

Mecánica Estadística II.
Programa y Cronograma – año 2015

Programa.

1- Repaso. Teoría de Conjuntos; mecánica estadística clásica y cuántica. El operador de Boltzmann-Gibbs y la puerta hacia el método variacional. Propiedades de la función de partición exacta para un fluido; teoremas de van Hove. Densidades reducidas; densidad de una partícula, distribución de Maxwell. La transición de Bose Einstein como una transición de fase de 1er orden. Sistemas interactuantes. Teoría del campo molecular de Weiss para el magnetismo; sistemas ferromagnéticos y antiferromagnéticos; sistemas magnéticos frustrados. Gases interactuantes: la serie virial. La ecuación de van der Waals. La transición líquido vapor y la coexistencia de fases. Segunda cuantificación: representación de operadores y el espacio de Fock.

2- Transiciones de fase. Aspecto formal de las transiciones de fase. Clasificación de las transiciones. Coexistencia y estabilidad de fases. El punto crítico, los fenómenos críticos, la opalescencia crítica. Diagramas de fases y simetrías. Singularidades en los potenciales termodinámicos y los ceros en la función de partición. La importancia del límite termodinámico: los teoremas de Yang y Lee. Los ceros de la función de partición y la definición formal de "fase". Transiciones de primer orden y de segundo orden. Fenómenos críticos. Funciones de correlación y longitud de correlación. Hipótesis de escala e igualdades satisfechas por los exponentes críticos. Nociones de universalidad.

3- Modelo de Ising y transiciones orden-desorden. Equivalencia formal con otros modelos; el gas de red. La importancia de la dimensionalidad: paredes de dominio y ausencia de ferromagnetismo en 1D. Solución exacta en 1D y el método de la matriz de transferencia; la función de correlación. Campo medio a partir del método variacional. Los exponentes críticos de campo medio. Aciertos y tropiezos de la teoría de campo medio. Corrección de las correlaciones a vecinos inmediatos: la solución de Bethe. El modelo de Ising completamente conectado: solución exacta con el método de punto de ensilladura; aplicación de la teoría de Yang y Lee.

4- Teoría de Landau y el parámetro de orden. Dimensionalidad del sistema y dimensión del parámetro de orden. Las simetrías y la construcción de la teoría de Landau y Guinzburg. Nuevamente el punto de ensilladura: las fluctuaciones espaciales y la recuperación de la teoría de campo medio. Cálculo de la función de correlación en campo medio. Cuándo es campo medio una teoría exacta? El criterio de Guinzburg y un ejemplo: la superconductividad convencional. Algunos ejemplos de aplicación de la teoría de Landau. Criticalidad en el punto tricrítico. Antiferromagnetismo.

Superconductividad: algo de historia y base microscópica. El parámetro de orden y el gap superconductor. La superficie de Fermi y los pares de Cooper. La función de onda macroscópica. Diferencias entre un condensado de bosones y un condensado de pares de Cooper. Superconductividad convencional y de alta temperatura crítica. La simetría de la función de onda del par y otras formas de superconductividad no convencional: pares singlete y triplete. El efecto Meissner. Energía de condensación. Las longitudes características de un superconductor: longitud de penetración, longitud de recuperación, y longitud de coherencia. Cuantificación del flujo, vórtices y materia de vórtices. Superconductores de tipo I y II. Los campos críticos.

5- Orden y cuasipartículas. Revisión de la teoría de fonones. Bosones libres y el hamiltoniano armónico. Bosones interactuantes: los términos anarmónicos. Interacciones con otras cuasipartículas: la interacción electrón-fonón, su rol en la superconductividad convencional. Ruptura de una simetría continua y discusión del teorema de Goldstone. Estabilidad del estado fundamental frente a la proliferación de las excitaciones. Fluctuaciones de punto cero y el He como un líquido cuántico. Nuevamente, la importancia de la dimensionalidad. Discusión del teorema de Mermin y Wagner. Aplicación a otros sistemas. El modelo de Heisenberg . Naturaleza del estado fundamental y estados excitados de baja energía. Representación de Holstein-Primakoff. Magnones. Calor específico a bajas temperaturas.

6- Un ejemplo que cruza transversalmente a la materia: la superfluidez en He4. La transición lambda como ejemplo de transición de fase. Criticalidad y clase de universalidad. Historia y experimentos clave. Velocidad crítica, efectos termomecánicos, arrastre y pasaje por capilares, efecto fuente, segundo sonido. Explicación de los experimentos a partir del modelo de dos fluidos. Algo de microscopía: relación entre la superfluidez y la transición de Bose-Einstein. La densidad de una partícula como transformada de Fourier de la ocupación de impulsos. Estados con y sin número de partículas definido: estados coherentes. Función de onda macroscópica y el parámetro de orden. Recuperación del concepto de velocidad en un contexto cuántico. Superfluidez en sistemas simple y múltiplemente conexos: la importancia de la topología. Vórtices como defectos topológicos. El rol de las interacciones en la superfluidez y vaciamiento del estado fundamental. Uso del desarrollo virial para estimar el grado de vaciamiento. Método variacional para un sistema de bosones interactuantes. La estabilidad de la superfluidez y la solución de las anomalías en la transición de Bose para un gas ideal. Simetrías y modo de Goldstone para la superfluidez. Teoría de Bogoliubov y la relación de dispersión para un gas imperfecto. El paso siguiente: fonones y rotones. Teoría de Landau y Feynman de la superfluidez. El calor específico a bajas temperaturas. Construcción del modelo de dos fluidos a partir del espectro de excitaciones.

