



El núcleo y sus radiaciones

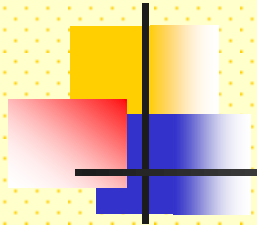
Dr. Leonardo Errico
Dra. Maria Luciana Montes

Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas - UNLP

errico@fisica.unlp.edu.ar
lmontes@fisica.unlp.edu.ar



Radiación del cuerpo negro.



Cuerpo negro: sistema ideal que absorbe toda radiación incidente. Una superficie ideal que absorbe todas las longitudes de onda de la radiación electromagnética también es el mejor emisor posible de radiación electromagnética de cualquier longitud de onda.

Un objeto a una dada temperatura emite ondas E.M. en la forma de radiación térmica.

Distribución de longitudes de onda continuas.

Objeto a temperatura ambiente: longitudes de onda principalmente en infrarrojo.

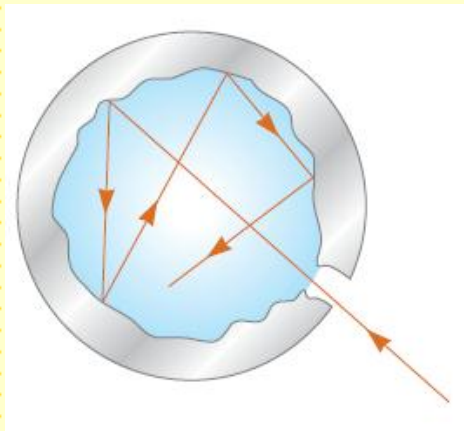
Al aumentar la temperatura: ojo visible. A temperaturas muy altas, el objeto se ve blanco

Explicación clásica: la radiación térmica se origina en las partículas con carga y aceleradas en los átomos que están cerca de la superficie, que se comporta como antenas.

A finales del siglo XIX era claro que la teoría clásica era inadecuada. El problema básico era comprender la distribución observada de longitudes de onda emitida por un cuerpo negro.

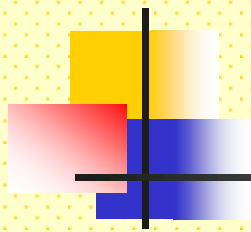
Radiación del cuerpo negro.

Una buena aproximación a un cuerpo negro es un orificio pequeño que conduce al interior de un objeto hueco.

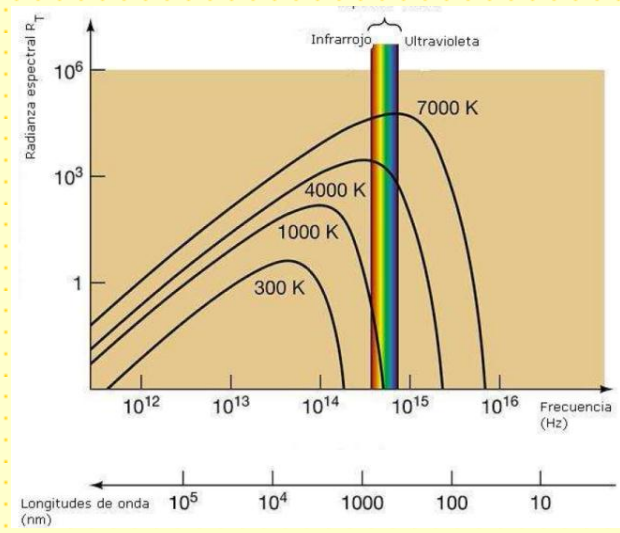
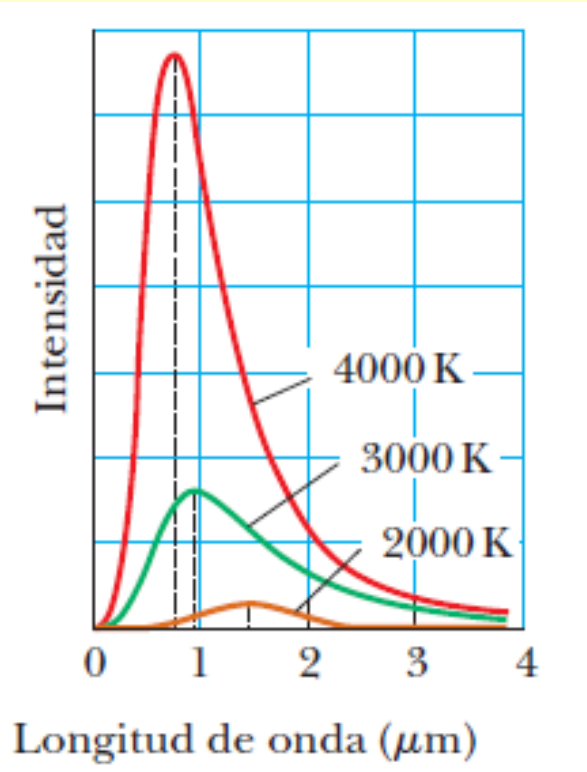


Lumiere y Pringsheim fueron los primeros en obtener curvas experimentales de la radiación de cuerpo negro en 1899.

Radiación del cuerpo negro.

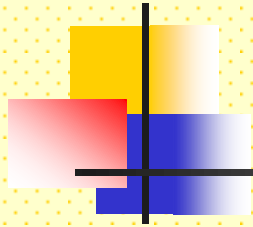


La frecuencia para la cual la densidad de energía es máxima **aumenta** con T . Esto explica el cambio de color de un cuerpo radiante al aumentar la temperatura.



La *forma* de la curva de distribución es igual para todas las temperaturas; una curva de una temperatura se ajuste a otra sólo cambiando las escalas de la gráfica.

Radiación del cuerpo negro.



1- La potencia total de la radiación emitida aumenta con la temperatura

$$W = \sigma A \cdot T^4, \quad \sigma = 5.670 \cdot 10^{-8} \text{ (W m}^{-2} \text{ K}^{-4}\text{)}$$

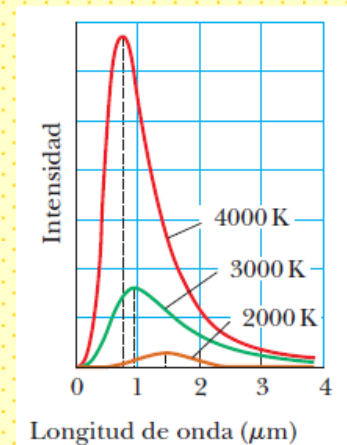


Ley de Stefan-Boltzmann (1879, Stefan. Demostrada teóricamente por Boltzmann unos años después a partir de métodos termodinámicos).

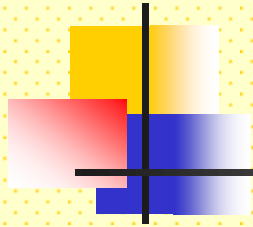
2- El pico de la distribución de la longitud de onda se desplaza hacia longitudes de onda más cortas conforme aumenta la temperatura.

$$\lambda T = b \quad b = 2,8978 \times 10^{-3} \text{ mK}$$

Ley de desplazamiento de Wien.
b: Constante de desplazamiento de Wien.



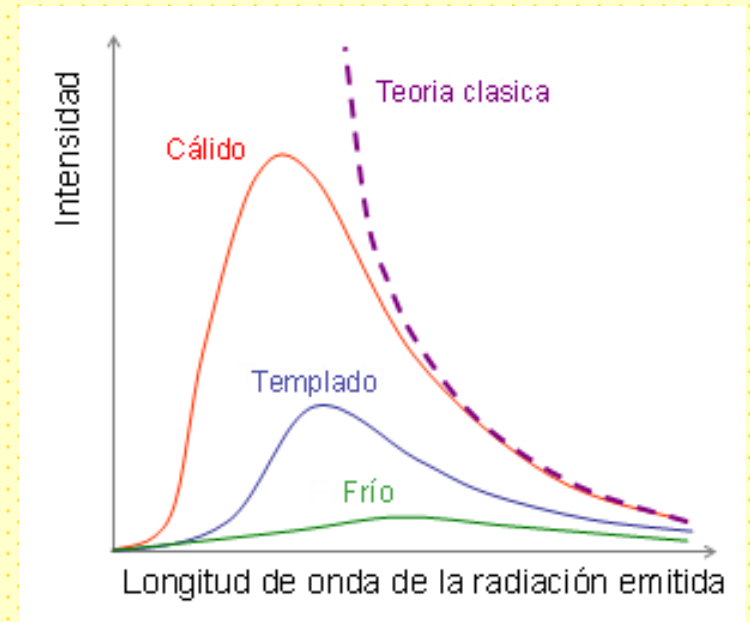
Radiación del cuerpo negro.



La intensidad *total* I es la integral de la función de distribución $I(\lambda)$ sobre todas las longitudes de onda, o sea es igual al área bajo la curva de $I(\lambda)$.

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi ck_B T}{\lambda^4}$$

Esta ley predice una producción de energía infinita a longitudes de onda muy pequeñas. Esta situación que no se corrobora experimentalmente es conocida como **catástrofe ultravioleta**.



Radiación del cuerpo negro.

Premio Nobel de Física 1918 por sus aportes a la «fundación» de la mecánica cuántica



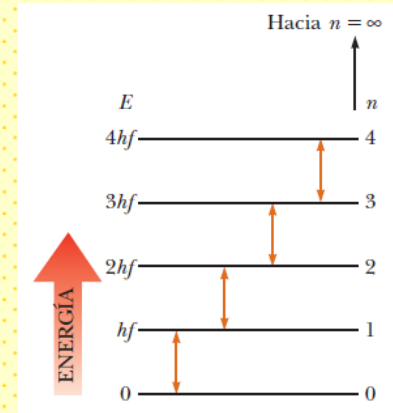
Max Planck en 1900 formuló dos atrevidas y controvertidas hipótesis respecto a la naturaleza de los osciladores en las paredes de la cavidad.

Cada oscilador puede absorber o emitir energía de la radiación en una cantidad proporcional a ν : si absorbe o emite radiación electromagnética, su energía aumenta o disminuye en una cantidad $h\nu$.

$$E = nh\nu$$

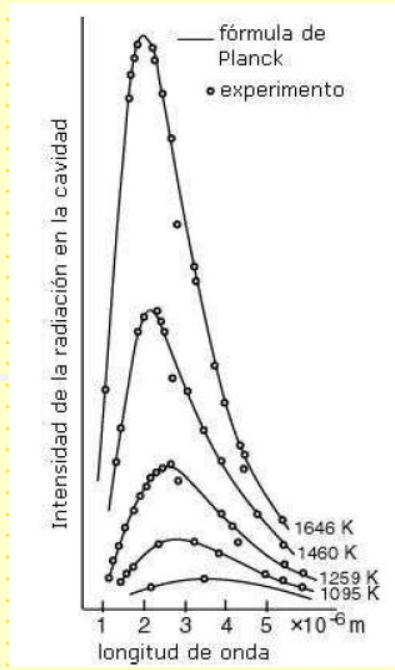
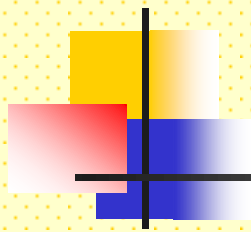
$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda k_B T} - 1)}$$

$$h = 6,6256 \times 10^{-34} \text{ J s}$$



Planck no se sentía contento con su *hipótesis cuántica*; la consideraba como un truco de cálculo, más que un principio fundamental. En su carta a un amigo, la llamó "acto de desesperación" al que se había visto obligado porque "había que encontrar una explicación teórica a toda costa". Pero cinco años después, Einstein identificó el cambio de energía $h\nu$ entre niveles, como la energía de un fotón, para explicar el efecto fotoeléctrico y rápidamente se acumularon más pruebas. Para 1915, había poca duda de la validez del concepto cuántico y de la existencia de fotones.

Radiación del cuerpo negro.



$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda k_B T} - 1)}$$

$$\lambda_m = \frac{hc}{4.965kT}$$

$$I = \int_0^\infty I(\lambda) d\lambda = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4$$

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$$

La ley de radiación de Planck incluye la ley de Wien. Para deducirla, se deriva la ecuación y se iguala a cero:

También incluye la ley de Stefan-Boltzmann.

Termómetro óptico: mide la temperatura en cuestión de segundos.

Mide la cantidad de radiación infrarroja emitida por el tímpano. Después convierte la radiación en una lectura de temperatura. Muy sensible: en la ley de Stefan-Boltzmann.

