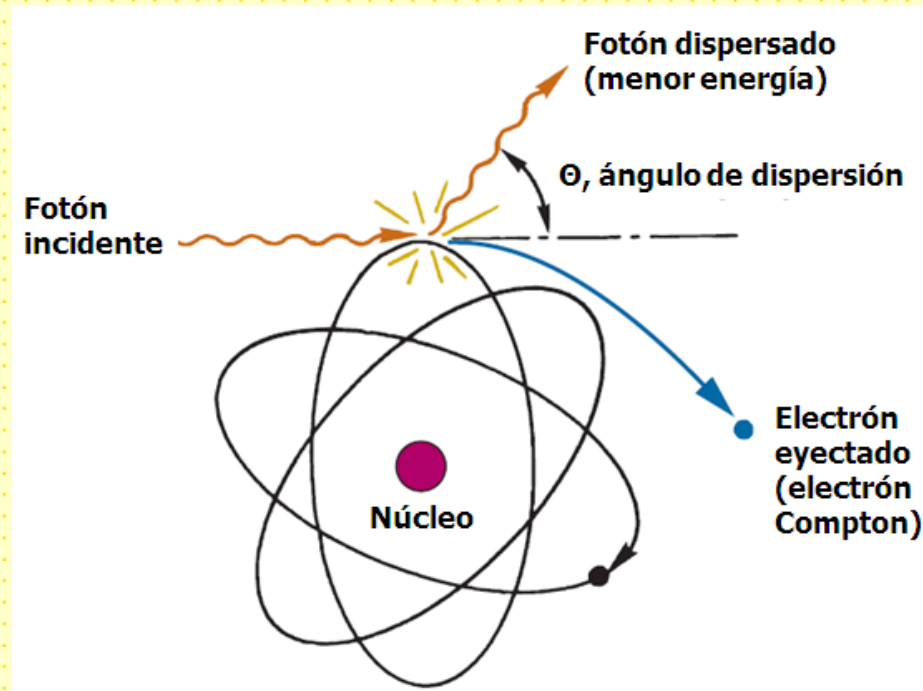


# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

## Dispersión Compton.

- ❖ Es probablemente el proceso de interacción mejor entendido
- ❖ Dispersión de fotones por electrones "libres"
- ❖ Porelectrones "libres" entendemos

$$E_{\text{fotón}} \gg \phi_{\text{ligadura}}$$



# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

**Dispersión Compton.**

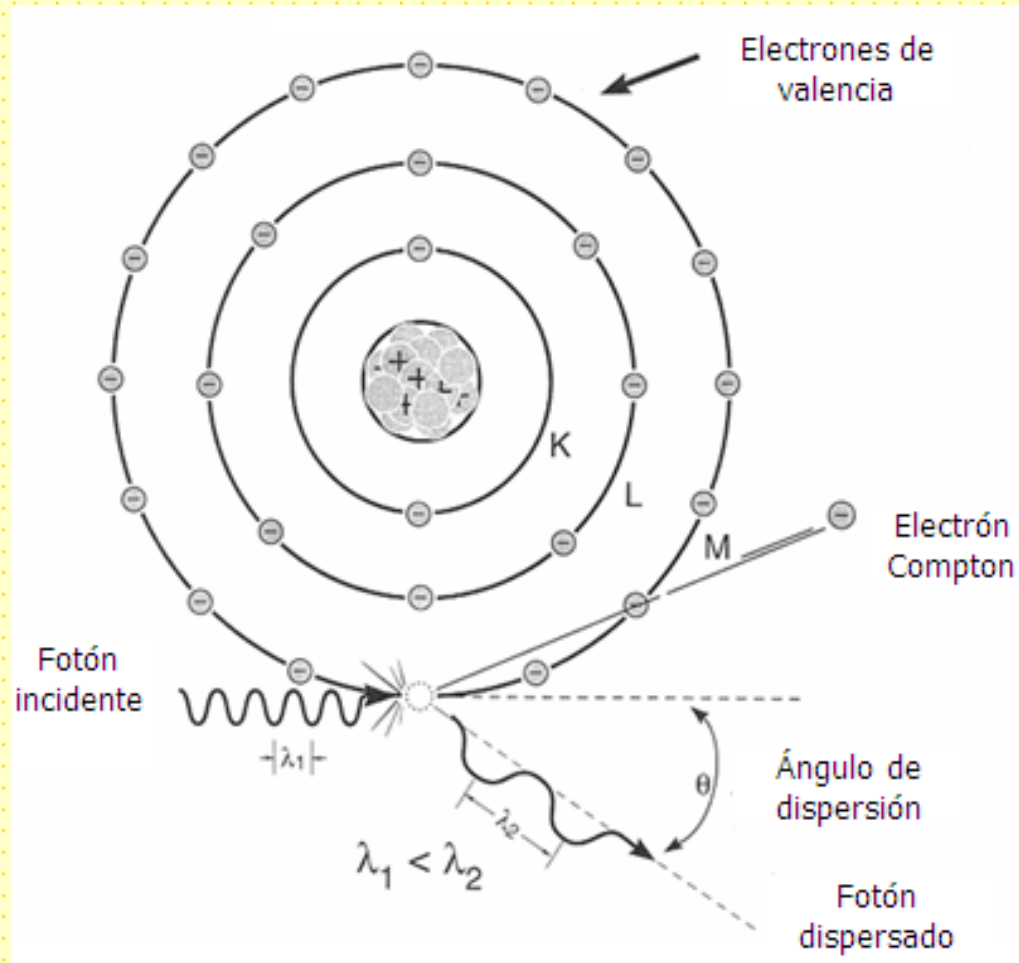
$$\Gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \Gamma(1 - \cos\theta)}$$

$$E_e = h\nu - h\nu' = h\nu \frac{\Gamma(1 - \cos\theta)}{1 + \Gamma(1 - \cos\theta)}$$

$$\cos(\theta) = 1 - \frac{2}{(1 + \Gamma)^2 \text{tg}^2(\theta/2)}$$

$$\cot g \theta = (1 + \Gamma) \text{tg}(\theta/2)$$



# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

## Dispersión Compton.

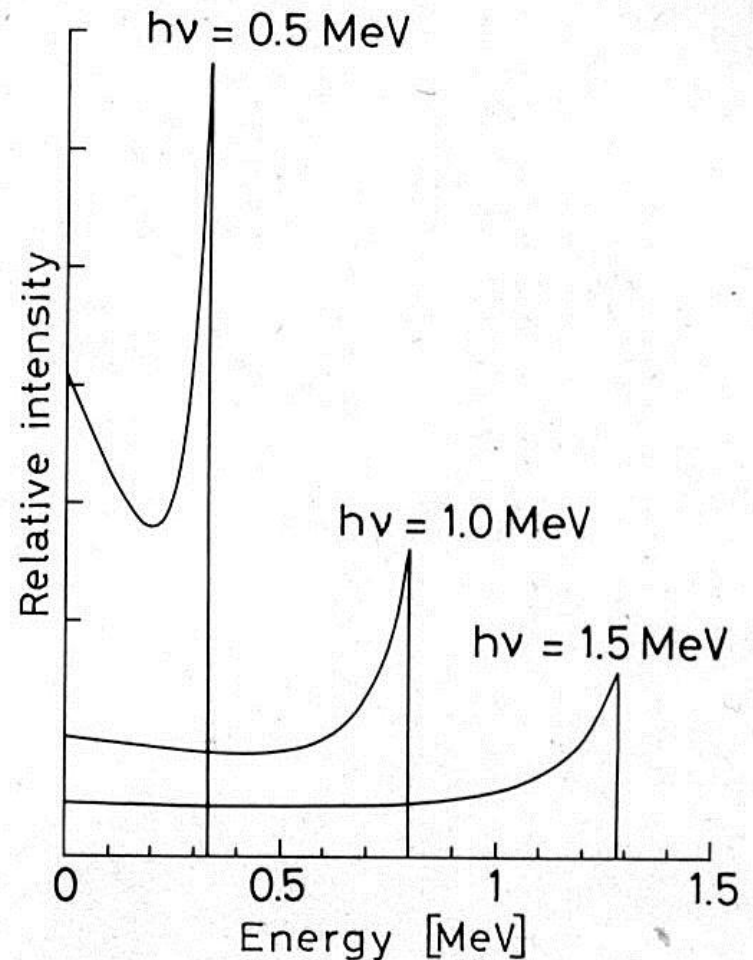
Máxima energía de los electrones para  $\theta = 180^\circ$

$$E_e = h\nu - h\nu' = h\nu \frac{\Gamma(1 - \cos\theta)}{1 + \Gamma(1 - \cos\theta)}$$

$$E_e^{\text{máxima}} = h\nu \left( \frac{2\Gamma}{1 + 2\Gamma} \right)$$

O mas simple:

$$E_e^{\text{máxima}} = \frac{h\nu^2}{(h\nu + 0.2555 \text{ MeV})}$$





## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

### Dispersión Compton.

$$E_e^{m\acute{a}xima} = \frac{h\nu^2}{(h\nu + 0.2555 \text{ keV})}$$

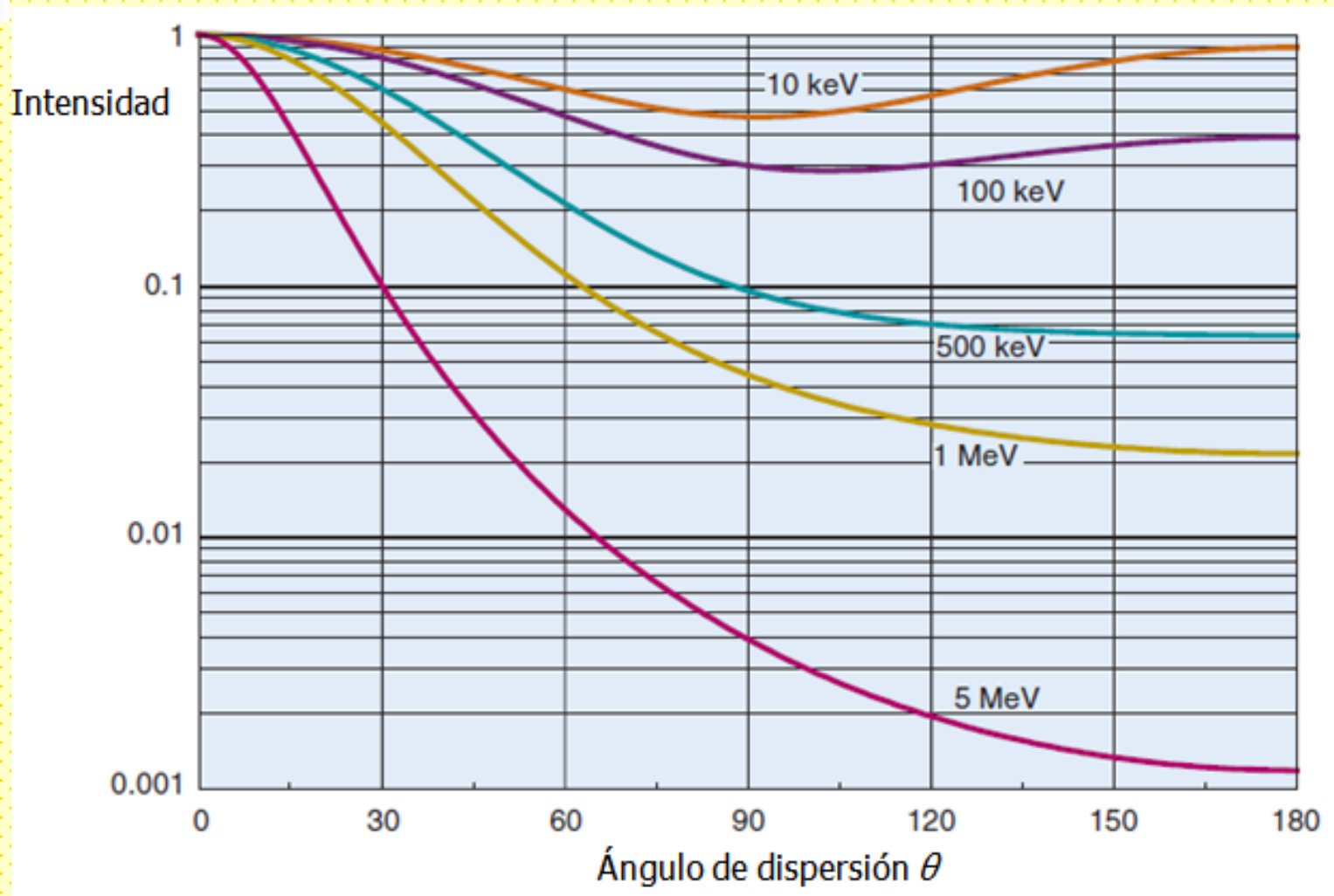
La energía máxima transferidos al electrón Compton tiene un valor característico que depende de la energía del fotón incidente.

