

## Práctica II, parte II: aplicaciones

1. Polinomios e irreps: descomponga la acción de  $D_3$  sobre el espacio vectorial generado por el conjunto de funciones

$$\{\psi_1(\vec{x}) = x^3, \psi_2(\vec{x}) = x^2y, \psi_3(\vec{x}) = xy^2, \psi_4(\vec{x}) = y^3\}.$$

2. Suponga que un electrón en presencia de cuatro núcleos atractores ubicados en los vértices de un cuadrado tiene una energía  $E_0$  doblemente degenerada correspondiente a una irrep de  $D_4$ . Si el plano del cuadrado se describe con coordenadas cartesianas  $(x, y)$ , con origen en el centro del cuadrado y ejes paralelos a sus lados, cuál es el grupo de simetría si agregamos un potencial  $V(\vec{r}) = \lambda xy$ ? Estudie el splitting del autovalor  $E_0$  debido a este potencial externo.
3. Considere un sistema de tres osciladores acoplados que se encuentran en los vértices de un triángulo equilátero. A partir de las irreps de su grupo de simetrías determine sus modos normales y las degeneraciones correspondientes.
4. Considere un sistema de tres partículas idénticas de spin  $1/2$  y calcule los estados totalmente simétricos y antisimétricos a partir de las irreps de  $S_3$ . Estudie la simetría de los autoestados del spin total frente al intercambio de partículas.