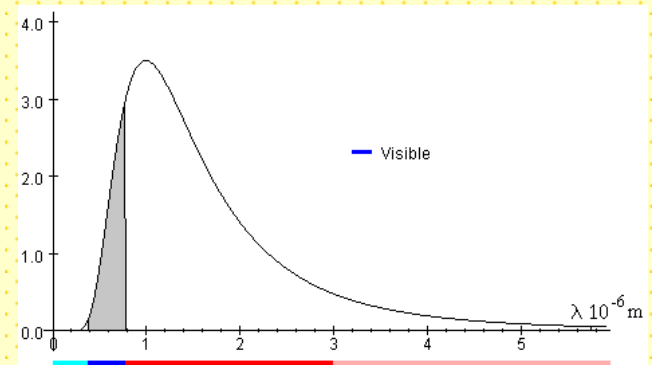


$$\frac{T_{\text{fiebre}}}{T_{\text{normal}}} = \frac{38^\circ\text{C} + 273^\circ\text{C}}{37^\circ\text{C} + 273^\circ\text{C}} = 1.0032$$

$$\frac{\mathcal{P}_{\text{fiebre}}}{\mathcal{P}_{\text{normal}}} = \left(\frac{38^\circ\text{C} + 273^\circ\text{C}}{37^\circ\text{C} + 273^\circ\text{C}} \right)^4 = 1.013$$

Radiación del cuerpo negro.

Temperatura (K)	% infrarrojo	% visible	% ultravioleta
1000	99.999	$7.367 \cdot 10^{-4}$	$3.258 \cdot 10^{-11}$
2000	98.593	1.406	$7.400 \cdot 10^{-4}$
3000	88.393	11.476	0.131
4000	71.776	26.817	1.407
5000	55.705	39.166	5.129
6000	42.661	45.732	11.607
7000	32.852	47.506	19.641
8000	25.565	46.210	28.224
9000	20.154	43.247	36.599
10000	16.091	39.567	44.342



Efecto fotoeléctrico.



Los electrones habían sido descubiertos en el año 1900, pero muchos años antes se conocía la electricidad y su relación con la luz.

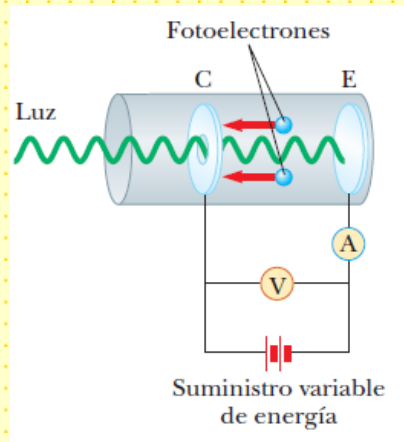
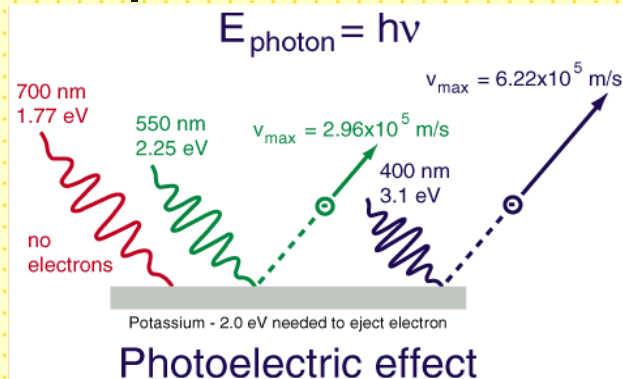
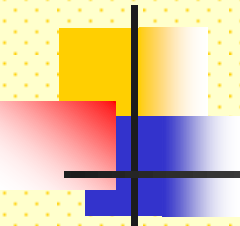
1887, investigando la descarga eléctrica entre dos electrodos, Heinrich Hertz observó que la intensidad de la descarga aumentaba cuando los electrodos eran iluminados con luz ultravioleta.

Un año mas tarde Wilhem Hallwachs observó emisión electrónica al iluminar superficies de ciertos metales como el zinc, el rubidio, el potasio y el sodio.

El proceso de liberación de electrones de un material por la radiación se denomina **efecto fotoeléctrico**, y es el primer ejemplo de interacción de la misma con la materia.

A principio del siglo XX los experimentos se habían perfeccionado. 1902, Philipp Von Lenard (Premio Nobel 1905 por su trabajo sobre los rayos catódicos), observaciones del efecto fotoeléctrico en las que se ponía de manifiesto la variación de energía de los electrones con la frecuencia de la luz incidente.

Efecto fotoeléctrico.



$$W_{\text{tot}} = -eV_0 = \Delta K = 0 - K_{\text{máx}}$$

$$K_{\text{máx}} = \frac{1}{2}mv_{\text{máx}}^2 = eV_0$$

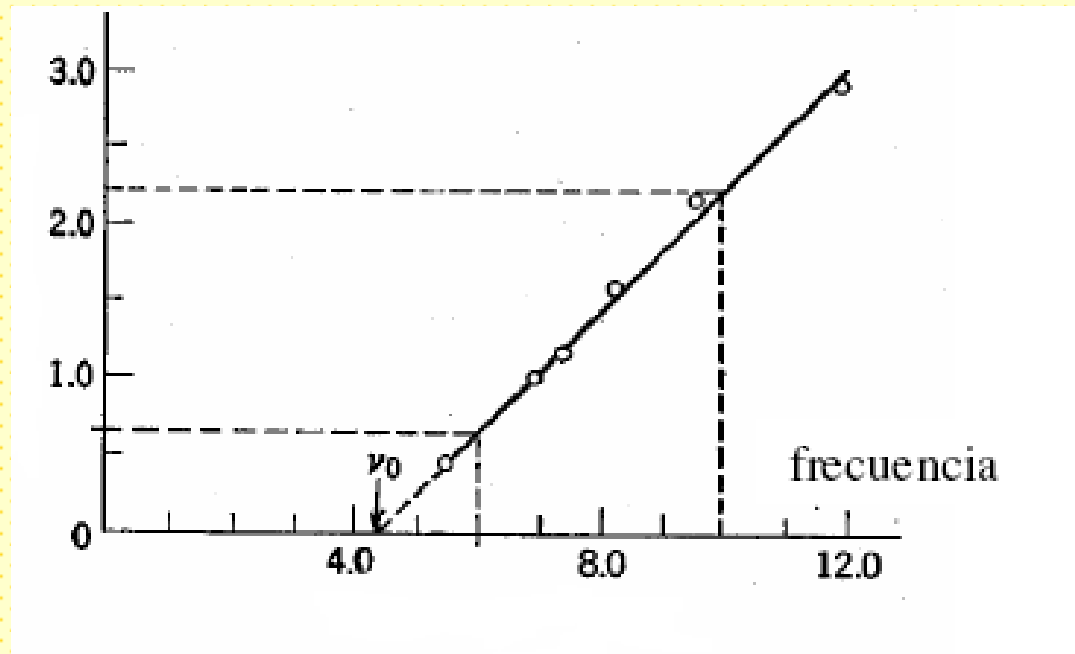
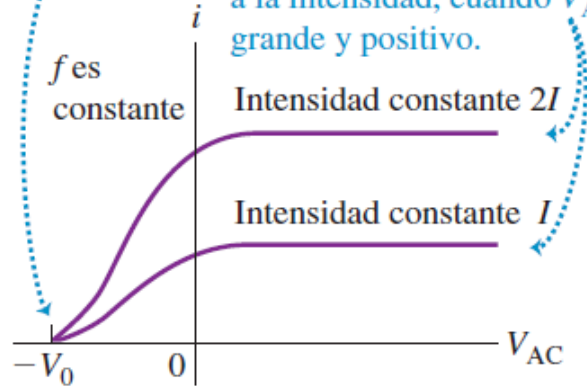
Resultados experimentales:

- 1- La $K_{\text{máx}}$ de los fotoelectrones es *independiente* de la intensidad de la luz.
- 2- Los electrones son emitidos de la superficie metálica casi *de manera instantánea* ($< 10^{-9} \text{ s}$ después de que se ilumina la superficie).
- 3- No hay emisión si la frecuencia de la luz incidente es menor a cierta **frecuencia de corte** ν_c , característico del material iluminado e independiente de la intensidad de luz.
- 4- Para $\nu > \nu_c$, $K_{\text{máx}}$ de los fotoelectrones aumenta con la frecuencia de la luz.

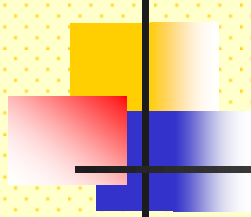
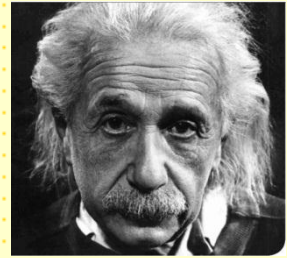
Efecto fotoeléctrico.

El potencial de frenado V_0 es independiente de la intensidad luminosa ...

... pero la corriente fotoeléctrica es directamente proporcional a la intensidad, cuando V_{AC} es grande y positivo.



Efecto fotoeléctrico.



1905, Einstein. Supuso que la radiación transportaba la energía en paquetes o cuantos.

1) La radiación incidente, de frecuencia ν , sólo puede intercambiar energía con los electrones del metal en una cantidad igual a $h\nu$,

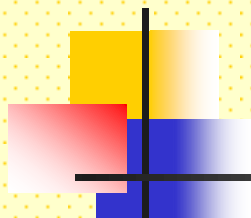
2) Los electrones usan esa energía para vencer la energía que los liga al metal y el resto para adquirir energía cinética, con la que llegan al otro electrodo.

$$E_{cin} = E - \Phi$$

$$E_{cin} = h\nu - \Phi$$

$$E_{cin\ max} = h\nu - \Phi_0 \rightarrow \text{Energía de arranque}$$

Efecto fotoeléctrico.

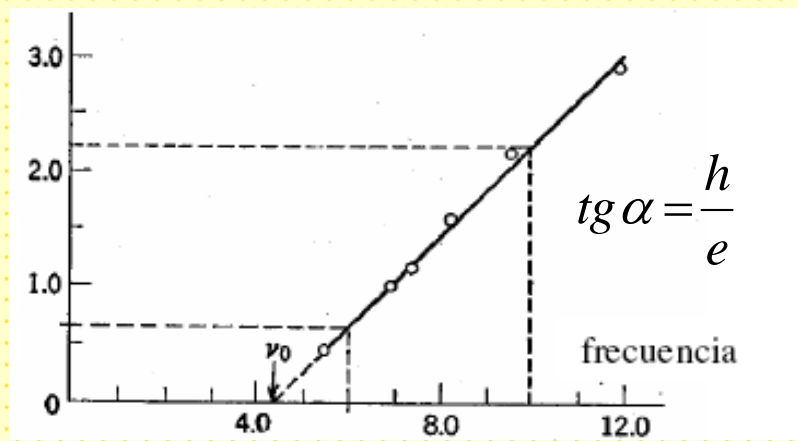


Según esta ecuación, para una frecuencia ν_0 tal que:

$$0 = h\nu_0 - \Phi_0 \Rightarrow \nu_0 = \frac{\Phi_0}{h}$$

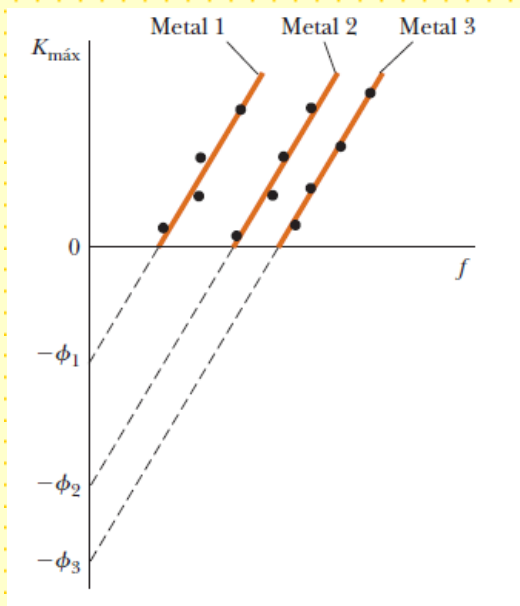
ν_0 es entonces la frecuencia umbral.

$$eV_0 = h\nu - \Phi_0$$



Funciones trabajo de metales seleccionados

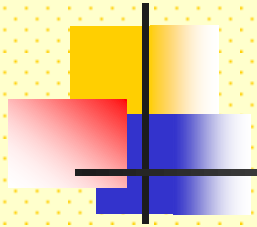
Metal	ϕ (eV)
Na	2.46
Al	4.08
Cu	4.70
Zn	4.31
Ag	4.73
Pt	6.35
Pb	4.14
Fe	4.50



$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4.136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$$

Efecto fotoeléctrico.