Esta energía es de interés en espectrometría gamma porque dan como resultado la estructura característica del espectro.

Radionuclide	Photon Energy (keV)	$E_{sc}^{min}$ (keV)	$E_{re}^{max}$ (keV)
$^{125}\text{I}$	27.5	24.8	2.7
$^{133}\text{Xe}$	81	62	19
$^{99m}\text{Tc}$	140	91	49
$^{131}\text{I}$	364	150	214
$\beta^+$ (annihilation)	511	170	341
$^{60}\text{Co}$	1330	214	1116
—	$\infty$	255.5	—



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).





# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

## Dispersión Compton.

La sección eficaz para dispersión Compton fue una de las primeras en ser calculadas usando electrodinámica cuántica.

$$\sigma_c = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\Gamma}{\Gamma} \left[ \frac{2(1+\Gamma)}{1+2\Gamma} - \frac{1}{\Gamma} \ln(1+2\Gamma) \right] + \frac{1}{2\Gamma} \ln(1+2\Gamma) - \frac{1+3\Gamma}{(1+2\Gamma)^2} \right\}$$

## Ecuación de Klein-Nishina

$$\sigma_{Compton} \propto \frac{1}{E}$$

Notar que ni la energía transferida ni  $\sigma_{Compton}$  no dependen de la densidad, el número atómico o cualquier otra propiedad del material absorbente.

Es un proceso de dispersión estrictamente fotón-electrón (recordar que consideramos al electrón libre).

# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

## Dispersión Compton.

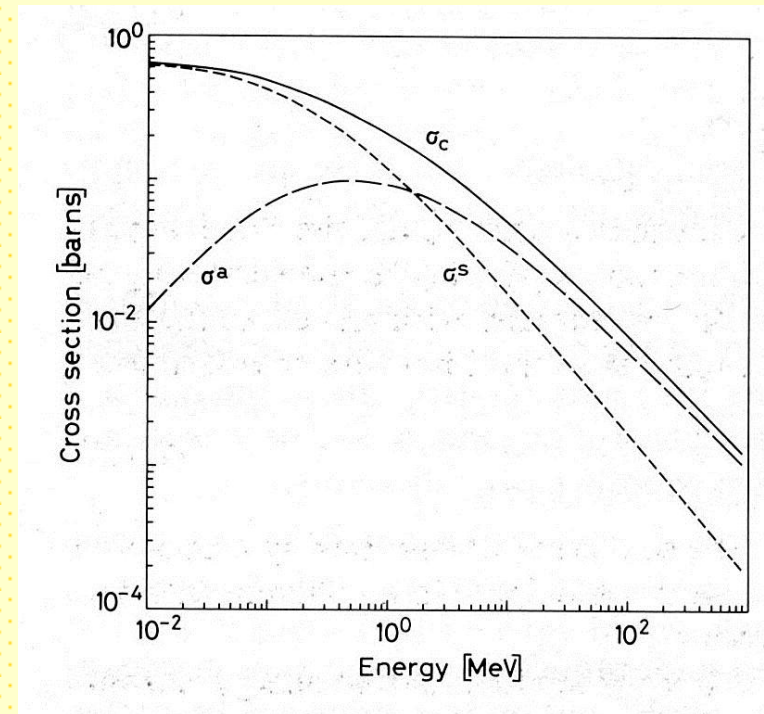
$$\sigma_c = \sigma^s + \sigma^a$$

$\sigma^s$ : Compton scattered cross-section

$\sigma^a$ : Compton absorption cross-section

❖ Fracción de energía que se lleva el fotón dispersado

❖ Fracción de energía transferida al electrón

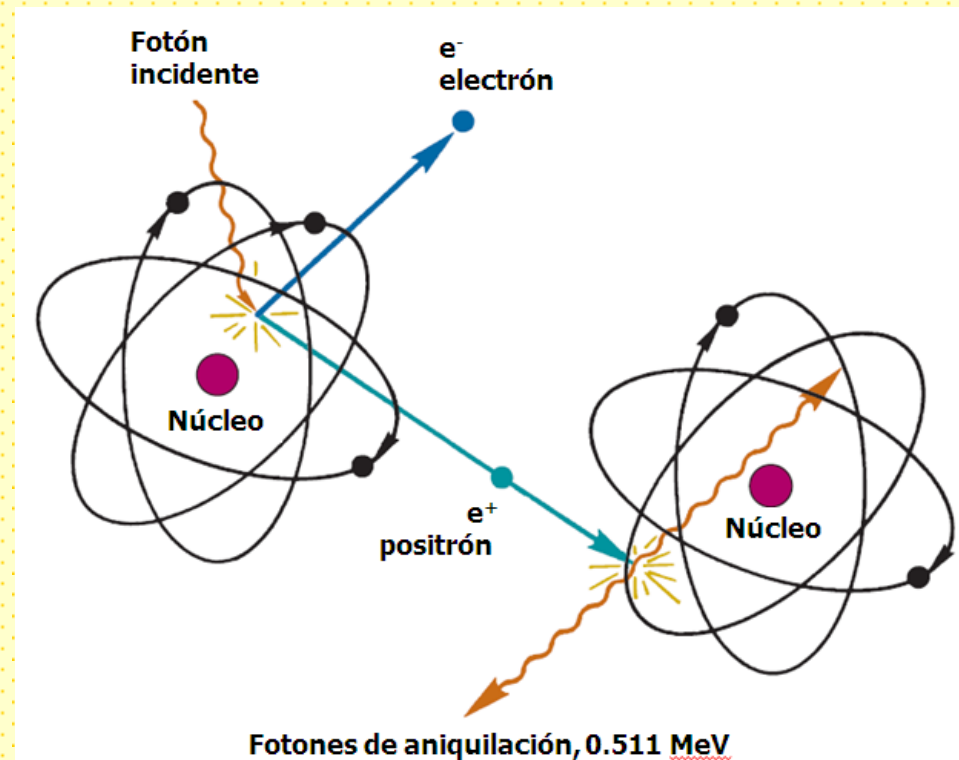


# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

## Formación de pares.

En la producción de pares, el fotón desaparece y su energía se usa para crear un par positrón-electrón.

Por conservación de la energía y el momento, debe estar involucrado un tercer cuerpo, usualmente un núcleo, aunque ocasionalmente puede darse con un electrón



El positrón y el electrón tienen una masa en reposo equivalente a 0.511 MeV.

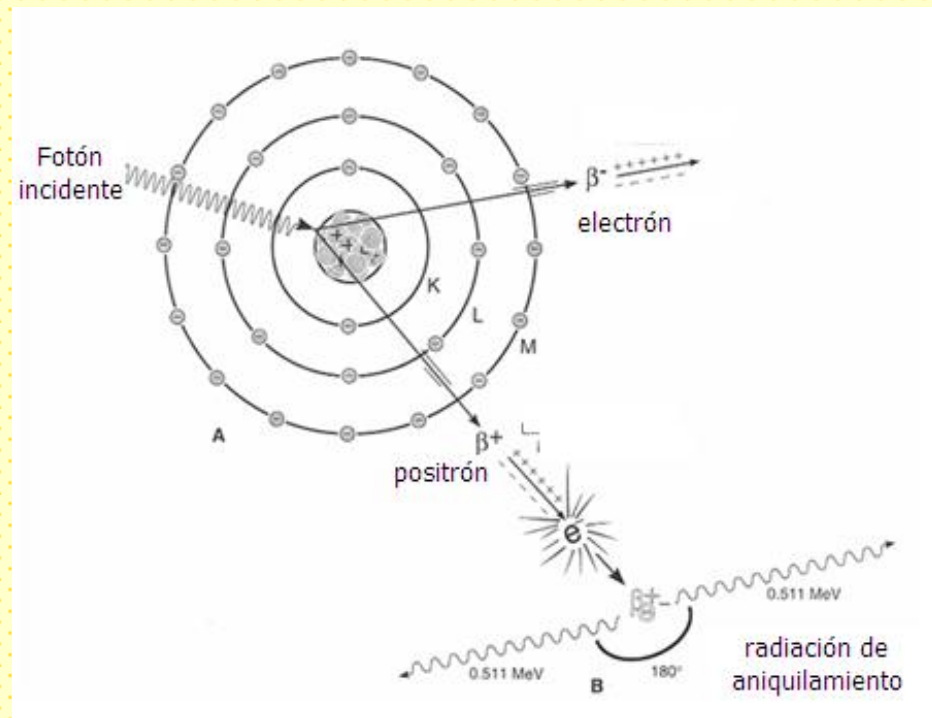
**Se requiere que el fotón tenga una energía mínima de  $2 \times 0.511 \text{ MeV} = 1.022 \text{ MeV}$ .**

# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

## Formación de pares.

La diferencia entre la energía del fotón incidente y la energía requerida para crear el par electrón-positrón se convierte en energía cinética del positrón y del electrón,

La energía se comparte entre el electrón y el positrón en forma más o menos aleatoria, generalmente dentro del rango 20% a 80%.



Generalmente, solo la energía cinética del electrón y el positrón se deposita en el sitio donde se produce la formación de pares.



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

### Formación de pares.

Sección eficaz.

$$m_e c^2 < h\nu < 137 m_e c^2 Z^{-1/3}$$

$$\tau_{pares} = 4Z^2 \alpha r_e^2 \left[ \frac{7}{9} \left( \ln \frac{2h\nu}{m_e c^2} - f(Z) \right) - \frac{109}{54} \right]$$

$$h\nu > 137 m_e c^2 Z^{-1/3}$$

$$\tau_{pares} = 4Z^2 \alpha r_e^2 \left[ \frac{7}{9} \left( \ln \frac{2h\nu}{m_e c^2} - f(Z) \right) - \frac{109}{54} \right]$$



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

Formación de pares.