Cronograma.

Primer Bloque:

Fenomenología de la Superfluidez - Primer ejemplo de una Transición de Fase.

Clase 1.

Breve historia de la superfluidez. El diagrama de fases del He4. Por qué no solidifica el He a presiones moderadas aún a $T=0$? Gases y líquidos cuánticos. Fenomenología de la superfluidez. Transiciones de fase y singularidades: conductividad térmica, calor específico y viscosidad. Arrastre vs. flujo en un capilar: la fracción superfluida. Exponentes críticos y modelo XY: la universalidad. La entropía del superfluido. Efecto termomecánico y efecto fuente.

Clase 2.

Ondas de temperatura: segundo sonido en He4. El film superfluido como un sifón. Bosquejo del "modelo de dos fluidos". Explicación de los experimentos anteriores en base al mismo. Primer acercamiento a la microscopía del superfluido; la función de onda y la velocidad superfluida. Por qué importa el concepto de velocidad en una entidad cuántica? Efecto termomecánico.

Clase 3.

Consecuencias de una función de onda macroscópica: el flujo irrotacional. La importancia de la topología: cuantificación de la circulación y momento angular. El experimento de Vinen. Vórtices en sistemas simple y múltiplemente conexos. Defectos topológicos, estabilidad y materia de vórtices. Resumen de los nuevos conceptos y perspectiva.

Segundo Bloque:

Repaso y nuevos conceptos.

Clase 4.

Brevísimo repaso de Mecánica estadística de equilibrio. Valores medio y fluctuaciones. Densidades reducidas. Densidad reducida de una partícula para un gas ideal de partículas distinguibles. Coherencia cuántica en un gas de Bose.

Clase 5.

Coherencia y función de onda macroscópica en un sistema interactuante: la importancia de la condensación en $p=0$. Condensado e interferencia en un gas de átomos fríos. El límite clásico del operador densidad. Gases clásicos interactuantes: la validez de la distribución de Maxwell de velocidades. Potenciales de interacción. Integrales de configuración

Clase 6.

Gases diluidos y serie virial. Su aplicación a un gas clásico (desarrollo de la ecuación de van der Waals) y a un caso cuántico: evaluación del grado de vaciamiento del estado con $p=0$ en el condensado de Bose para He4.

Tercer Bloque:

Aspecto formal de las Transiciones de Fase. Condensación gas-líquido.

Clase 7.

Propiedades de la Función de Partición exacta de un fluido. Teoremas de van Hove. Coexistencia y estabilidad de fases. El punto crítico, los fenómenos críticos, la opalescencia crítica. Diagramas de fases y simetrías. Singularidades en los potenciales termodinámicos y los ceros en la función de partición. La

importancia del límite termodinámico: los teoremas de Yang y Lee. Transiciones de primer orden y de segundo orden.

Cuarto Bloque: Modelos de red. Modelo de Ising, XY y Heisenberg. Método de Campo Medio. Soluciones exactas en casos simples.

Clase 8.

Modelos de red. Energía de intercambio y anisotropía. Dimensión del espacio (D) y del parámetro de orden (d). Presentación del modelo de Heisenberg, XY e Ising.

Clase 9.

Equivalencia entre el modelo de Ising y otros modelos de red. El gas de red: tabla comparativa de parámetros termodinámicos. Isotermas. Aleaciones en una red.

Simetrías y parámetro de orden. Orden y falta de analiticidad en las funciones termodinámicas: ruptura espontánea de simetría. Orden y función de correlación de dos spins. Ising: Imposibilidad de orden para $d=1$.

Clase 10.

Definición de los exponentes críticos. Desigualdad de Rushbrooke y de Griffiths. Teoría de campo medio: método variacional sobre el modelo de Ising. El campo efectivo. Minimización de la energía de prueba: la ecuación de autoconsistencia. Solución gráfica y numérica.

Clase 11.

La energía libre como función del parámetro de orden: reminiscencias de la teoría de Landau. Soluciones estables e inestables; falta de metaestabilidad en una transición de 2do orden. El operador densidad de prueba y la simetría del sistema. Isotermas M vs B ; el diagrama de fases T vs B . Analogía para una transición líquido-gas. El caso cuantitativo: un gas de red. Cálculo de los exponentes críticos en campo medio. El misterio de las desigualdades que solo valen como igualdades.

Clase 12.

Exposición breve de la teoría de Weiss. El orden de aproximación siguiente: la teoría de Bethe. Éxitos y fracasos de la teoría de campo medio. Correlaciones espaciales: problemas cerca de T_c y excitaciones colectivas a baja temperatura.