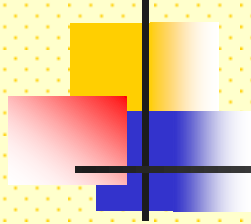


$$E_{cin\max} = h\nu - \Phi_0$$

- 1- E_{kmax} es independiente de la intensidad de la luz. La energía cinética máxima de cualquier electrón individual depende solo de la frecuencia de la luz y de la función trabajo.
- 2- Una emisión casi instantánea de los electrones es consistente con el modelo fotónico
- 3- El fotón debe tener una energía superior a la función trabajo para expulsar un electrón del átomo, el efecto fotoeléctrico no se observa abajo de cierta frecuencia de corte.
- 4- Un fotón de frecuencia mayor lleva mas energía y debido a eso expulsa un fotoelectrón de energía mas elevada que un fotón de frecuencia inferior.

Albert Einstein, Premio Nobel 1921 *«por sus aportes a la física teórica y, especialmente, por el descubrimiento de la ley del efecto fotoeléctrico».*

Efecto Compton.



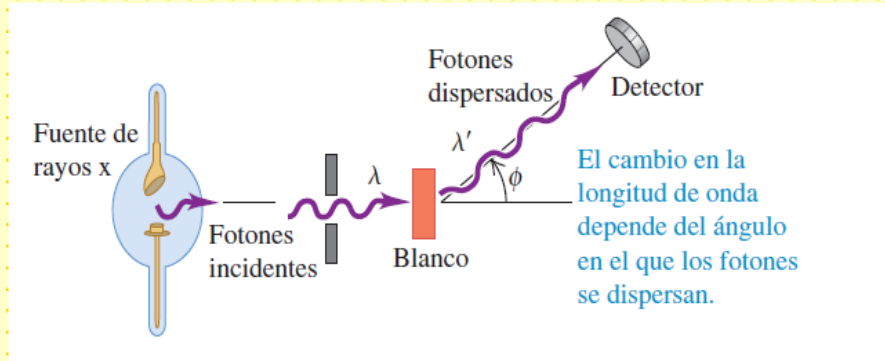
1919, Einstein: un fotón de energía E tiene una cantidad de movimiento igual a $E/c = hv/c$.

1923, Arthur Holly Compton y Peter Debye desarrollaron la idea de la cantidad de movimiento del fotón de Einstein.

Compton y sus colegas habían acumulado evidencia que demostraba que la teoría ondulatoria clásica de la luz no podía explicar la dispersión de los rayos X por electrones.

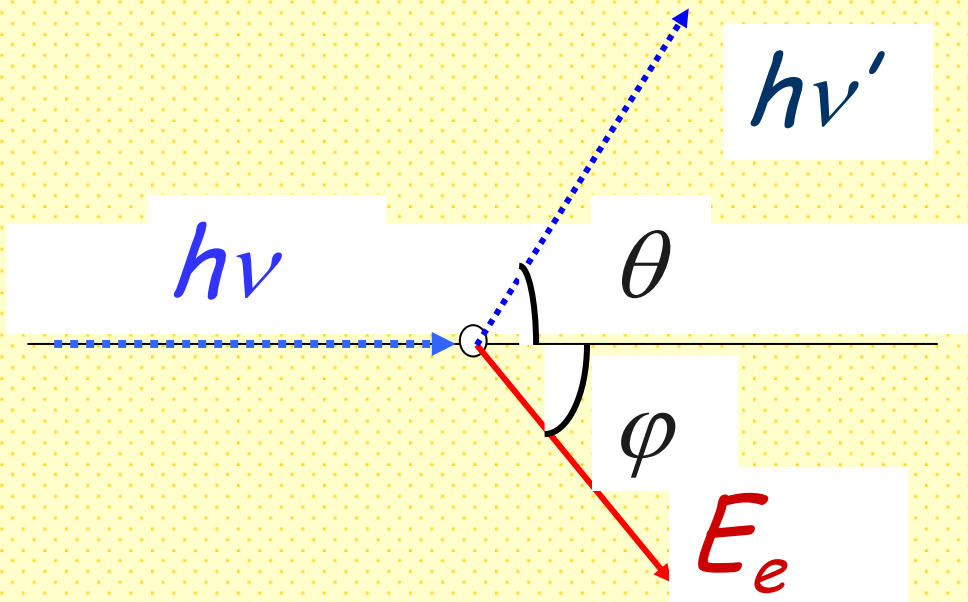
Cuando los fotones «chocan» con la materia, algo de su radiación se dispersa, de la misma forma que la luz visible que incide sobre una superficie áspera sufre una reflexión difusa.

Parte de esa radiación dispersada tiene menor frecuencia (mayor longitud de onda) que la radiación incidente. El cambio de longitud de onda depende del ángulo en el que se dispersa la radiación.



Efecto Compton.

La dispersión de una onda electromagnética por electrones libres se puede pensar como un choque, donde se intercambian energía y momento, entre un **electrón en reposo** y una onda electromagnética pensada como una partícula de masa nula, **velocidad igual a c** y **energía $h\nu$** .



Planteando conservación de energía y momento se puede obtener:

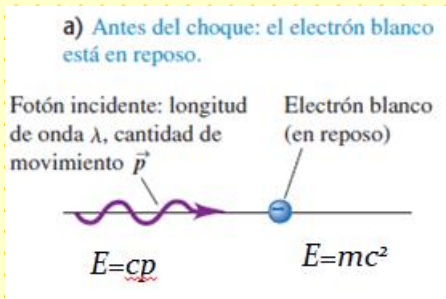
$$\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{h}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c^2} = 2,4262 \times 10^{-12} \text{ m}$$

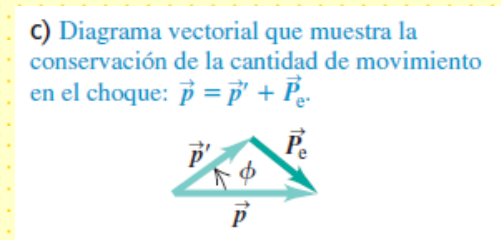
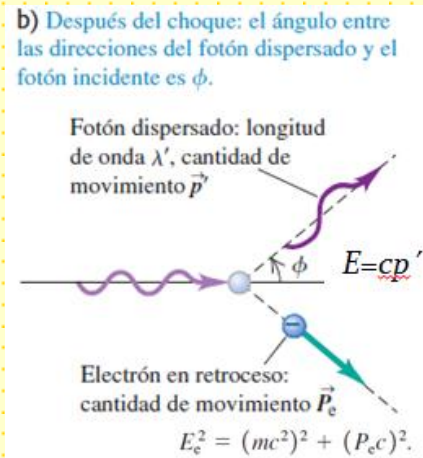
Longitud de onda Compton del electrón.

Efecto Compton.

La energía de retroceso del electrón puede estar en el intervalo relativista, por lo que se deben usar las ecuaciones relativistas de energía y cantidad de movimiento.



$$pc + mc^2 = p'c + E_e$$



$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{P}_e$$

$$\vec{P}_e = \vec{p} - \vec{p}'$$

$$(pc - p'c + mc^2)^2 = E_e^2 = (mc^2)^2 + (P_e c)^2$$

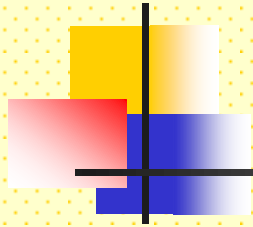
$$P_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \phi$$

$p' = h/\lambda'$ y $p = h/\lambda$, y después multiplicamos por h/mc

$$\frac{mc}{p'} - \frac{mc}{p} = 1 - \cos \phi$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \phi) \quad (\text{dispersión de Compton})$$

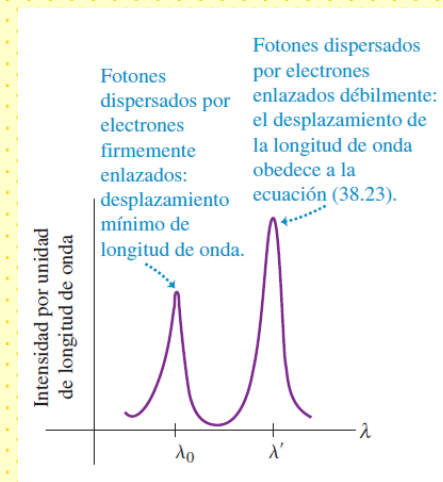
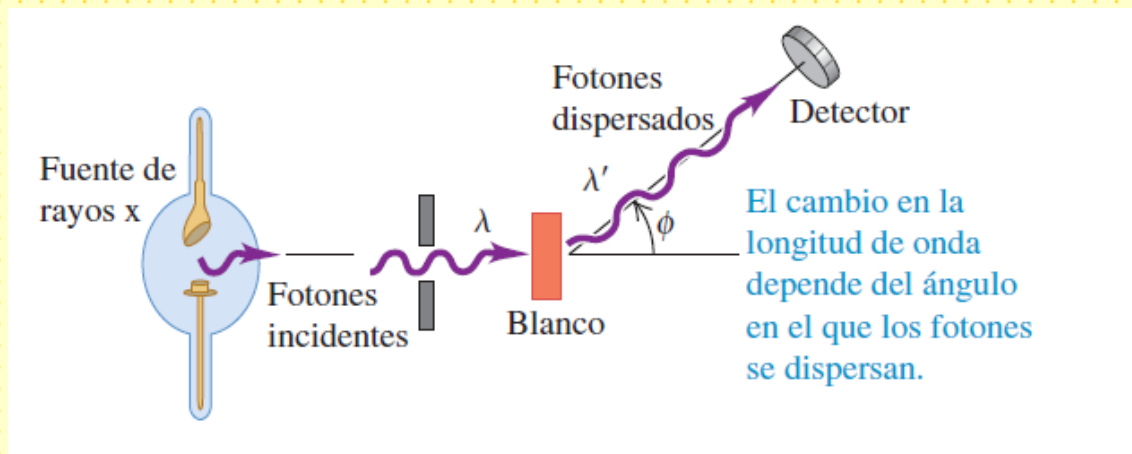
Efecto Compton.



Cuando se miden las longitudes de onda de los rayos x dispersados en cierto ángulo, la curva de intensidad por unidad de longitud de onda en función de la longitud de onda tiene dos máximos.

El pico de mayor longitud de onda representa la dispersión de Compton. El de menor longitud de onda está en la longitud de onda de los rayos x incidentes, y corresponde a la dispersión de ellos por electrones firmemente enlazados.

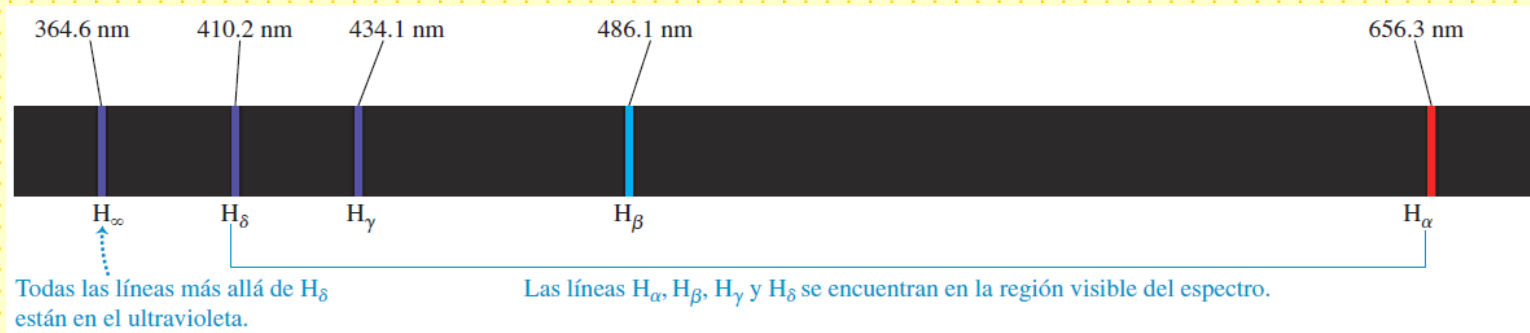
(en este procesos de dispersión debe retroceder todo el átomo, por lo que la m es la masa de todo el átomo, y no la de un solo electrón. Los desplazamientos de longitud de onda que resultan son despreciables).



Átomo de Bohr.



Para 1913 se había estudiado el espectro del H, el átomo más simple, en forma extensa.