Para hacerla más fácil...

$$\tau_{pares} \propto Z^2 E$$



# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

## Dispersión Rayleigh y Thomson.

Dispersión coherente o Rayleigh: proceso de dispersión que se produce entre un fotón y un átomo como un todo.

Dado que la masa de un átomo es muy grande en comparación con la del electrón Compton (por ejemplo), hay muy poca energía de retroceso absorbido por el átomo. El fotón es por lo tanto desviado sin pérdida de energía.

Proceso importante sólo para energías relativamente bajas (menores a 50 keV). Es de poca importancia práctica en medicina nuclear.





## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

### Dispersión Rayleigh y Thomson.

Dispersión de fotones de muy baja energía ( $h\nu \ll m_0c^2$ ) por electrones libres.

No hay transferencia de energía al medio. Muy poco probable a altas energías.

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} R_e^2$$

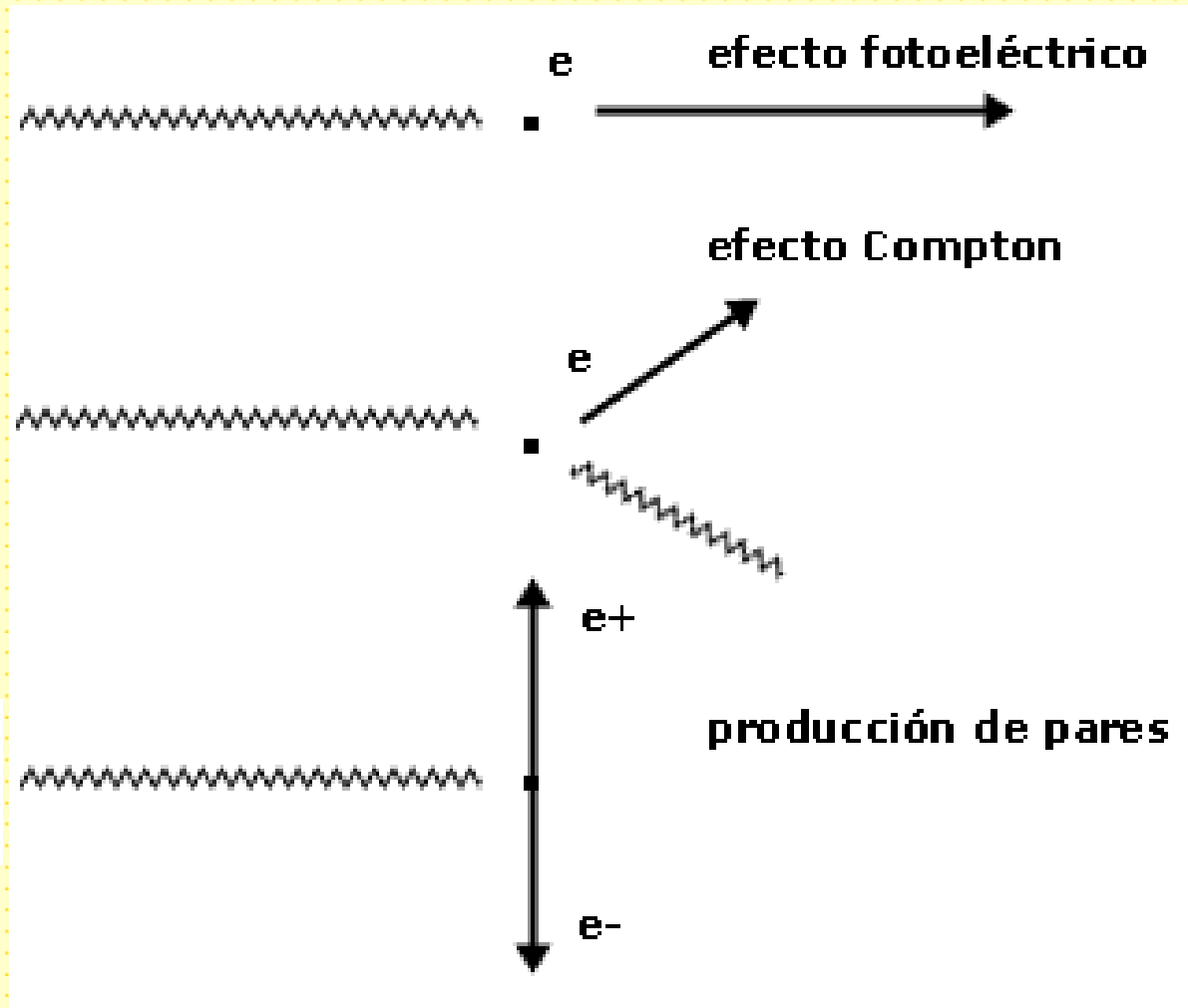
# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

Resumiendo.

$$\Phi_{foto} \propto \frac{Z^5}{E^3}$$

$$\sigma_{Compton} \propto \frac{1}{E}$$

$$\tau_{pares} \propto Z^2 E$$





## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

### Resumiendo.

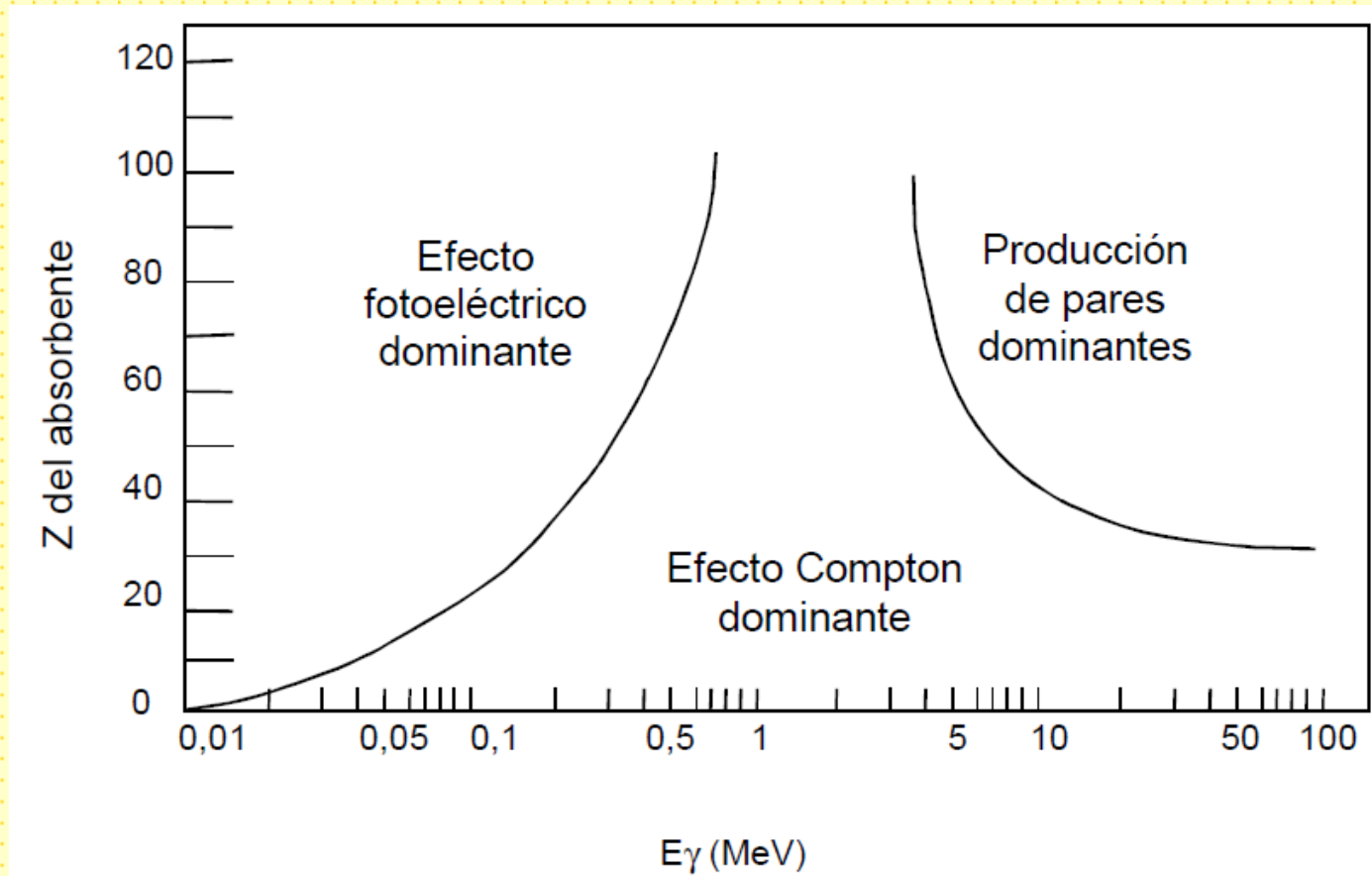
**Efecto fotoeléctrico:** Este mecanismo es dominante cuando la energía de los fotones es baja, (inferior a los 50 keV para el aluminio y a los 500 keV para el plomo). La probabilidad del efecto es proporcional a  $Z^5$ .

**Dispersión Compton:** Constituye el mecanismo de absorción más importante para fotones con energías entre 0,5 y 5 MeV. La probabilidad del efecto es proporcional a  $Z$ .

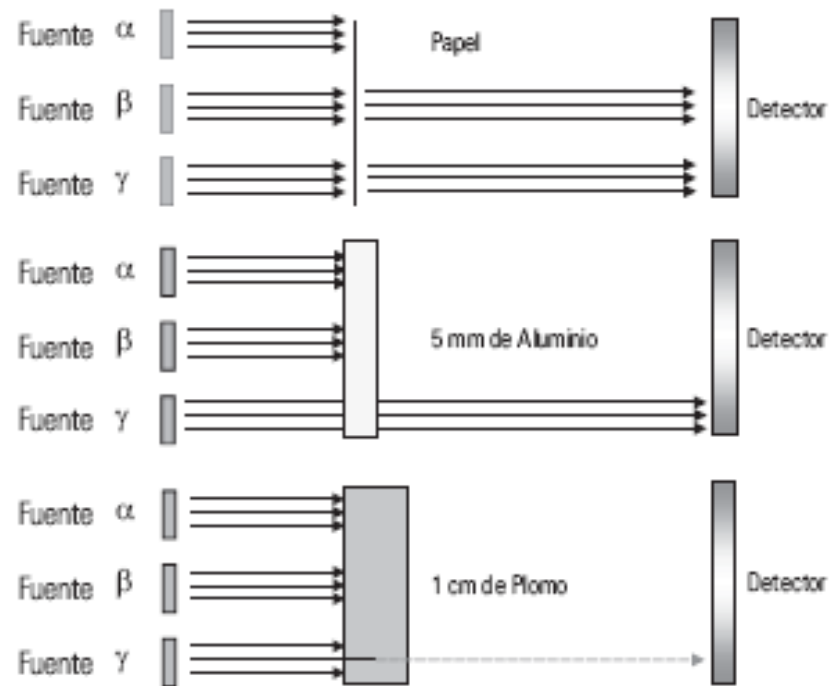
**Formación de pares:** La probabilidad de este efecto es proporcional a  $Z^2$ . El proceso tiene importancia a energías elevadas y con elementos pesados.

# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).






Resumiendo.



# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

Tipo de radiación	Fuente	Alcance en el tejido
Alfa	$^{210}\text{Po}$ 5,3 MeV	 Alcance 0,037 mm
Beta	$^{14}\text{C}$ 0,154 MeV energía máxima	 Alcance máximo 0,29 mm (en general menos)
Beta	$^{32}\text{P}$ 1,71 MeV energía máxima	 Alcance máximo 8 mm (en general menos)
Gamma	$^{125}\text{I}$ 0,035 MeV	 Distancia media a la colisión 33 mm
Gamma	$^{60}\text{Co}$ 1,33 MeV	 Distancia media a la colisión 164 mm

Fuente: Shapiro 1972.





## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

Los electrones de alta energía son responsables del depósito de energía en la materia, en procesos de ionización.

Este es el mecanismo subyacente a todos los detectores de fotones  $\gamma$  y X.

Es también responsable de los efectos radiobiológicos causados por rayos- $\gamma$ , rayos X o radiación de bremsstrahlung.

Debido a esto, la transferencia lineal de energía promedio fines radiobiológicos es la misma que para los electrones de energía similar,  $0.2-2 \text{ keV}/\mu\text{m}$





## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

$$\sigma = \Phi_{foto} + Z \sigma_{Compton} + \tau_{pares}$$

Para obtener la probabilidad de interacción por unidad de camino recorrido en el material hacemos:

$$\mu = N\sigma = \sigma \left( \frac{N_A \rho}{A} \right)$$

**Coeficiente de absorción total.**



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

$$\mu = N\sigma = \sigma \left( \frac{N_A \rho}{A} \right)$$

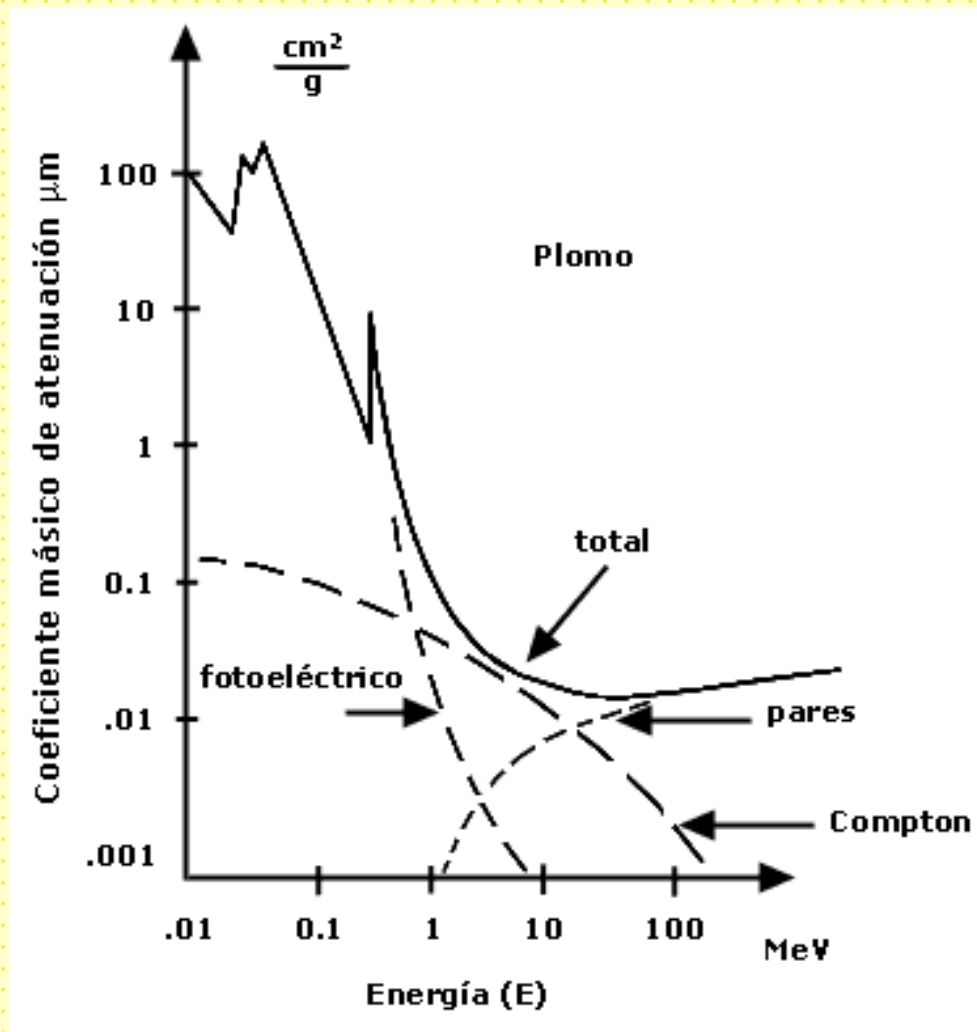
Depende de la energía de la partícula incidente y de la densidad del material. Por esto, se define el **coeficiente de absorción másico**.

$$\mu_l (\text{cm}^{-1}) = \mu_m (\text{cm}^2/\text{g}) \times \rho (\text{g}/\text{cm}^3)$$

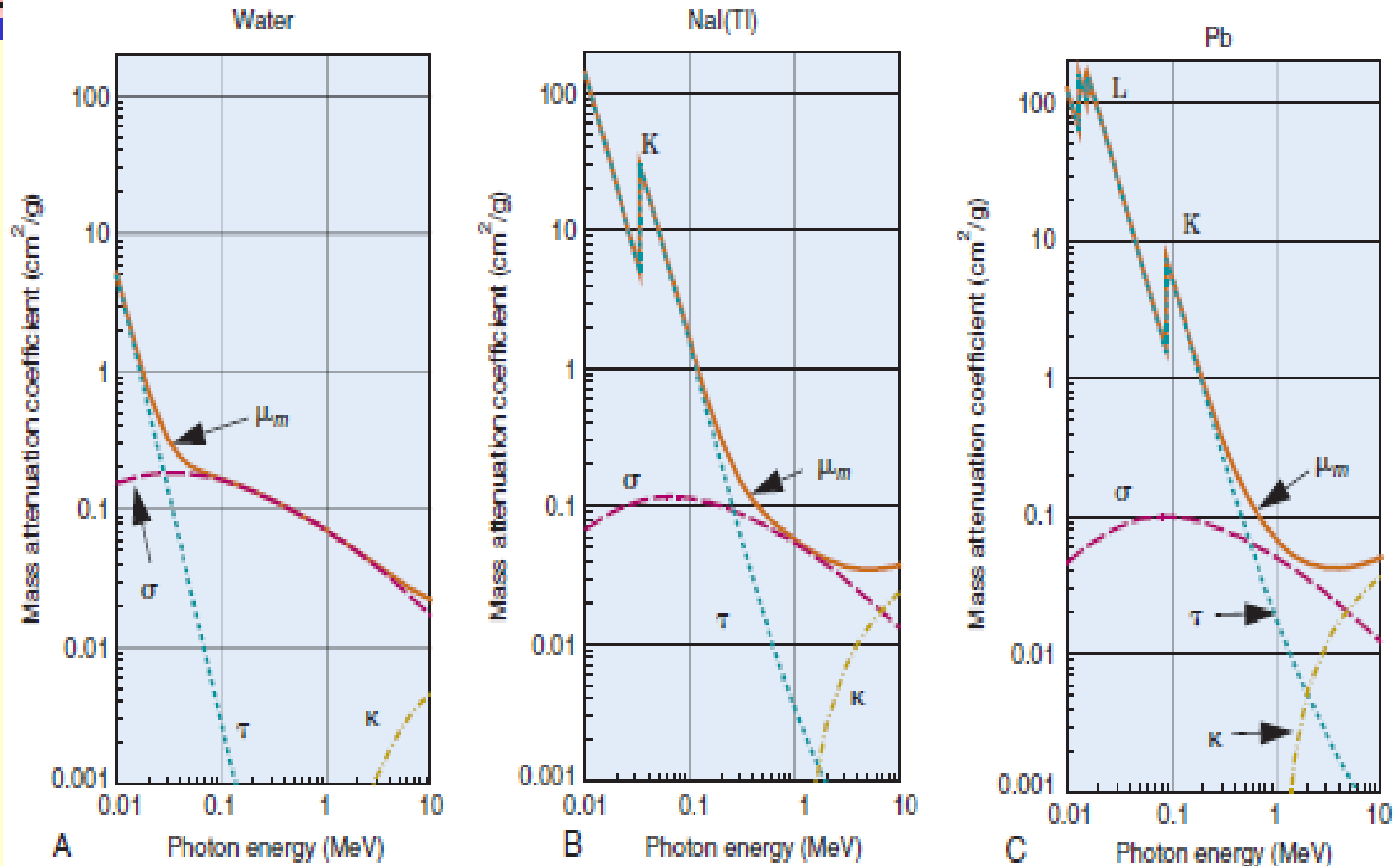
Para una mezcla, de absorbentes, el coeficiente de absorción total viene dado por la regla de Bragg:

$$\mu_{\text{absorbente}} = \frac{\mu}{\rho} = \sum_i w_i \frac{\mu_i}{\rho_i}$$

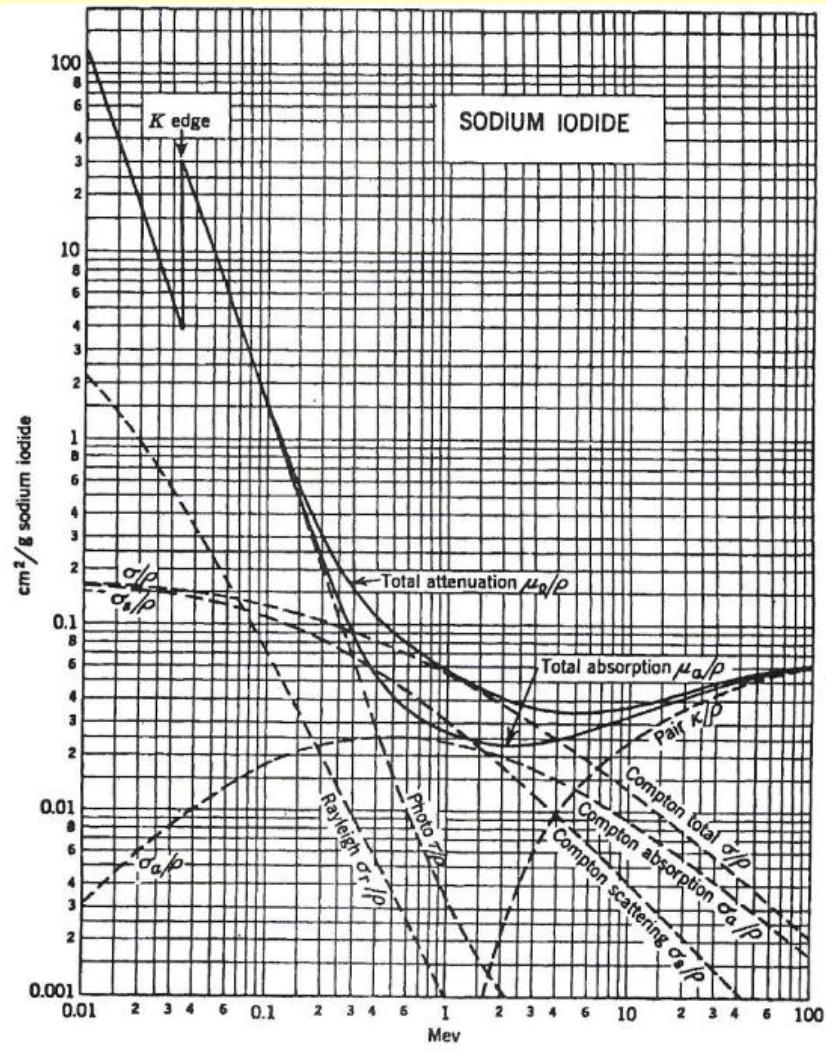
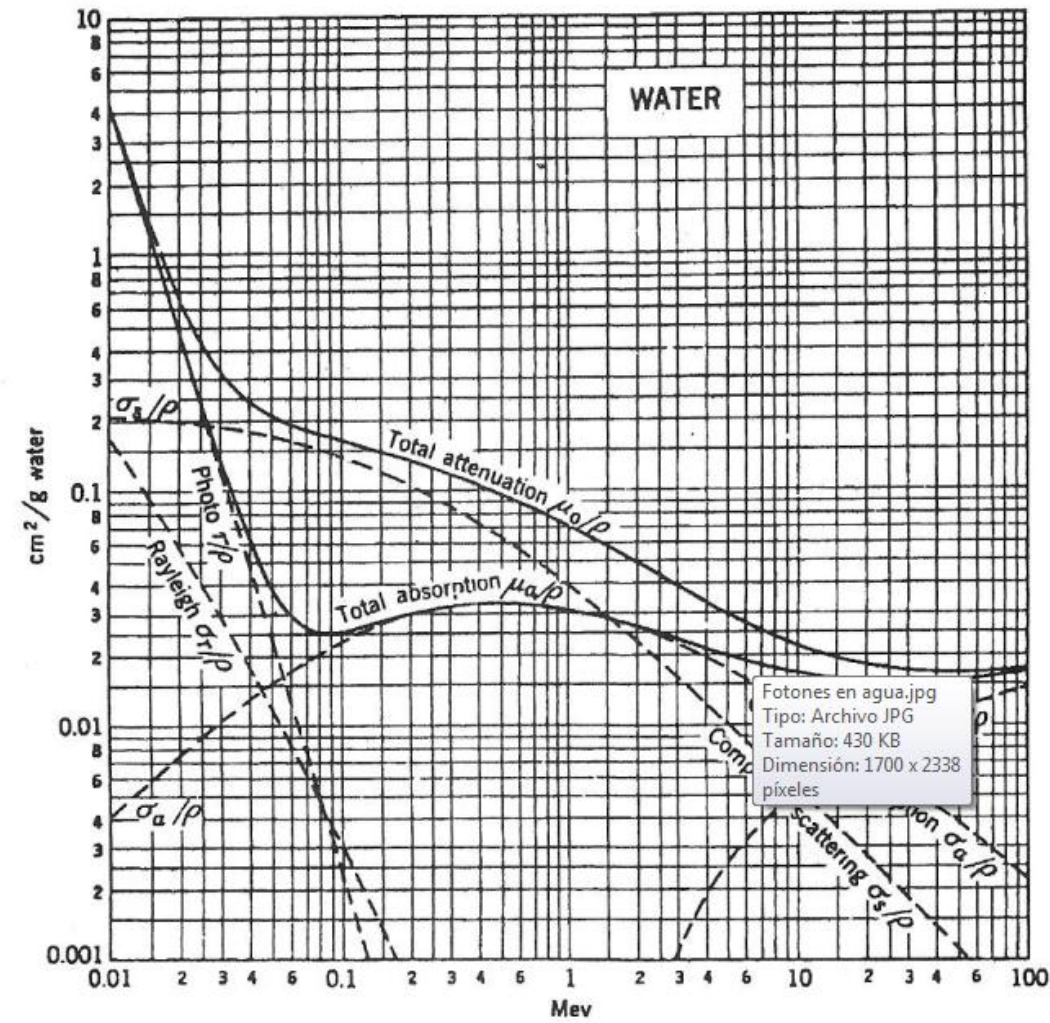
# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).



# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

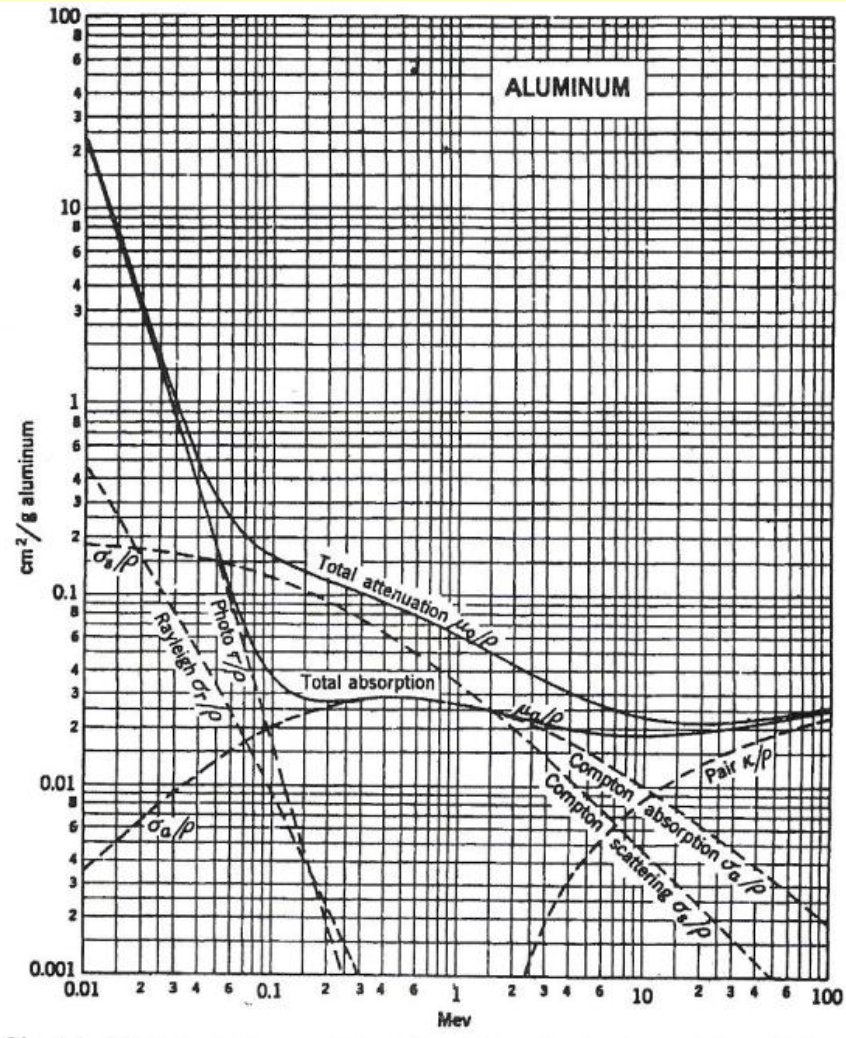
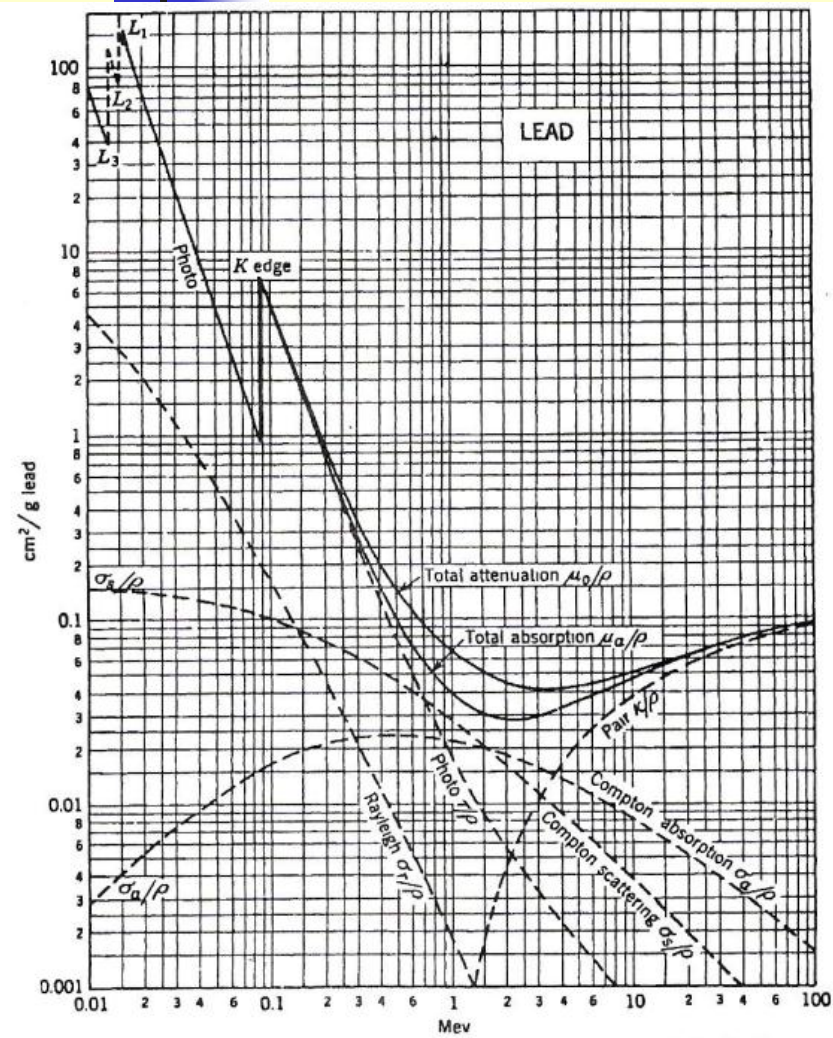


# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

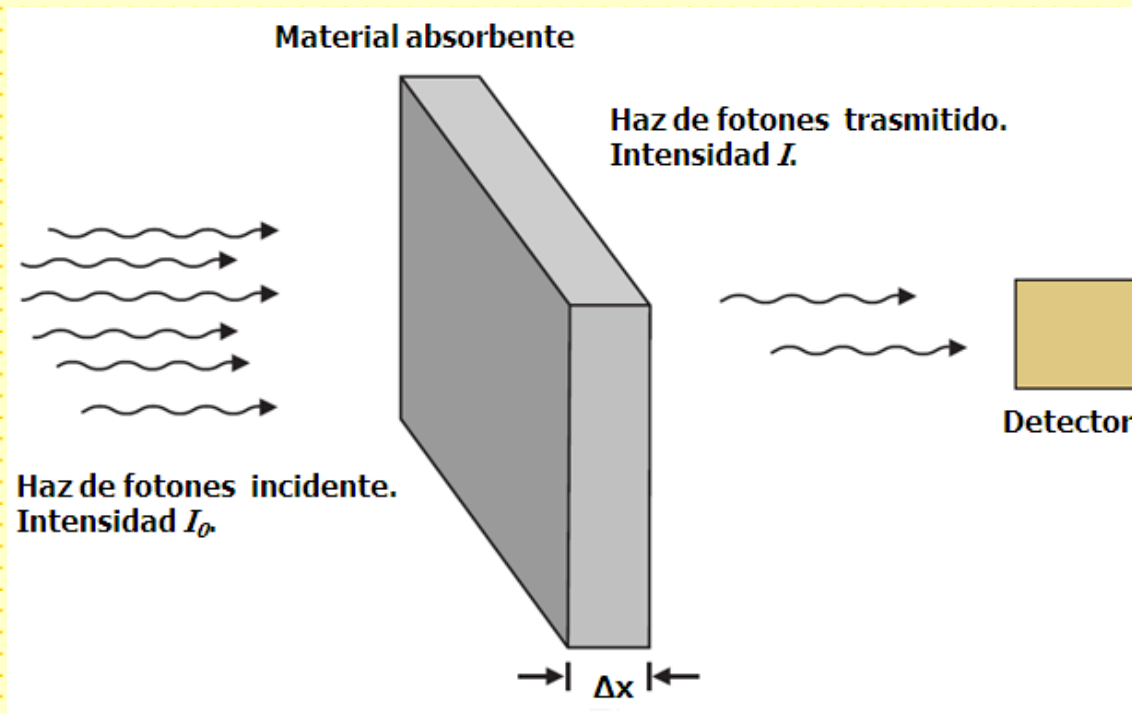




# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).



# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

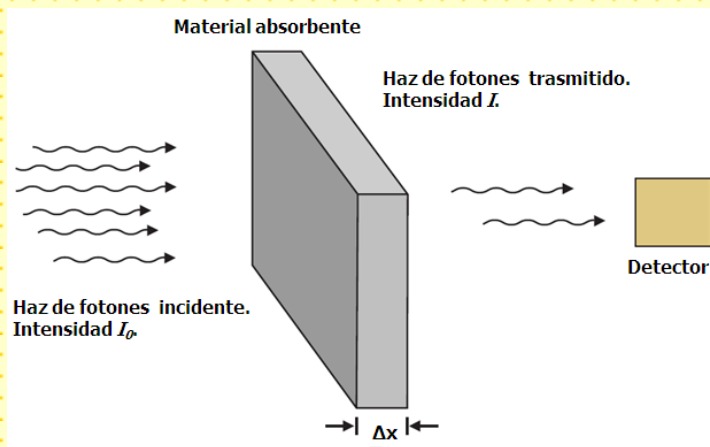


La fracción de fotones que "sobreviven" luego de penetrar una distancia  $x$  en el absorbente y si este es lo suficientemente ancho para que la probabilidad de interacción sea al menos 10% es:

$$I / I_0 = e^{-\mu x}$$

$\mu$  contiene tanto las contribuciones de absorción como la de dispersión. Por esto también se lo denomina **coeficiente de atenuación** (en tablas y gráficas se reporta el de atenuación como el de absorción, que tiene un menor valor por no contener la contribución por dispersión).

# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).



Factor de atenuación

Unidades: [longitud]<sup>-1</sup>

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

$$X = 1 / \mu$$

**Camino medio libre**

distancia promedio que viaja un fotón en un medio absorbente antes de sufrir una interacción





## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

Radionucleido	Energía (keV)	$x_{1/2}$ (cm)
$^{125}\text{I}$	27.5	1.7
$^{133}\text{Xe}$	81	4.3
$^{99\text{m}}\text{Tc}$	140	4.6
$^{131}\text{I}$	364	6.3
$\beta^+$ (annihilation)	511	7.1
$^{60}\text{Co}$	1330	11.2



## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

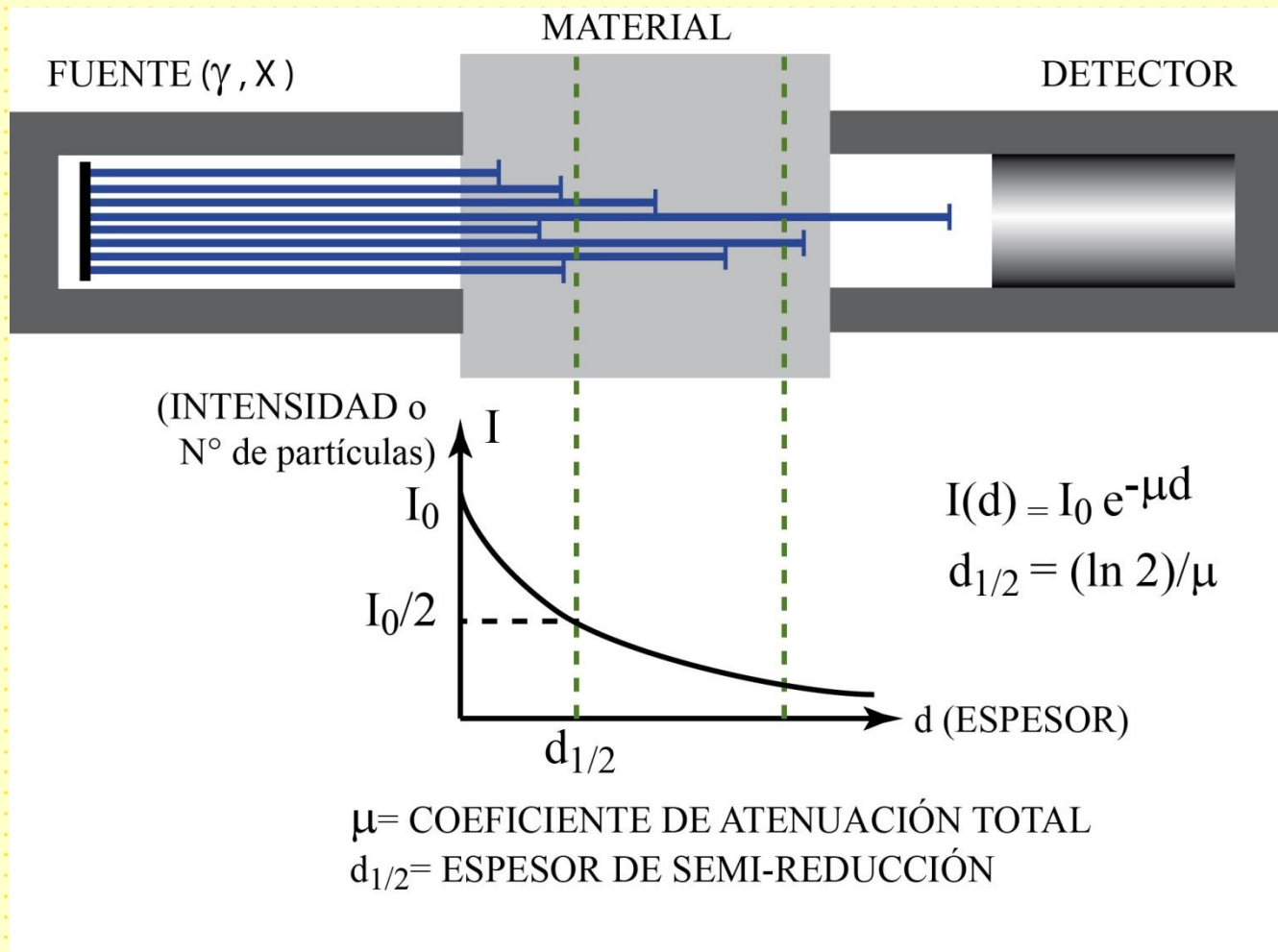
---

Camino medio libre en agua (en cm) para diferentes partículas y energías.

Energía (MeV)	fotones	electrones	$\alpha$
0.01	0.20	0.00016	—
0.1	5.95	0.014	0.1
1	14.14	0.41	0.5
10	45.05	4.6	10.3

OJO: Aunque los conceptos camino libre medio para un fotón y rango para el caso de partículas cargadas son diferentes, la comparación de estas magnitudes da una indicación de la penetración relativa de los fotones versus la de partículas cargadas. Queda claro que en el rango de energía 0.01-10 MeV, los fotones son mucho más penetrantes que los electrones o las partículas  $\alpha$ .

# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).