Clase 13.

Solución exacta de modelos de red. Modelo de Ising de rango infinito: método del punto de ensilladura. Solución exacta y vuelta a la teoría de Yang y Lee. Modelo de Ising para $D=1$: el método de la matriz de transferencia. Funciones de correlación y longitud de correlación.

Quinto Bloque: Teoría de Landau-Ginzburg. Superconductividad.

Clase 14.

Teoría de Landau: un metamodelo para la teoría de campo medio. La mesoescala en los fenómenos críticos y el parámetro de orden como un campo. Presentación de la teoría de Ginzburg-Landau: justificación desde la mecánica estadística. Simetría, estabilidad y los coeficientes del desarrollo.

Integrales funcionales. Aproximación del punto de ensilladura: la conexión formal entre la teoría de Ginzburg-Landau con la teoría de campo medio.

Clase 15.

Cálculo de la función de correlación y la longitud de correlación en la aproximación de campo medio: los nuevos exponentes críticos.

Brevísima introducción a la superconductividad. Diferencias esenciales con el caso superfluido: pares de Cooper y el límite de acoplamiento débil. Naturaleza de los pares en los superconductores convencionales (función de onda BCS). El mecanismo de apareamiento y los pares de Cooper. Existencia de un gap en la relación de dispersión. Superconductores convencionales y no convencionales: pares singlete y triplete, ondas s, p y d.

Los fenómenos a través de la teoría de Ginzburg-Landau para $B=0$. El parámetro de orden, la entropía y el calor específico: comparación con los experimentos.

Clase 16.

El caso inhomogéneo: la longitud de coherencia de GL. Carga y acoplamiento con el campo magnético: longitud de penetración y efecto Meissner. Superconductividad con campo magnético aplicado: dos tipos de impulso. La rigidez de la función de onda y la teoría de London. Supercorrientes de apantallamiento y expulsión del campo magnético. Tres longitudes relevantes: la coherencia de GL, la coherencia de Pippard, y la longitud de apantallamiento. La energía de condensación y el campo crítico. Superconductores de Tipo I y II. Irreversibilidades y energía magnética en la curva M vs. B . Cuantificación del flujo magnético y vórtices en superconductores.

Clase 17.

El antiferromagnetismo en la teoría de Landau. El parámetro de orden y la respuesta a un campo magnético. Transición de spin flip. Criterio de Ginzburg: por qué la teoría de campo medio parece funcionar bien en superconductores convencionales? La dimensión crítica.

Comienzo del repaso de 2da. cuantificación.

Sexto Bloque: Cuasipartículas.

Clase 18.

Repaso de 2da cuantificación. Bases de Fock y operadores. La densidad de una partícula en segunda cuantificación: relación con la transformada de Fourier del número de ocupación de impulsos. Cambios de base: los operadores de campo. Base de estados coherentes.

Introducción a fonones en cristales. La aproximación de Born-Oppenheimer; grados de libertad electrónicos y de los núcleos: la interacción electrón fonón. Estudio de una cadena de átomos. Aproximación armónica; mención de la anarmonicidad y la dilatación térmica de los cristales. Condiciones de contorno periódicas y simetría traslacional discreta: el pseudoimpulso o impulso cristalino.

Clase 19.

Fonones en cristales. Modos normales clásicos, variables conjugadas y su cuantificación. Equivalencia entre el Hamiltoniano armónico de N partículas acopladas y de N modos desacoplados. La materia condensada y la posibilidad de ver de qué están hechas las partículas: operadores de creación y destrucción. Las vibraciones de una red cristalina como un gas de bosones libres no conservados. Efectos anarmónicos: el gas imperfecto de fonones. Regreso a las energías electrónicas y su perturbación frente a distorsiones de la red: la Interacción electrón-fonón.

Clase 20.

Transiciones de fases con ruptura de simetría: la transición líquido-sólido y paramagneto-ferromagneto. Dominios y excitaciones. Ondas de spin para el modelo de Heisenberg. La transformación de Holstein-Primakoff: paralelos entre fonones y magnones. Interacciones entre magnones.

Excitaciones y simetrías continuas: los modos de Goldstone. La importancia de las fluctuaciones de longitud de onda larga. La estabilidad de un cristal ante fluctuaciones cuánticas y térmicas. El teorema de Mermin y Wagner. Aplicación a distintos sistemas; discusión sobre el caso del grafeno. Breve mención de la transición de Kosterlitz y Thouless.

Clase 21.

Método variacional para un sistema bosónico: el rol de las interacciones en la ruptura de simetría. Gas imperfecto de Bosones: la transformación de Bogoliubov y la relación de dispersión a bajas energías.

Clase 22.

Excitaciones en He 4: fonones y rotones. La teoría de Landau de la superfluidez. La condición de Landau y la velocidad crítica. El rol de las interacciones en la superfluidez. Construcción del modelo de dos fluidos a partir de la relación de dispersión. Densidad del fluido normal y energía cinética: el gas de cuasipartículas como un líquido viscoso. Densidad del superfluido. Recuperación de las ecuaciones del modelo de dos fluidos.