1885, Johann Balmer encontró (mediante ensayo y error) una fórmula para calcular las longitudes de onda de tales líneas, hoy conocida como la *serie de Balmer*.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Se han descubierto otras series espectrales del H que se llaman, en honor de sus descubridores: serie de Lyman (en el ultravioleta), de Paschen, de Brackett y de Pfund (en el infrarrojo).

Serie de Lyman: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$

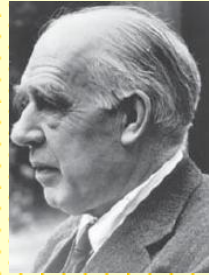
Serie de Paschen: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots)$

Serie de Brackett: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 5, 6, 7, \dots)$

Serie de Pfund: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 6, 7, 8, \dots)$

Átomo de Bohr.

(Premio Nobel 1922 «por sus servicios en la investigación de la estructura de los átomos y de la radiación que de ellos emana»).



1. del movimiento de los electrones en el átomo

Los electrones se mueven en órbitas circulares alrededor del núcleo bajo la influencia de la atracción coulombiana entre el electrón, de carga negativa y el núcleo, de carga positiva. Cada una de estas órbitas obedece las leyes de la mecánica clásica.

2. de las órbitas

En lugar de las infinitas órbitas que admite la mecánica clásica, los electrones en un átomo solo pueden moverse en órbitas tales que el momento angular orbital L es un múltiplo de h .

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

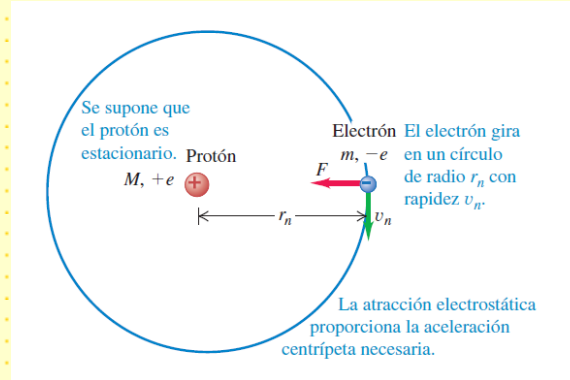
3. Al moverse en una órbita permitida, el electrón no irradia energía, violando las leyes del electromagnetismo clásico. La energía total E del electrón en cada órbita se mantiene constante.

4. de la emisión de radiación

El electrón puede emitir radiación electromagnética pasando de una de las órbitas permitidas, de energía E_i a otra órbita permitida con menor energía E_f .

$$\nu_e = \frac{E_i - E_f}{h}$$

Átomo de Bohr.



$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2} = \frac{mv_n^2}{r_n}$$

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi}$$

$$r_n = \epsilon_0 \frac{n^2 h^2}{\pi m e^2} \quad (\text{radios de las órbitas en el modelo de Bohr})$$

$$v_n = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{e^2}{2nh} \quad (\text{rapideces orbitales en el modelo de Bohr})$$

$$a_0 = \epsilon_0 \frac{h^2}{\pi m e^2}$$



$$r_n = n^2 a_0$$

$$a_0 = \frac{(8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{(3.142)(9.109 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.602 \times 10^{-19} \text{ C})^2} = 5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$$

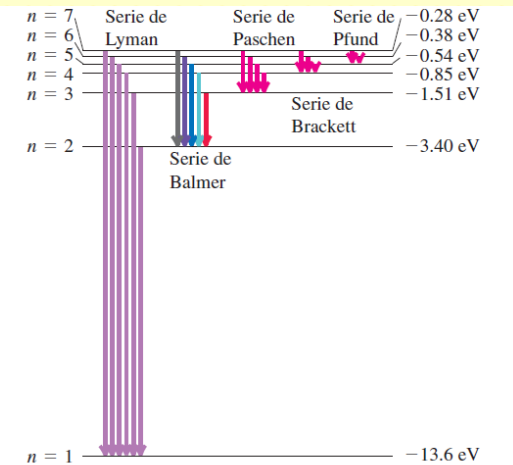
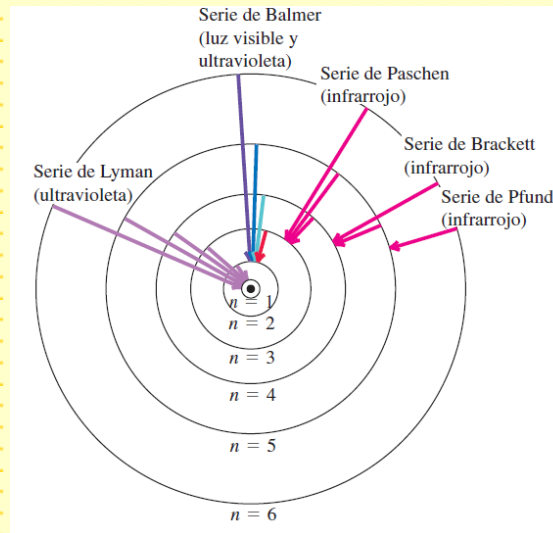
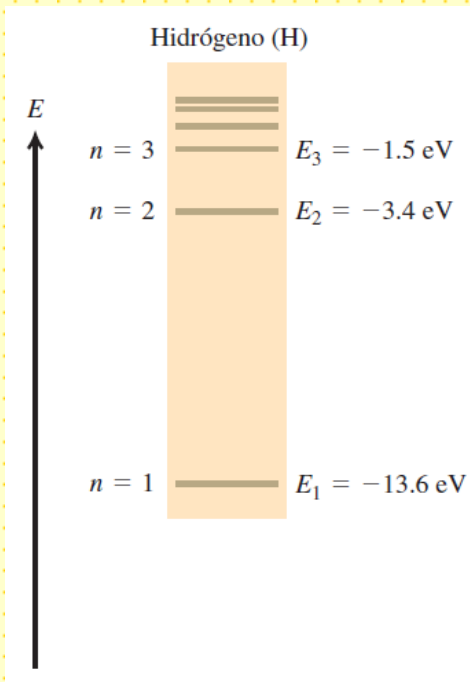
para el estado $n=1$, $v_1=2.19 \times 10^6$ m/s. Ésta es la máxima velocidad posible del electrón en el átomo de H, y es menos del 1% de la rapidez de la luz, mostrando que las consideraciones relativistas no tienen importancia.

Átomo de Bohr.

$$K_n = \frac{1}{2}mv_n^2 = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{me^4}{8n^2h^2}$$

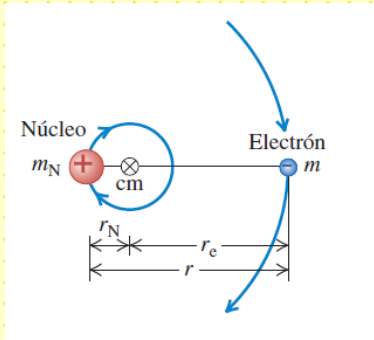
$$U_n = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{me^4}{4n^2h^2}$$

$$E_n = K_n + U_n = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{me^4}{8n^2h^2}$$



La *energía de ionización* del átomo de H es la necesaria para retirar el electrón por completo. La ionización corresponde a una transición del nivel fundamental ($n=1$) a un radio de órbita infinitamente grande. Se obtiene $E_{\text{ion}} = 13.606 \text{ eV}$. (exp.; 13.60 eV. Concordancia dentro del 0.1%).

Átomo de Bohr.



$$m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

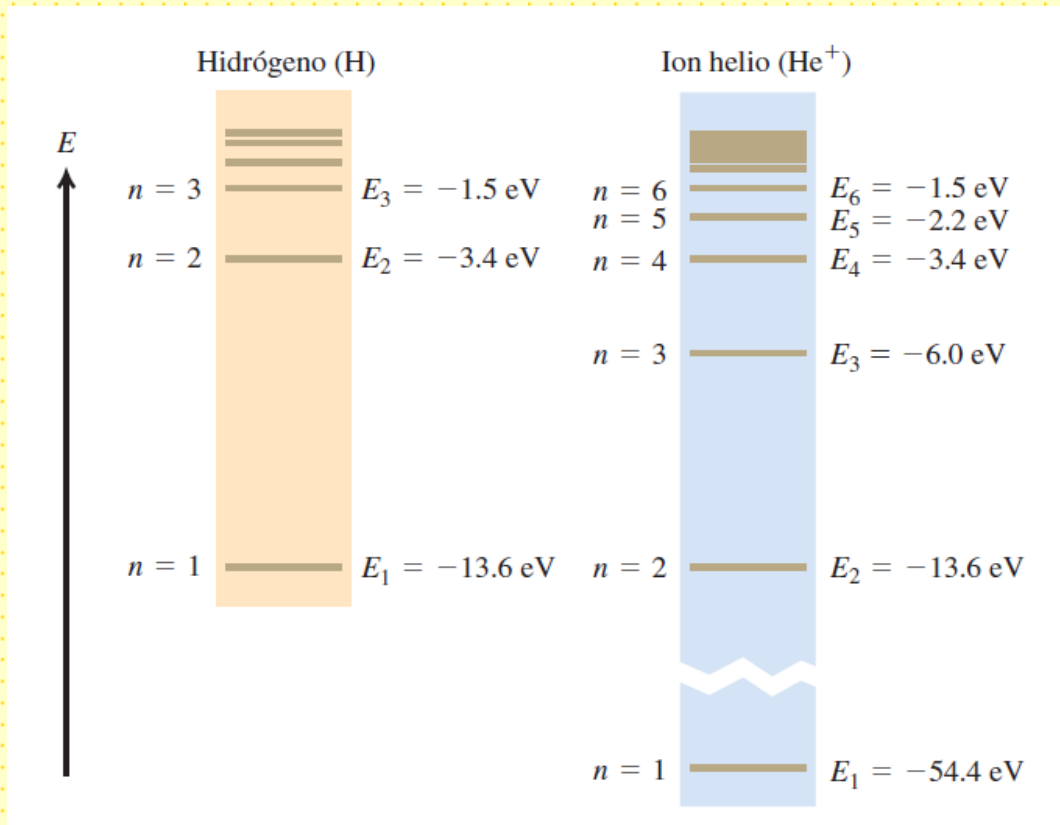
$$m_r = \frac{m(1836.2m)}{m + 1836.2m} = 0.99946m$$

Deuterio (*hidrógeno pesado*) el núcleo es un protón y un neutrón enlazados para formar un cuerpo compuesto llamado *deuterón*.

La masa reducida del átomo de deuterio es $0.99973m$.

Así, las longitudes de onda del espectro del deuterio deberían ser las del hidrógeno divididas entre $(0.99973m)/(0.99946m)=1.00027$. Éste es un efecto pequeño pero medible. Este desplazamiento condujo a Harold Urey a descubrir el deuterio en 1932, un logro que le valió el Premio Nobel de Química en 1934.

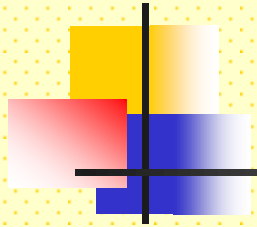
Átomo de Bohr.



La carga nuclear es Ze , donde Z es el *número atómico*.

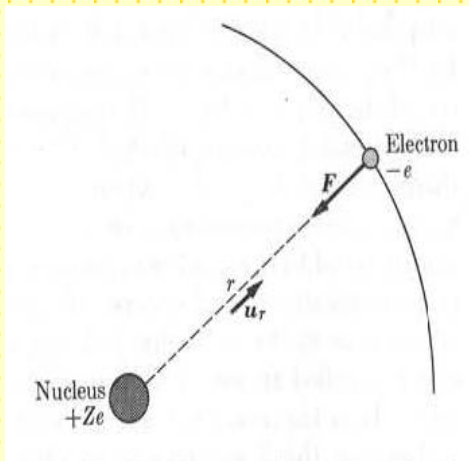
Los radios de las órbitas r_n se reducen en un factor de Z , y los niveles de energía se multiplican por Z^2 .

Átomo de Bohr.



- Combina *elementos* de la física clásica con postulados nuevos que eran inconsistentes con las ideas clásicas.
- El modelo no proporcionó una imagen de lo que sucede durante una transición de una a otra órbitas.
- No tuvieron éxito los intentos de modelar átomos con dos o más electrones.
- Un electrón que se mueve en una de las órbitas circulares de Bohr forma un circuito de corriente, y debería producir un momento magnético. Sin embargo, un átomo de hidrógeno en su nivel fundamental *no* tiene momento magnético debido a su movimiento orbital.

Átomo de Hidrógeno.