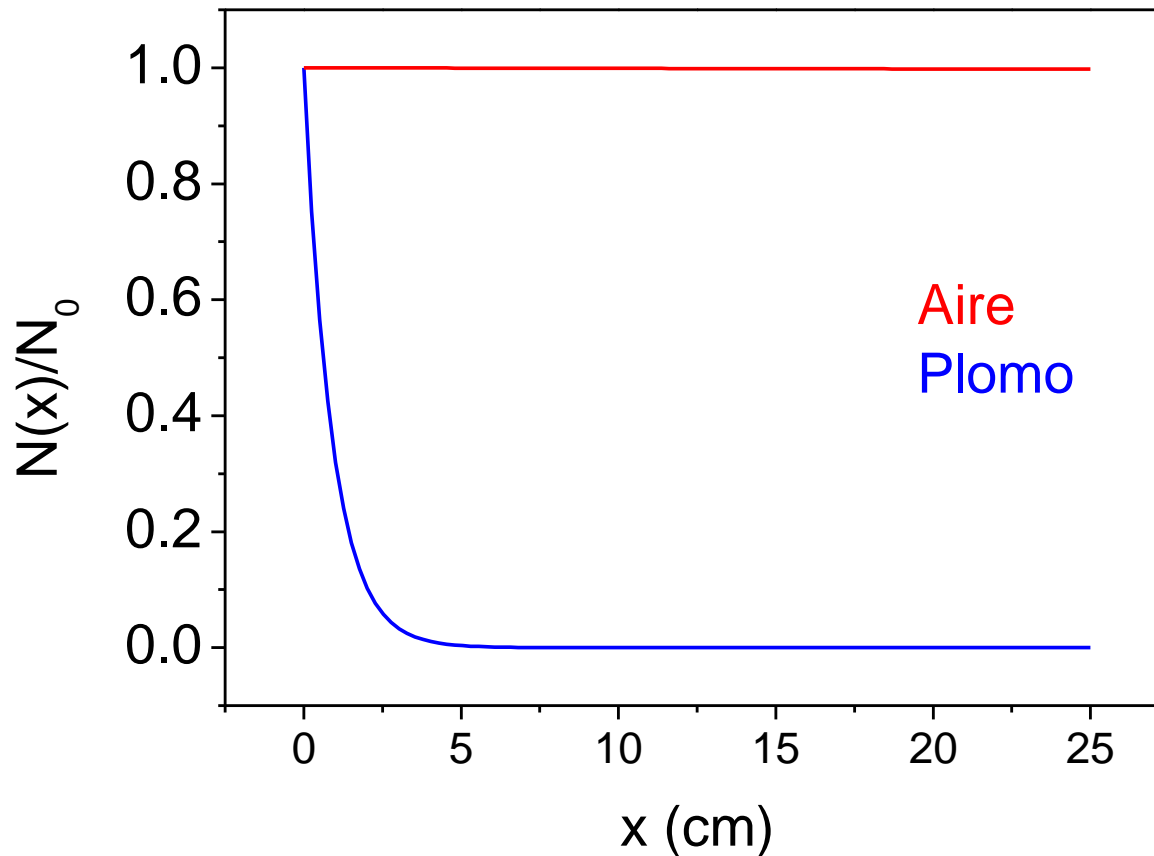


## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---

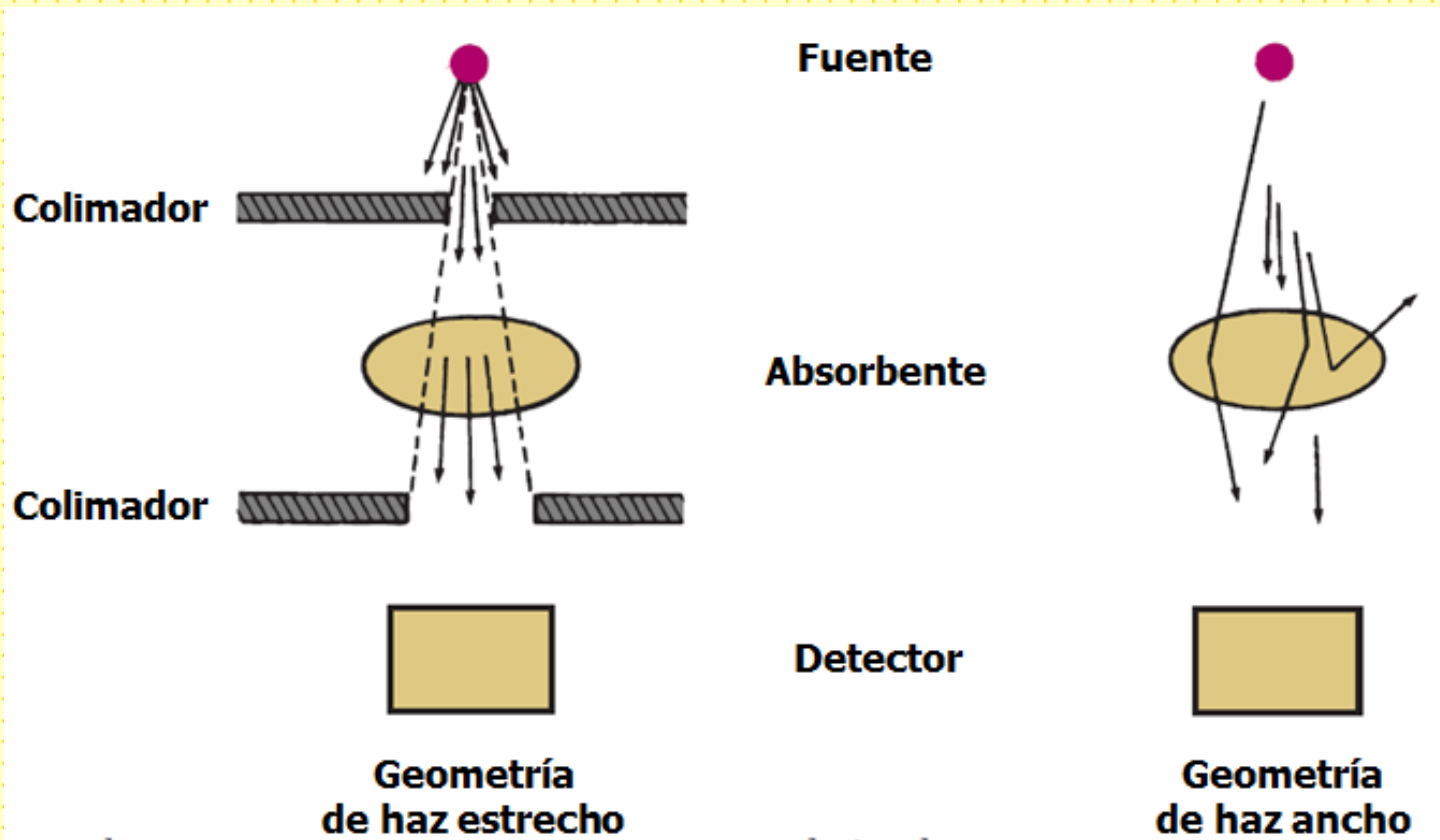
<i>Material</i>	<i>m/<math>\rho</math> en cm<sup>2</sup>/g</i>		<i><math>\rho</math> en g/cm<sup>3</sup></i>
	<i>E = .66 MeV</i>	<i>E = 1.33 MeV</i>	
Aire	.078	.055	0.001293 (STP)
Agua (tejido)	.087	.060	1
Aluminio	.077	.055	2.7
Plomo	.100	.056	11.3

## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

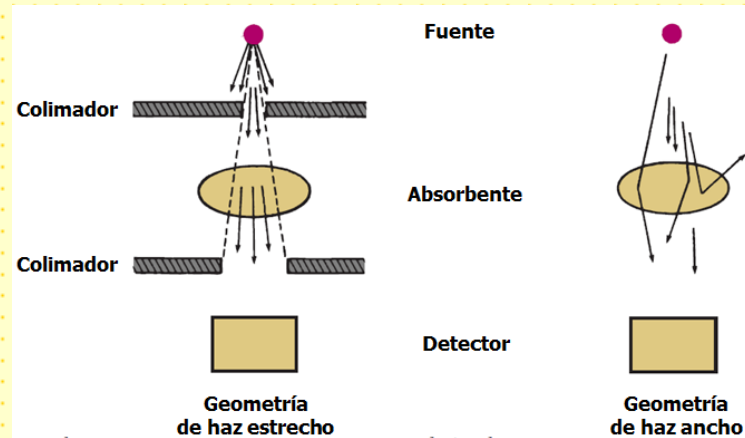


# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

Dos posibles geometrías para medir: de haz estrecho y de haz grueso (o buena y mala geometría).



# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

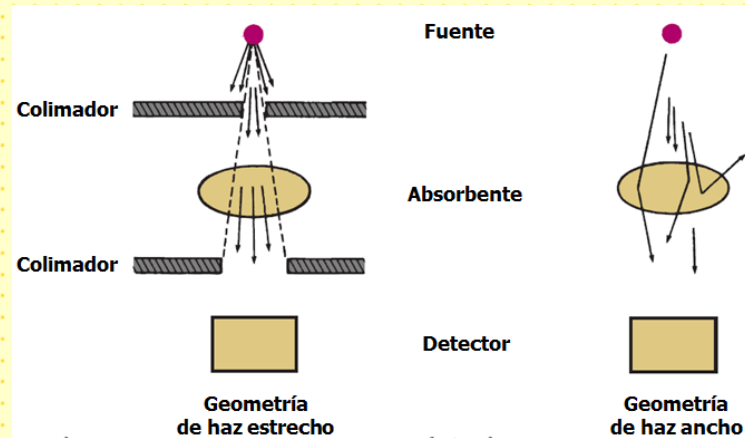


**Haz estrecho:** minimiza la probabilidad que los fotones interactúen con el entorno (por ejemplo, paredes o partes del aparato de medición) y la detección de fotones luego de realizar dispersiones múltiples.

En estas condiciones:

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).



**Haz ancho:** esta condición se suele dar en Medicina Nuclear.

Ejemplo: detección de fotones emitidos por trazadores radioactivos localizados en tejidos internos..

En estas condiciones, el factor de transmisión  $T$  es:

$$T = Be^{-\mu x}$$

$B$ : Factor de build-up



# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

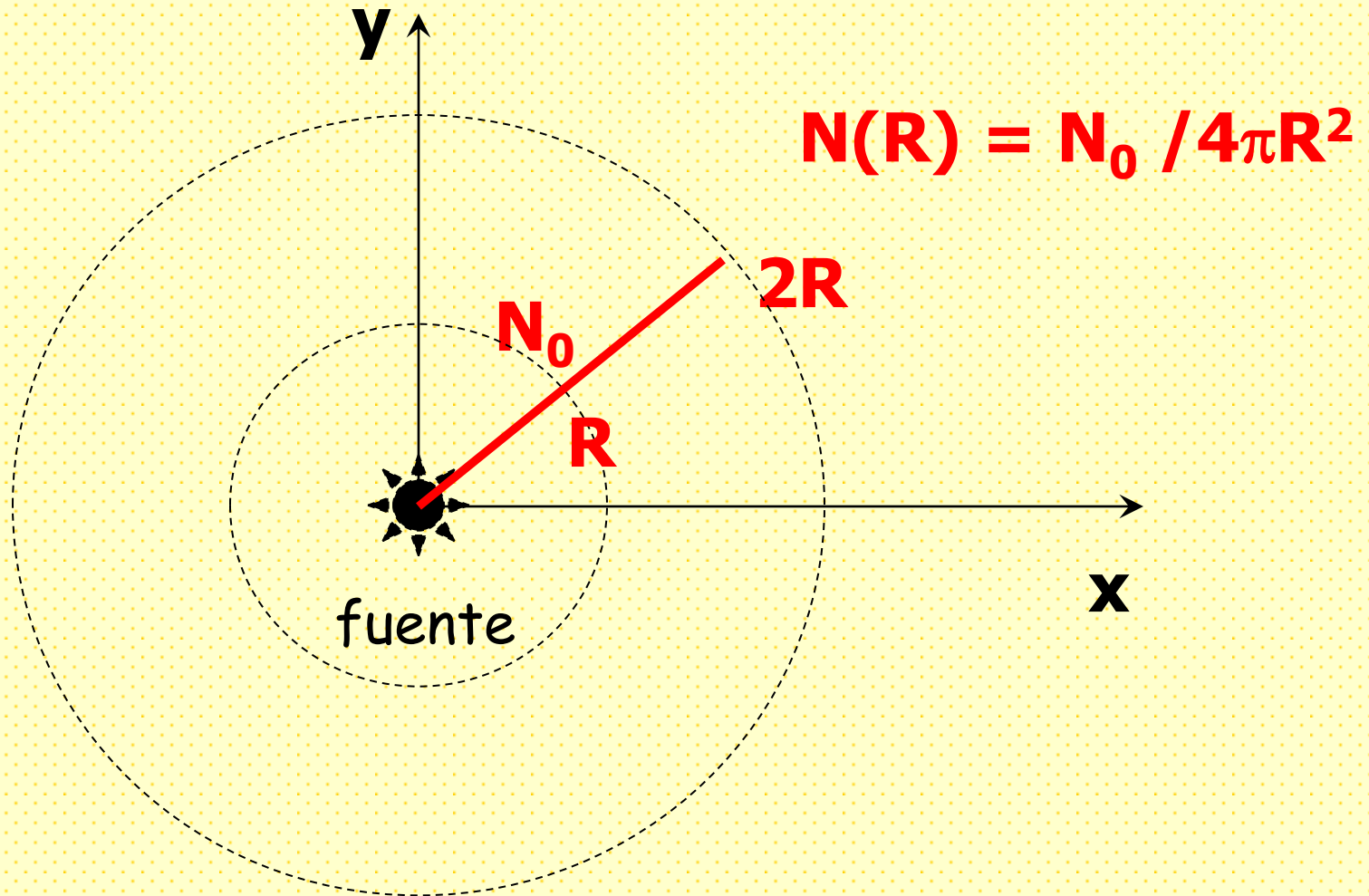
Material	Photon Energy (MeV)	$\mu_{en}$						
		1	2	4	7	10	15	20
Water	0.1	4.55	11.8	41.3	137	321	938	2170
	0.5	2.44	4.88	12.8	32.7	62.9	139	252
	1.0	2.08	3.62	7.68	15.8	26.1	47.7	74.0
	2.0	1.83	2.81	4.98	8.65	12.7	20.1	28.0
	4.0	1.63	2.24	3.46	5.30	7.16	10.3	13.4
	6.0	1.51	1.97	2.84	4.12	5.37	7.41	9.42
	10.0	1.37	1.68	2.25	3.07	3.86	5.19	6.38
Lead	0.5	1.24	1.39	1.62	1.88	2.10	2.39	2.64
	1.0	1.38	1.68	2.19	2.89	3.51	4.45	5.27
	2.0	1.40	1.76	2.52	3.74	5.07	7.44	9.08
	4.0	1.36	1.67	2.40	3.79	5.61	9.73	15.4
	6.0	1.42	1.73	2.49	4.13	6.61	13.7	26.6
	10.0	1.51	2.01	3.42	7.37	15.4	50.8	161

En condiciones de haz ancho aumenta la trasmisión, por lo cual se requieren mayores espesores para blindaje.

