

Mecánica Estadística II - Curso 2019
Práctica 7: Grupo de Renormalización
Parte II

1. **** Comportamiento de escala de la energía libre en el modelo de Ising**

Considere el modelo de Ising en $d > 1$. En tal caso hay dos variables de escala relevantes, una asociada con la temperatura u_t y otra asociada con el campo magnético, u_h .

(a) Muestre que la parte singular de la energía libre puede escribirse como

$$f_s(t, h) = |t/t_0|^{d/y_t} \Phi \left(\frac{h/h_0}{|t/t_0|^{y_h/y_t}} \right), \quad (1)$$

en donde y_h e y_t son los correspondientes autovalores del grupo de renormalización, Φ es una función de escala universal y t_0 y h_0 son factores de escala no universales.

- (b) Encuentre los exponentes críticos α , β , γ y δ y verifique las relaciones de escala entre ellos.
(c) Estudie el efecto de introducir una variable de escala irrelevante, u_3 , en el comportamiento de escala de la energía libre.

2. **** Comportamiento de escala de la función de correlación** Estudie el comportamiento de escala de la función de correlación,

$$G(r_1 - r_2, H) = \langle s(r_1)s(r_2) \rangle_H - \langle s(r_1) \rangle_H \langle s(r_2) \rangle_H, \quad (2)$$

en donde $\langle \dots \rangle_H$ denota el promedio con respecto a la distribución de Gibbs-Boltzmann del Hamiltoniano original del sistema, H . Encuentre una expresión para los exponentes críticos ν y η en función de los autovalores del grupo de renormalización, y_h e y_t .

3. **** Perturbaciones sobre el modelo gaussiano**

Considere el modelo gaussiano estudiado en la práctica anterior.

- (a) Estudie el efecto de considerar un término $\omega_0 \int d^d x (\nabla^2 \varphi(\vec{x}))^2$ en el Hamiltoniano. Encuentre la ecuación del grupo de renormalización para el acoplamiento ω_0 . ¿Es relevante o irrelevante?
(b) Para $d > 4$, estudie el efecto de un término de interacción $\frac{u_0}{4!} \int d^d x \varphi^4(\vec{x})$. Encuentre las ecuaciones del grupo de renormalización para los acoplamientos r_0 y u_0 , encuentre los autovalores del grupo de renormalización correspondientes y analice la relevancia de las variables de escala asociadas. Grafique esquemáticamente el flujo del RG.