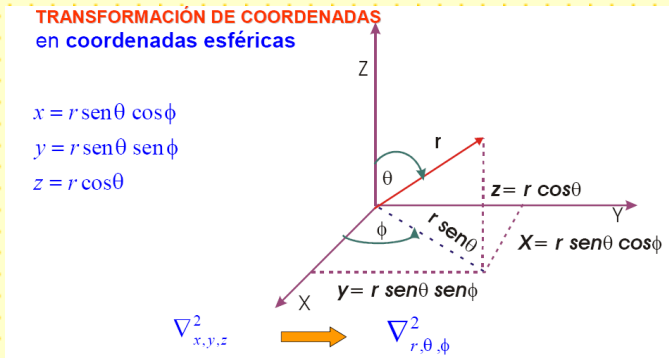
$$m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad q_p = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Coul}$$

$$m_e = 0.91 \times 10^{-30} \text{ kg} \quad q_e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ Coul}$$

$$U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

$$H = \frac{p^2}{2M} + U(r) = -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 + U(r)$$

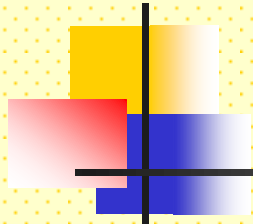
El problema del átomo de hidrógeno se formula mejor en coordenadas esféricas (r, θ, ϕ).



$$\nabla^2 = +\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\text{tg} \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\text{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right)$$

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$$

Átomo de Hidrógeno.



Las funciones radiales $R(r)$ son una función exponencial e^{-ar} (con a positiva) multiplicada por un polinomio en r (polinomios de Laguerre).

$\Theta(\theta)$ son polinomios formados por diversas potencias de $\sin(\theta)$ y $\cos(\theta)$.

$\Phi(\phi)$ son proporcionales a $e^{im_l\phi}$ donde m_l es un entero positivo, cero o negativo.

$$\psi_{n,l,m}(r, \theta, \phi) = R_{n,l}(r)\Theta_{l,m}(\theta)\Phi_m(\phi)$$

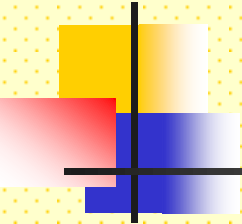
Tendremos una función de onda para cada terna de números cuánticos que satisfagan las condiciones

$$n \geq 1, \text{ es decir, } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$l = 0, 1, \dots, (n - 1)$$

$$m = l, l - 1, \dots, 0, \dots, -l + 1, -l$$

Átomo de Hidrógeno.

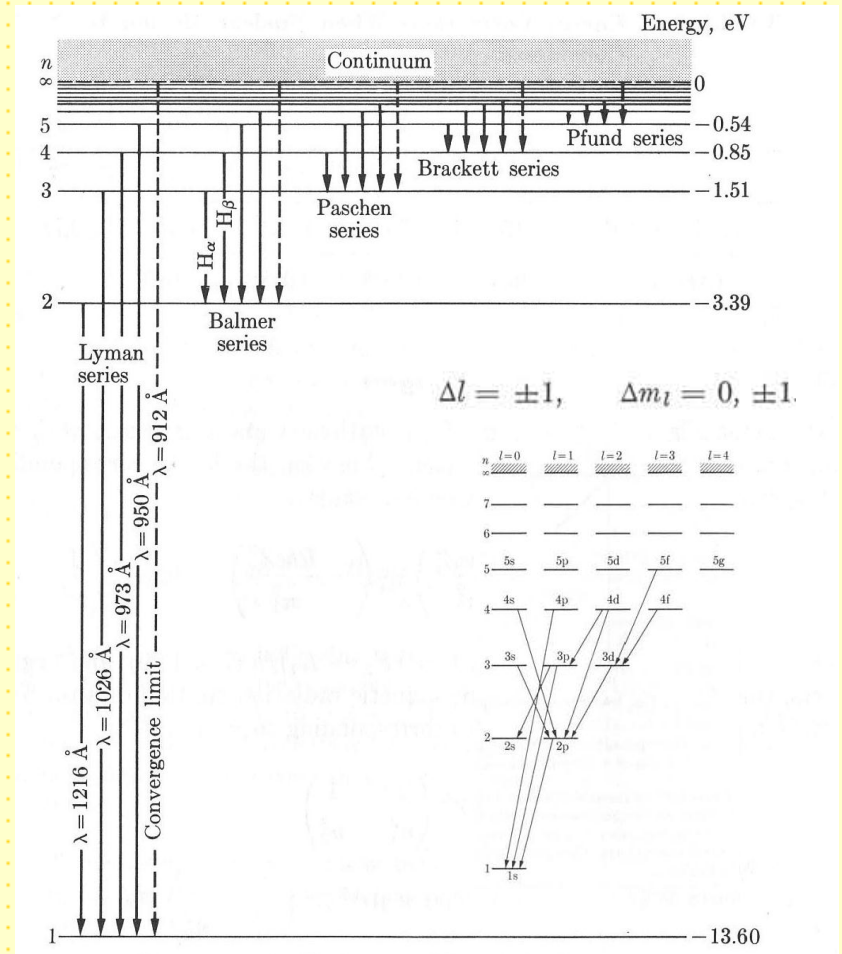
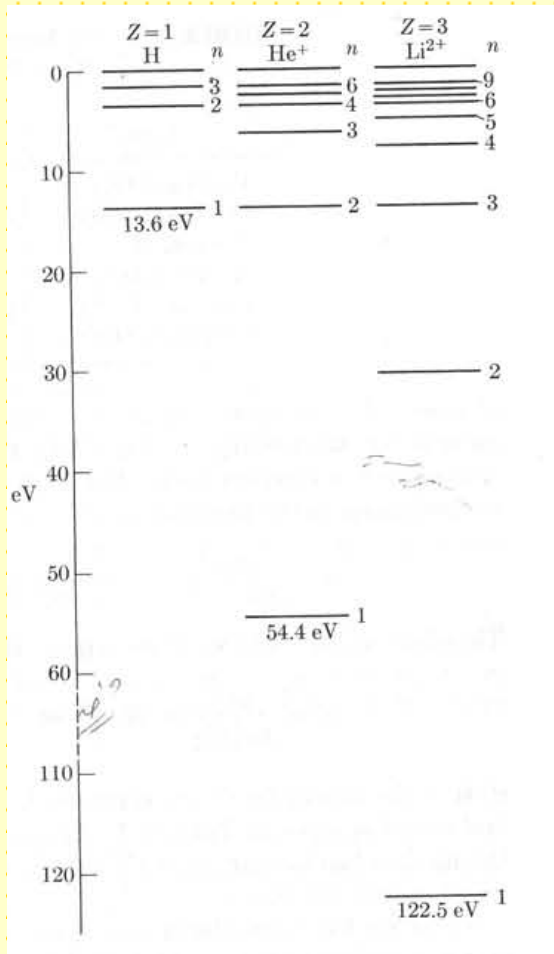


n	l	$R_{n,l}(r)$
1	0	$2\left(\frac{Z}{a'_0}\right)^{3/2} e^{-Zr/a'_0}$
2	0	$\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{Z}{a'_0}\right)^{3/2}\left(2 - \frac{Zr}{a'_0}\right) e^{-Zr/2a'_0}$
2	1	$\frac{1}{2\sqrt{6}}\left(\frac{Z}{a'_0}\right)^{3/2}\left(\frac{Zr}{a'_0}\right) e^{-Zr/2a'_0}$
3	0	$\frac{2}{81\sqrt{3}}\left(\frac{Z}{a'_0}\right)^{3/2}\left[2\left(\frac{Zr}{a'_0}\right)^2 - 18\left(\frac{Zr}{a'_0}\right) + 27\right] e^{-Zr/3a'_0}$
3	1	$\frac{2\sqrt{2}}{81\sqrt{3}}\left(\frac{Z}{a'_0}\right)^{3/2}\left[6 - \left(\frac{Zr}{a'_0}\right)\right]\left(\frac{Zr}{a'_0}\right) e^{-Zr/3a'_0}$
3	2	$\frac{2\sqrt{2}}{81\sqrt{15}}\left(\frac{Z}{a'_0}\right)^{3/2}\left(\frac{Zr}{a'_0}\right)^2 e^{-Zr/3a'_0}$

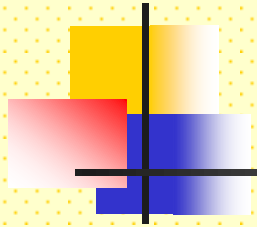
l	m	$\Theta_{l,m}(\theta)\Phi_m(\phi)$
0	0	$(1/4\pi)^{1/2}$
1	0	$(3/4\pi)^{1/2} \cos \theta$
1	1	$(3/8\pi)^{1/2} \text{sen } \theta e^{i\phi}$
1	-1	$(3/8\pi)^{1/2} \text{sen } \theta e^{-i\phi}$
2	0	$(5/16\pi)^{1/2}(3 \cos^2 \theta - 1)$
2	1	$(15/8\pi)^{1/2} \text{sen } \theta \cos \theta e^{i\phi}$
2	-1	$(15/8\pi)^{1/2} \text{sen } \theta \cos \theta e^{-i\phi}$
2	2	$(15/32\pi)^{1/2} \text{sen}^2 \theta e^{2i\phi}$
2	-2	$(15/32\pi)^{1/2} \text{sen}^2 \theta e^{-2i\phi}$

$$E_n = -\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{m_e e^4}{2n^2 \hbar^2} = -\frac{13.60 \text{ eV}}{n^2} \quad (\text{niveles de energía del hidrógeno})$$

Átomo de Hidrógeno.



Átomo de Hidrógeno.



Las soluciones que satisfacen las condiciones en la frontera conducen a valores cuantizados de la *cantidad de movimiento angular orbital*.

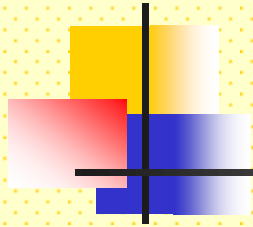
$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \quad (l = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

(magnitud de la cantidad de movimiento angular orbital)

El *número cuántico de la cantidad de movimiento angular orbital* l se llama **número cuántico orbital**.

En el modelo de Bohr, cada nivel de energía correspondía a un solo valor de cantidad de movimiento angular. El resultado anterior muestra que hay **n valores distintos posibles de L para el n -ésimo nivel de energía.**

Átomo de Hidrógeno.



Los valores permitidos de la *componente* de L (vector) en determinada dirección, por ejemplo, la componente L_z en dirección z se determina con el requisito de que la función $\Phi(\varphi)$ debe ser igual en $\Phi(\varphi+2\pi)$. Los valores posibles de L_z son:

$$L_z = m_l \hbar \quad (m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l)$$

(componentes de la cantidad de movimiento angular orbital)

$$|m_l| \leq l.$$

Por ejemplo, si $l = 1$, m_l puede ser igual a 1, 0, -1.

A m_l se le llama

número cuántico orbital magnético, o **número cuántico magnético**.

Átomo de Hidrógeno.

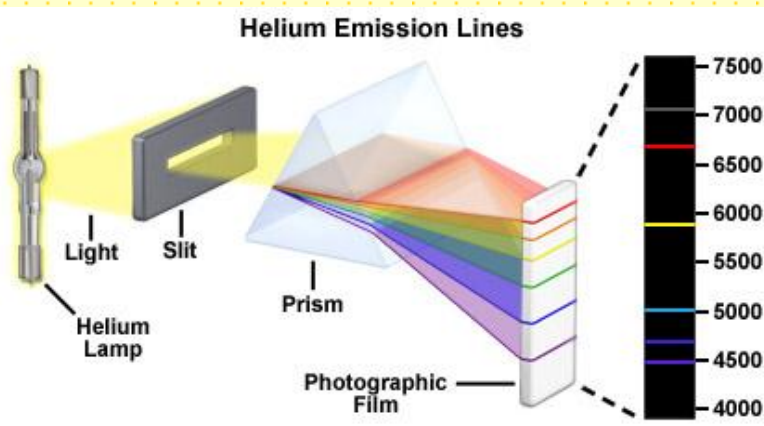
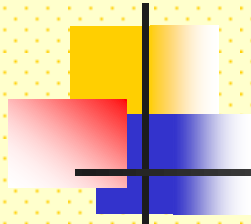
$n = 1$: capa K
 $n = 2$: capa L
 $n = 3$: capa M
 $n = 4$: capa N

$l = 0$: estados s
 $l = 1$: estados p
 $l = 2$: estados d
 $l = 3$: estados f
 $l = 4$: estados g
 $l = 5$: estados h

n	l	m_l	Notación espectroscópica	Capa
1	0	0	$1s$	K
2	0	0	$2s$	L
2	1	-1, 0, 1	$2p$	
3	0	0	$3s$	M
3	1	-1, 0, 1	$3p$	
3	2	-2, -1, 0, 1, 2	$3d$	
4	0	0	$4s$	N

para una transición, l debe cambiar en 1, y m_l debe cambiar en 0 o en ± 1 .