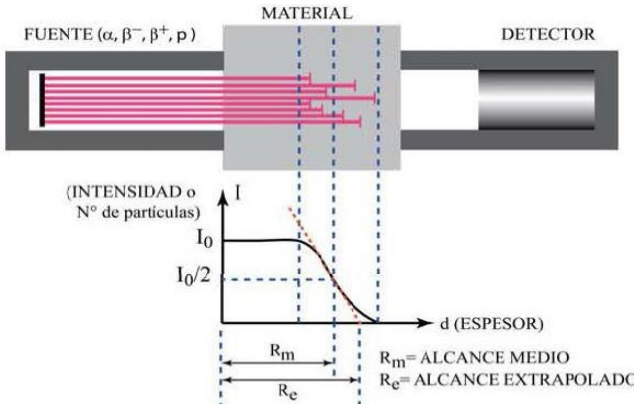
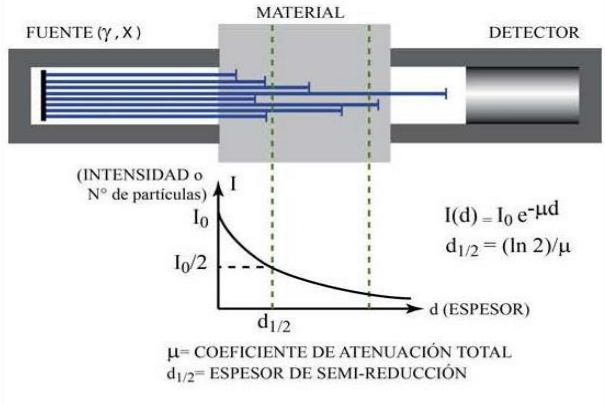


## Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

---



# Interacción de fotones (rayos x y $\gamma$ ).

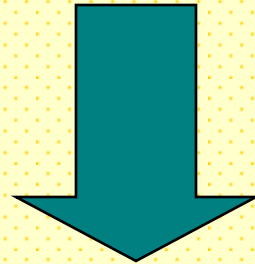
INTERACCIÓN RADIACIONES - MATERIA	PARTÍCULAS CARGADAS ( $\alpha$ , $\beta^-$ , $\beta^+$ , $p$ )	FOTONES ( $x$ , $\gamma$ )
EXCITACIÓN/IONIZACIÓN	PRIMARIA	SECUNDARIA
<p>CONFIGURACIÓN PARA MEDIR LA ATENUACIÓN</p> <p>GRÁFICOS DE ATENUACIÓN (INTENSIDAD EN FUNCIÓN DEL ESPESOR <math>d</math> DEL MATERIAL)</p>		
<p>MAGNITUDES QUE MIDEN PENETRACIÓN</p>	<p><math>R_m</math>: ALCANCE MEDIO  <math>R_e</math>: ALCANCE EXTRAPOLADO</p> <p><math>R_m</math> y <math>R_e</math> dependen de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Tipo <math>t</math> de partícula incidente (<math>\alpha</math>, <math>\beta^-</math>, <math>\beta^+</math>, <math>p</math>).</li> <li>◆ Energía <math>E</math> de la partícula incidente.</li> <li>◆ Número atómico <math>Z</math> del material absorbente.</li> <li>◆ Densidad <math>\rho</math> del material absorbente.</li> </ul> <p><math>R_m = R_m(t, E, Z, \rho)</math>, <math>R_e = R_e(t, E, Z, \rho)</math></p>	<p><math>\mu</math>: COEFICIENTE DE ATENUACIÓN TOTAL  <math>d_{1/2}</math>: ESPESOR DE SEMI-REDUCCIÓN</p> <p><math>\mu</math> y <math>d_{1/2}</math> dependen de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Energía <math>E</math> de los fotones incidentes.</li> <li>◆ Número atómico <math>Z</math> del material absorbente.</li> <li>◆ Densidad <math>\rho</math> del material absorbente.</li> </ul> <p><math>\mu = \mu(E, Z, \rho)</math>, <math>d_{1/2} = d_{1/2}(E, Z, \rho)</math></p>



## Interacción de neutrones.

---

Al igual que los fotones,  
los neutrones no tienen carga eléctrica.



No están sujetos a interacciones coulombianas.

Principal forma de interacción con la materia: **interacción nuclear fuerte.**

El rango de esta fuerza es del orden de  $10^{-15}$  m.

**Alto poder de penetración en la materia.**



## Interacción de neutrones.

---

Cuando un neutrón interactúa, lo hace a partir de diferentes procesos:

### Dispersión elástica contra núcleos

Ejemplo:  $A(n, n)A$

Es el principal mecanismo de interacción para neutrones con  $E \approx 1$  MeV.



# Interacción de neutrones.

---

## Dispersión inelástica.

Ejemplo:  $A(n, n')A^*$ ;  $A(n, 2n')A'$

El neutrón debe tener la energía suficiente para excitar al núcleo.  
Ocurre para energías mayores a 1 MeV.

## Captura radiativa

Ejemplo:  $n + (Z, A) \rightarrow \gamma + (Z, A+1)$

La sección eficaz para este proceso es proporcional a  $1/v$ , siendo  $v$  la velocidad del neutrón.

El proceso es más probable para bajas energías.



## Interacción de neutrones.

---

### Reacciones nucleares.

Procesos en los cuales el núcleo captura al neutrón y se emiten partículas cargadas.

El proceso es más probable para energías del orden de unos eV a unos pocos keV.

### Fisión.

El proceso es más probable para energías del orden de 1/40 eV.

$$\sigma_{total} = \sigma_{elas} + \sigma_{inelas} + \sigma_{captura} + \dots$$



## Interacción de neutrones.

---

Debido a la dependencia de los procesos de interacción de neutrones con la energía de los mismos, se clasifica a los neutrones en:

<b>Energía</b>	<b>denominación</b>
cientos de keV – decenas de MeV	rápidos
0,1 eV – 100 keV	epitérmicos
Aprox. 0,025 eV	Térmicos
meV, $\mu$ eV	Fríos, ultrafríos





# Interacción de neutrones.

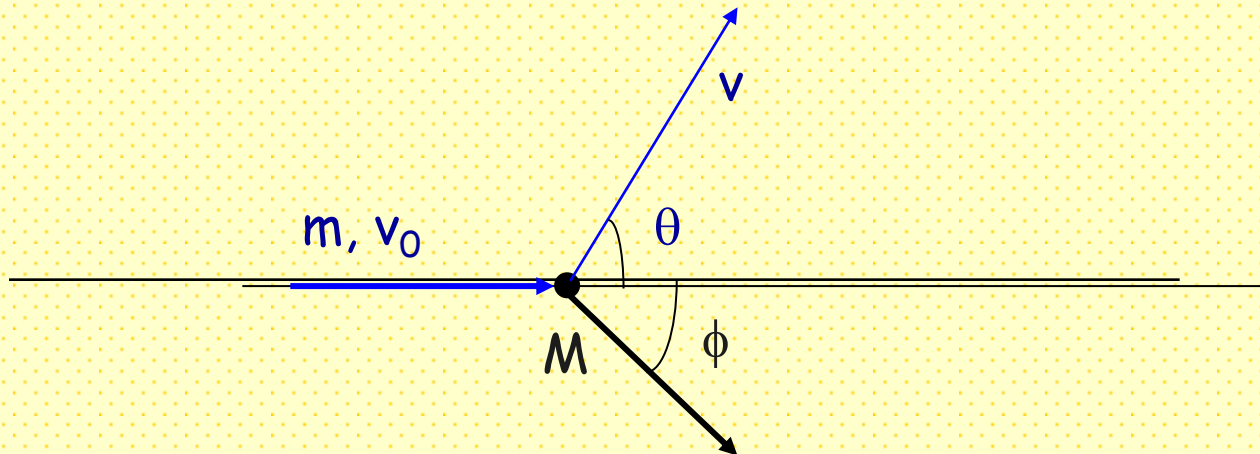
---

## Moderación de neutrones.

Proceso fundamental en Física Nuclear e Ingeniería.

Neutrones rápidos interactúan con la materia hasta disminuir su velocidad y ser capturados.

La dependencia de los procesos nucleares con  $1/v$  "asegura" la supervivencia del neutrón hasta alcanzar la energía térmica.





## Interacción de neutrones.

---

Suponiendo dispersión elástica, y planteando conservación de energía y momento, podemos hallar:

$$\frac{E}{E_0} = \frac{A^2 + 1 + 2A \cos \theta}{(A + 1)^2}$$

La energía del neutrón dispersado queda limitada al rango:

$$\left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2 E_0 < E < E_0$$



## Interacción de neutrones.

---

Para el caso particular de dispersión contra protones ( $Z = 1$ ):

$$0 < E < E_0$$

Lo cual es lógico, ya que blancos ligeros pueden absorber mayor energía de retroceso.

También se entiende por qué se emplean materiales livianos (agua pesada, parafina) como moderadores.



## Interacción de neutrones.

---

Para concluir podemos calcular cuantas colisiones son necesarias para reducir la energía de un neutrón de  $E_0$  a  $E$ .

$$u = \ln E_0 - \ln E = \ln \frac{E_0}{E}$$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{A^2 + 1 + 2A \cos \theta}{(A+1)^2}$$

$$u(\theta) = \ln \frac{(A+1)^2}{A^2 + 1 + 2A \cos \theta}$$

Integrando sobre todos los ángulos y dividiendo por  $4\pi$  podemos hallar el  $u(\theta)$  promedio por colisión:



## Interacción de neutrones.

---

El cambio en la energía luego una colisión es independiente de la energía inicial.

$$\xi = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1}$$

$$n = \frac{u}{\xi} = \frac{1}{\xi} \ln \frac{E_0}{E}$$

Para el caso de  $^{12}\text{C}$ ,  $\xi = 0,158$ . Por lo tanto, para reducir la energía de un neutrón de 1 MeV a energías térmicas (0,025 eV) se requieren 111 colisiones.

Para H,  $\xi = 1$ , y se requieren sólo 17,5 colisiones.