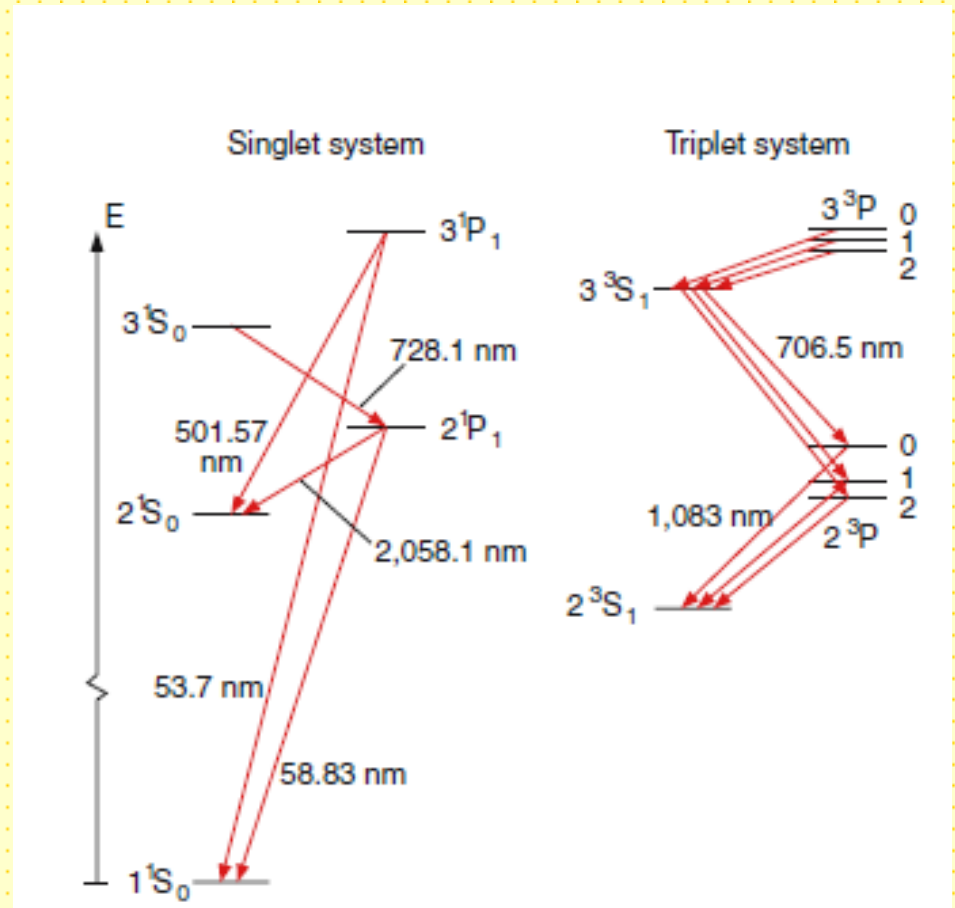
Átomo de Hidrógeno.



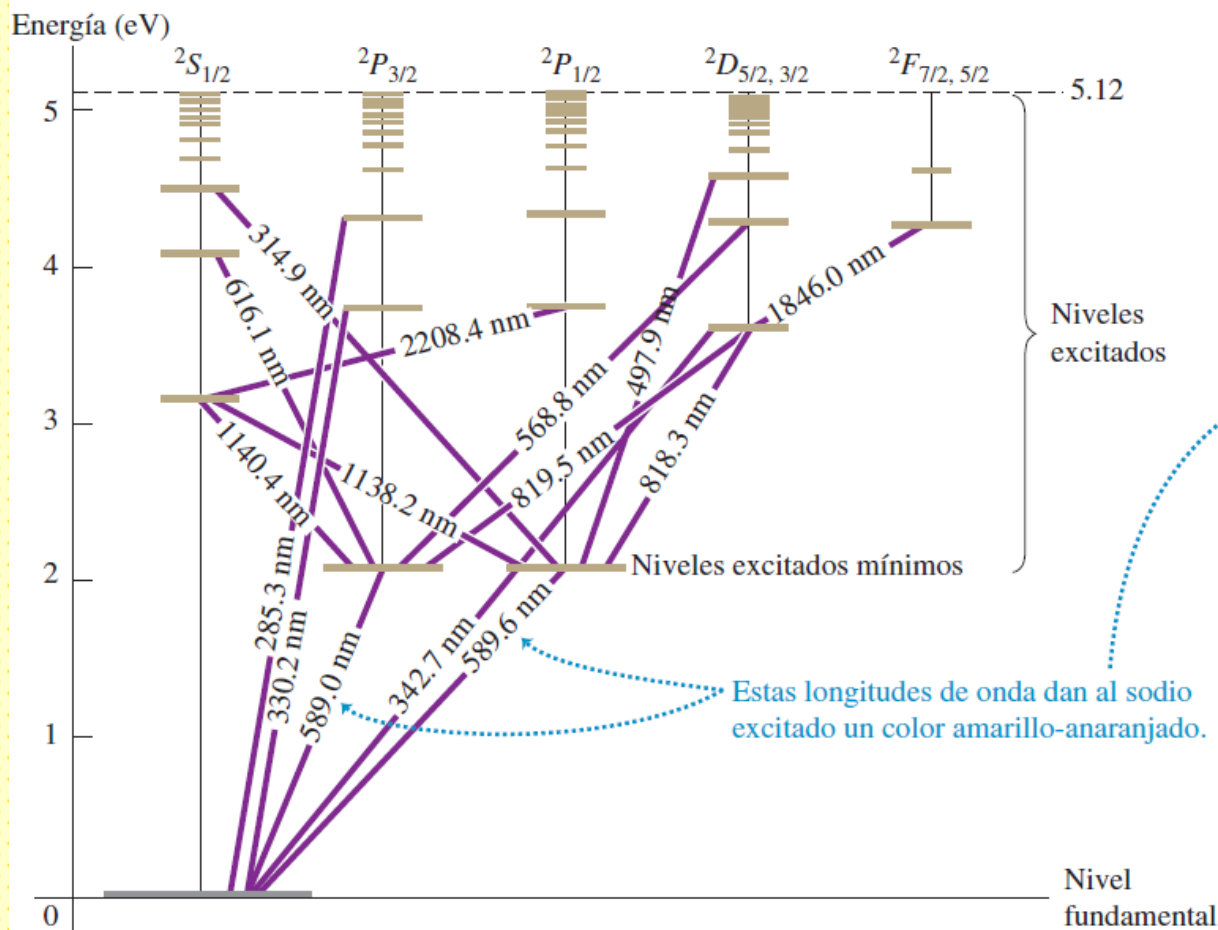
Longitudes de onda del He (nm)

- 438.793 w
- 443.755 w
- 447.148 s
- 471.314 m
- 492.193 m
- 501.567 s
- 504.774 w
- 587.562 s
- 667.815 m

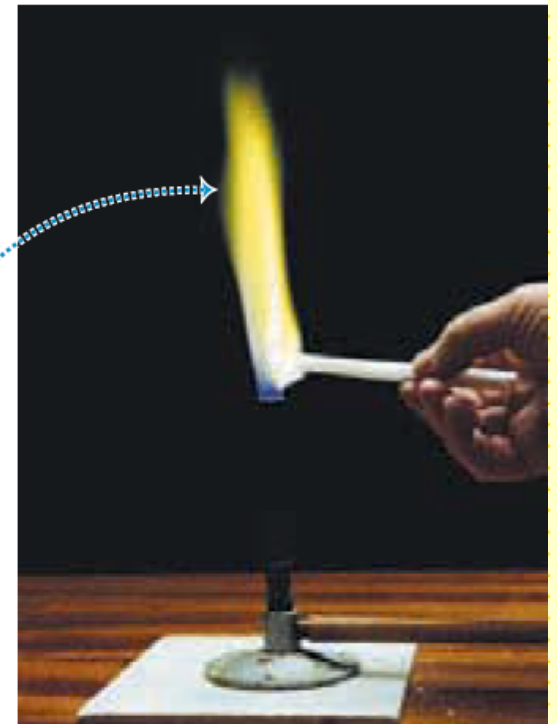
s=strong, m=med,
w=weak



Átomo de Hidrógeno.



b)

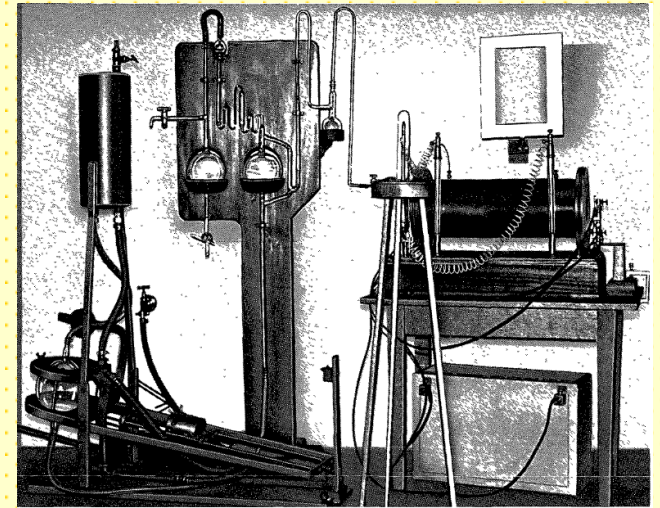
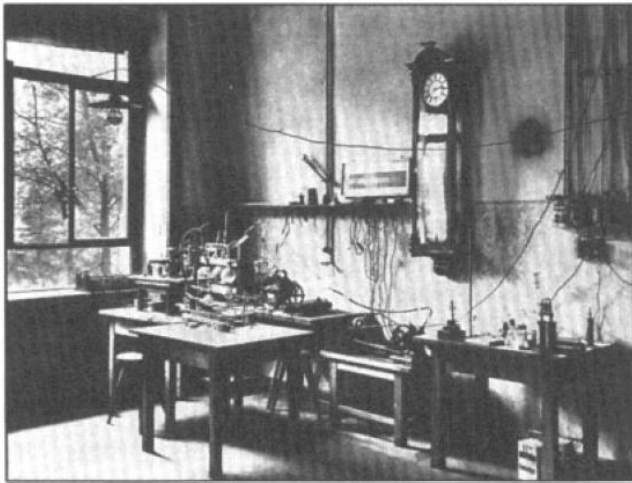


Rayos X.



Los rayos x se producen cuando electrones que fueron acelerados a través de una diferencia de potencial del orden de 10^3 a 10^6 V, chocan con un metal.

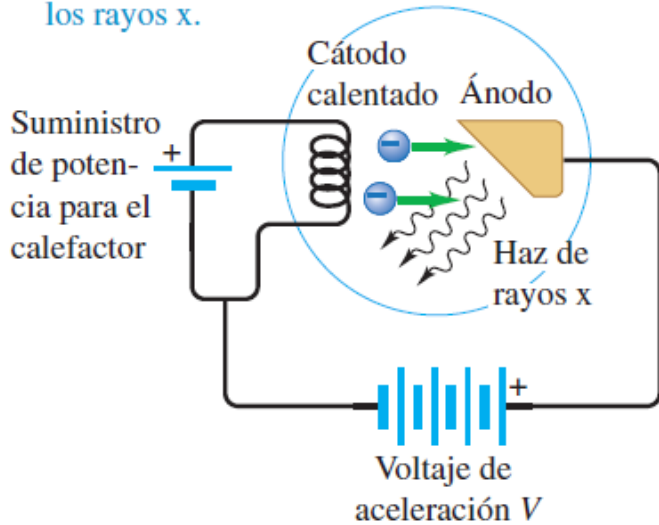
Wilhelm Röntgen (1845-1923) los produjo por primera vez en 1895,.



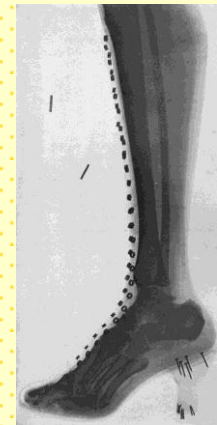
Reconstrucción del dispositivo experimental utilizada por Röntgen. Foto del Deutches Röntgen - Museum

Rayos X.

Se emiten electrones termoiónicamente del cátodo caliente, y son acelerados hacia el ánodo; cuando chocan con éste, se producen los rayos x.



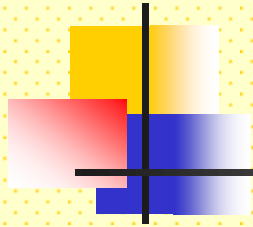
El bulbo se evacua (presión residual 10^{-7} atm o menor), para que los electrones puedan ir del cátodo al ánodo sin chocar con moléculas de aire. Cuando ΔV es de algunos miles de volts o más, la superficie del ánodo emite una radiación muy penetrante.



13/01/1896, exposición ante el emperador Guillermo II y su corte.
23/01/1896, conferencia en Wurzburg, fotografía de rayos X de la mano del Dr. von Kolliken, un distinguido anatomista

Feria Industrial, Chicago, 1898.
Madam Curie.

Rayos X



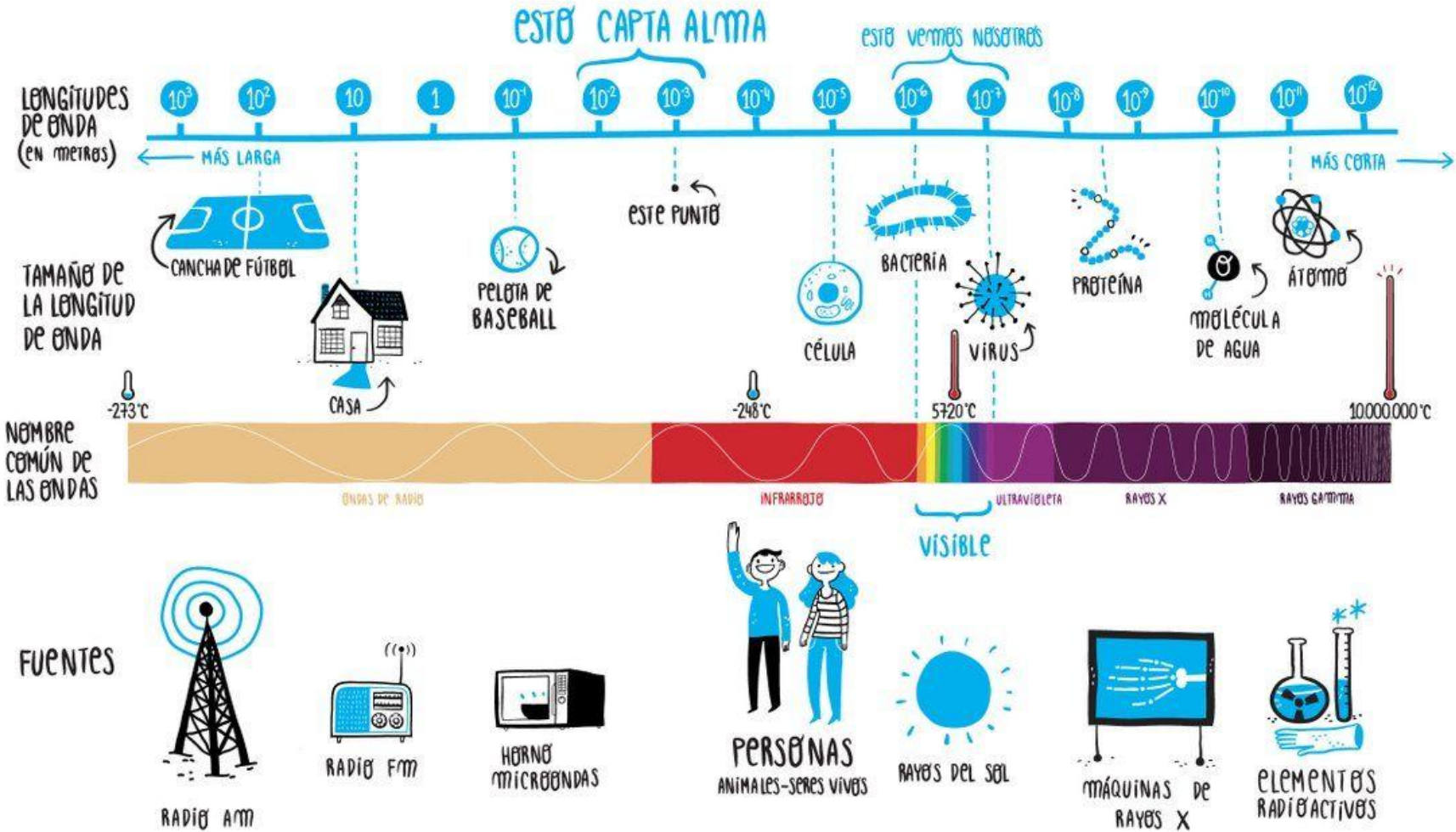
Debido a que se emiten por medio de cargas aceleradas, es lógico que los rayos x sean ondas electromagnéticas. Al igual que la luz, los rayos x están gobernados por relaciones cuánticas en su interacción con la materia. Entonces podemos hablar de fotones o cuantos de rayos x, y la energía de un fotón de rayo x se relaciona con su frecuencia.

$$E = hf = hc/\lambda.$$

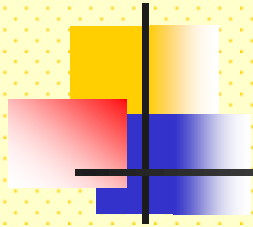
Las longitudes de onda características de los rayos x son de 0.001 a 1 nm (10^{-12} a 10^{-9} m).

EL ESPECTRO ELECTROMAGNÉTICO

Rayos X



Rayos X.

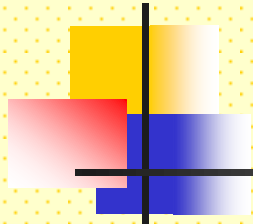


La emisión de rayos x es lo inverso del efecto fotoeléctrico.

Emisión fotoeléctrica: transformación de la energía de un fotón que se convierte en energía cinética de un electrón.

Producción de rayos x: transformación de la energía cinética de un electrón en un fotón.
(en la producción de rayos x a menudo se ignora la función trabajo del blanco, al igual que la energía cinética de los electrones incidentes, ya que son muy pequeñas con respecto a las demás que se manejan).

Rayos X.



En la emisión de los rayos x intervienen dos procesos:

1- Algunos electrones son frenados o detenidos por el blanco y parte o toda su energía cinética se convierte en un espectro continuo de fotones, incluyendo los rayos x.

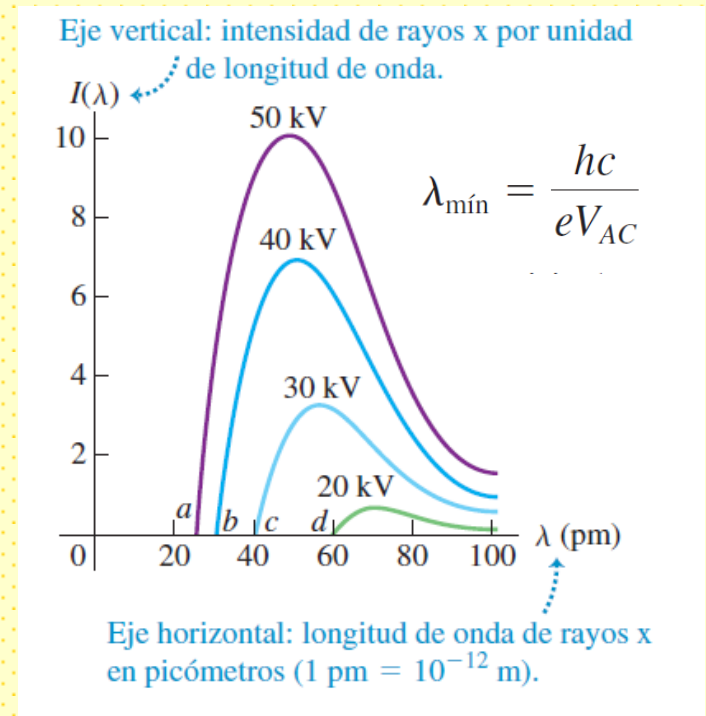
bremsstrahlung

(palabra alemana que significa "radiación de frenado").

La física clásica es totalmente incapaz de explicar por qué los rayos x que se emiten en el proceso frecuencia máxima $\nu_{\text{máx}}$ y predecir sus valores.

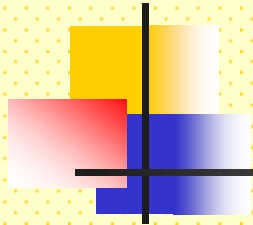
$$eV_{AC} = hf_{\text{máx}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{mín}}} \quad (\text{límites de bremsstrahlung})$$

$\nu_{\text{máx}}$ no depende del material del blanco.



Espectro continuo de rayos x producido por un blanco de tungsteno.

Rayos X.



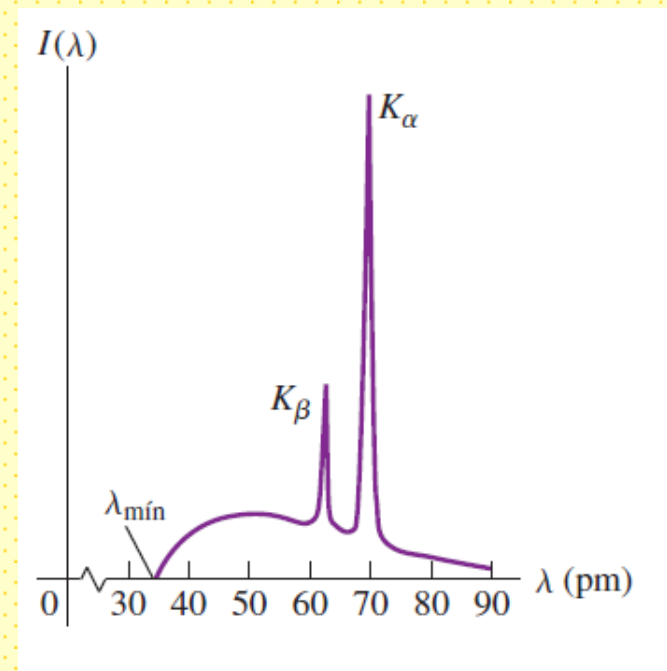
2- Dependiendo de ΔV del elemento blanco, aparecen picos agudos superpuestos al espectro continuo.

Diferentes longitudes de onda para distintos elementos y forman un *espectro característico de rayos x* para cada elemento del blanco.

1913, H. G. J. Moseley estudió los espectros aplicando técnicas de difracción de rayos x.

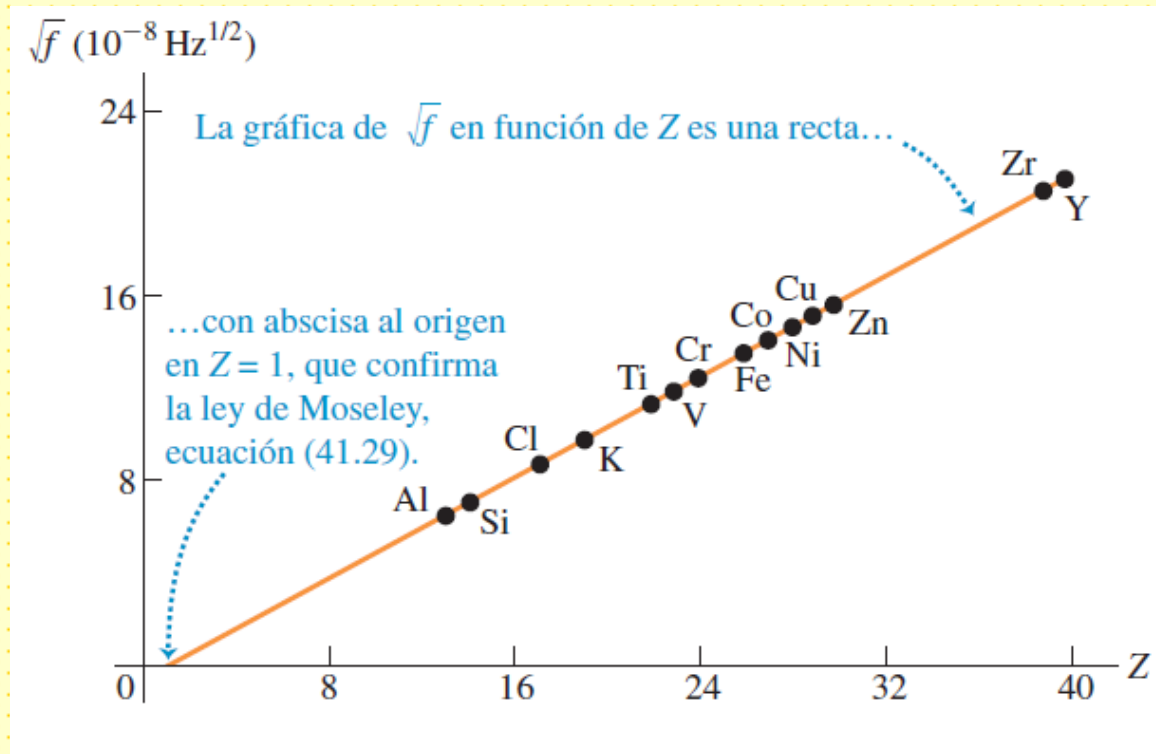
La línea más intensa de corta longitud de onda en el espectro característico (línea K_α) varía uniformemente con el Z del elemento.

(Esto contradice totalmente los espectros ópticos, donde los elementos con valores Z adyacentes tienen espectros que con frecuencia no tienen parecido entre sí).



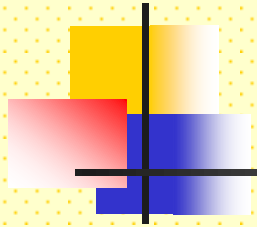
Espectro de rayos x producidos con un voltaje de aceleración de 35 kV y un blanco de molibdeno.

Rayos X.



Moseley demostró cómo se pueden comprender los espectros de rayos x con base en los niveles de energía de los átomos en el blanco. Sus análisis se basaban en el modelo de Bohr, publicado el mismo año

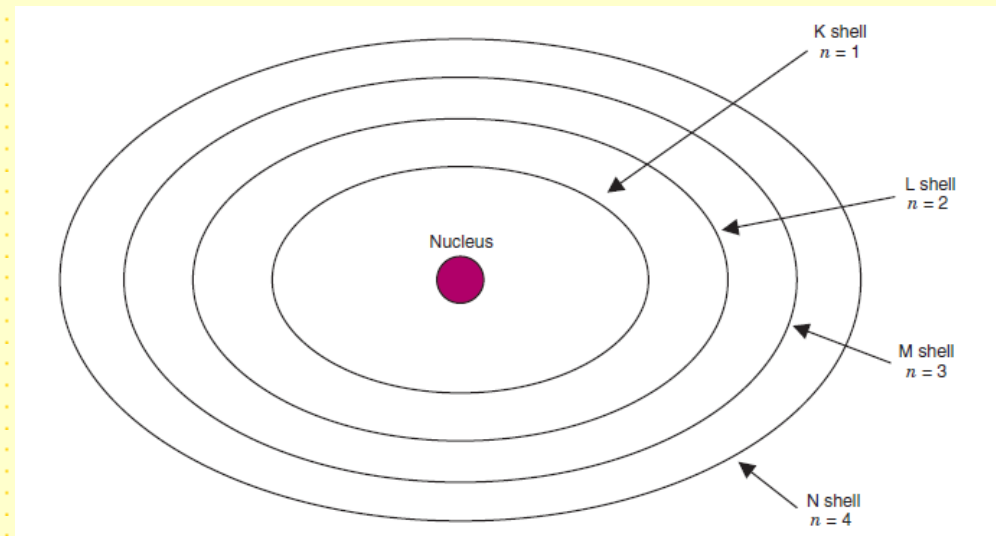
Rayos X.



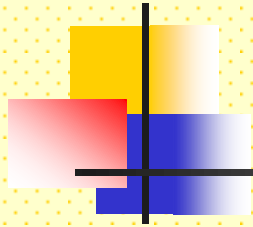
Los *electrones de valencia* son los responsables de los espectros ópticos. Sus estados excitados suelen estar sólo unos cuantos eV arriba de su nivel fundamental. En transiciones de estados excitados al estado fundamental, suelen emitir fotones dentro o cerca de la región visible.

Los rayos x característicos son emitidos en transiciones que implican las capas *internas* de átomos pesados..

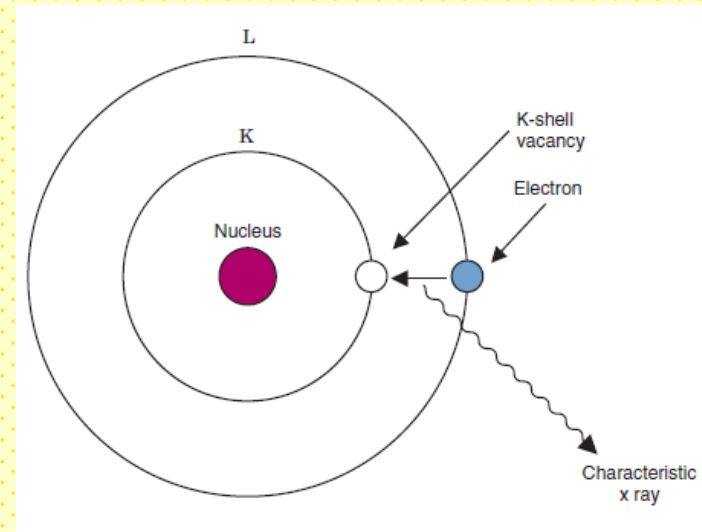
Estos electrones están enlazados con mucho más firmeza y se pueden necesitar cientos o miles de eV para quitarlos.



Rayos X.



Supongamos que un electrón es expulsado de la capa K . Este proceso deja una vacante, *hueco*, que puede llenarse con un electrón de las capas externas L , M , N . Esta transición se acompaña por la emisión de un rayo x , con su energía igual a la energía de la transición, por lo que los rayos x emitidos tienen longitudes de onda definidas: el espectro de emisión es un espectro *de líneas*.



Se puede calcular la energía y la frecuencia de los rayos x usando el concepto de *apantallamiento*.

Se emite un rayo x , K_{α} , cuando cae un electrón de la capa L ($n = 2$) y llena un agujero en la capa K ($n = 1$).

El electrón es atraído por los Z protones del núcleo, apantallados por el electrón restante en la capa K .

Rayos X.

$$E_i \approx -\frac{(Z-1)^2}{2^2}(13.6 \text{ eV}) = -(Z-1)^2(3.4 \text{ eV})$$

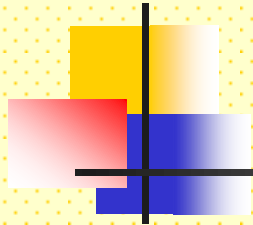
$$E_f \approx -\frac{(Z-1)^2}{1^2}(13.6 \text{ eV}) = -(Z-1)^2(13.6 \text{ eV})$$

$$E_{K\alpha} \approx (Z-1)^2(10.2 \text{ eV})$$

$$f = \frac{E}{h} \approx \frac{(Z-1)^2(10.2 \text{ eV})}{4.136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}} = (2.47 \times 10^{15} \text{ Hz})(Z-1)^2$$

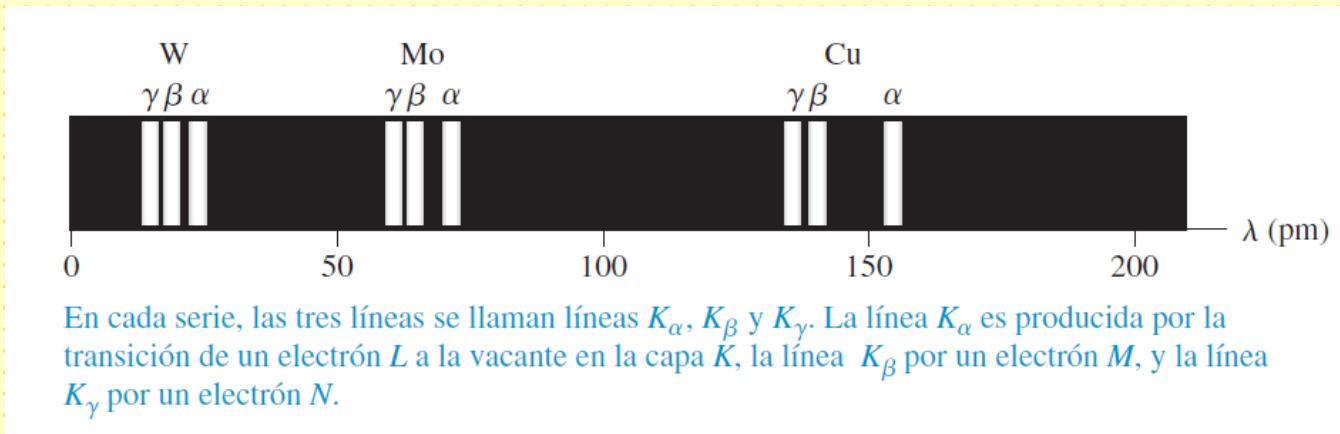
Demuestra cómo se puede comprender la ley de Moseley con base en apantallamientos y transiciones entre niveles de energía.

Rayos X.



El hueco en la capa K también puede llenarse con un electrón que caiga de la capa M o N , suponiendo que estuvieran ocupadas.

El espectro de rayos x de un grupo grande de átomos de un solo elemento, muestra una serie, llamada la serie K , de tres líneas, llamadas líneas: K_α , K_β y K_γ .

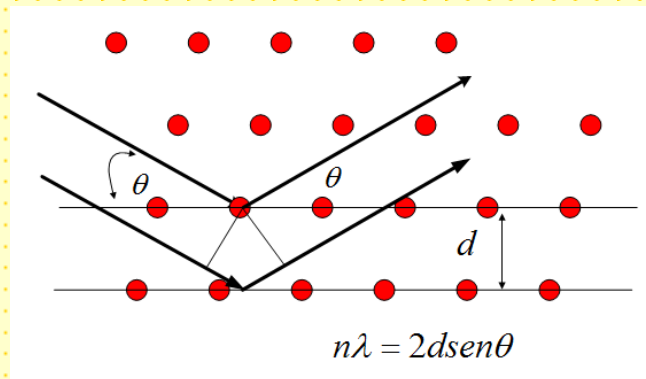


Hay otras series de líneas de rayos x (serie L , M y N) que se producen después de la expulsión de electrones de las capas L , M y N . Para quitarlos se requiere menos energía, y los fotones de rayos x que se emiten al llenarse estos huecos tienen menor energía que los de la serie K .

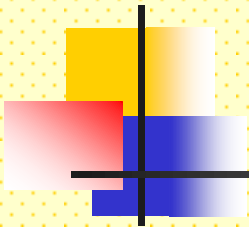
Rayos X.



La forma regular de los cristales sugiere que los átomos están dispuestos en forma ordenada en ellos.



Adicional; Apantallamiento.



En la representación de estado central, los niveles de energía dependen de l y también de n . Tomemos al sodio ($Z=11$). Si 10 de sus electrones llenan sus capas con $n=1$ y $n=2$, las energías de algunos de los estados para el electrón restante se determinan experimentalmente y resultan:

$3s$ estados: -5.138 eV

$3p$ estados: -3.035 eV

$3d$ estados: -1.521 eV

$4s$ estados: -1.947 eV

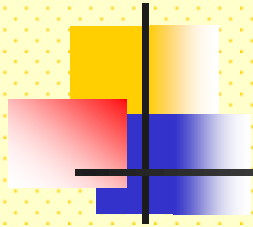
n	l	m_l	Notación espectroscópica	Número de estados
1	0	0	1s	2
2	0	0	2s	2
2	1	-1, 0, 1	2p	6
3	0	0	3s	2
3	1	-1, 0, 1	3p	6
3	2	-2, -1, 0, 1, 2	3d	10
4	0	0	4s	2
4	1	-1, 0, 1	4p	6
4	2	-2, -1, 0, 1, 2	4d	10
4	3	-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3	4f	14

Mínima energía, estado fundamental del undécimo electrón.

La energía de los estados $3d$ es bastante cercana a la del estado $n=3$ en el hidrógeno.

Lo sorprendente es que la energía del estado $4s$ es 0.426 eV menor que la del estado $3d$, aun cuando el estado $4s$ tenga mayor n .

Adicional; Apantallamiento.



Se pueden comprender esos resultados con la ley de Gauss y la distribución de probabilidad radial.

Eliminamos mentalmente el electrón externo (de valencia) de un átomo de sodio. Lo que queda es una colección de 10 electrones con simetría esférica y 11 protones, por lo que el undécimo electrón es atraído por una carga efectiva de $-e$, y no de $-11e$.

A este efecto se le llama **apantallamiento**; los 10 electrones *apantallan* 10 de los 11 protones, dejando una carga neta efectiva de $+e$.

En general, un electrón que «queda fuera» de una distribución esférica de electrones sufre la atracción de una carga positiva $Z_{efe}e$ y tiene niveles de energía definidos por la ecuación del hidrógeno, donde e^2 se sustituye por $Z_{efe}e^2$:

$$E_n = -\frac{Z_{efe}^2}{n^2}(13.6 \text{ eV}) \quad (\text{niveles de energía con apantallamiento})$$