Mecánica Cuántica II

Prof. Fidel Schaposnik
JTP Aníbal Iucci

Práctica 3

Año 2014

1. Considere dos partículas idénticas de spin s. Muestre que el número de estados simétricos y el de estados antisimétricos coincide en el límite $s \to \infty$.

2. Discuta la simetría frente a permutación de los autovectores de los operadores $\hat{S}^2$ y $\hat{S}_z$, donde $\hat{\boldsymbol{S}} = \hat{\boldsymbol{S}}_{\mathbf{1}} + \hat{\boldsymbol{S}}_{\mathbf{2}}$ es el spin total del sistema. Considere los casos de dos partículas de spin 1/2 y dos partículas de spin 1. Escriba las funciones de onda de los estados estacionarios de un sistema de dos bosones idénticos con spin 1 sometidos a un potencial externo $V(\boldsymbol{x})$ que tiene sólo dos estados ligados.

3. Dos partículas idénticas de spin 1/2 están confinadas en un recinto unidimensional de largo L:

   a) Calcule las energías y las autofunciones de los primeros estados estacionarios.

   b) Calcule las variaciones de energía de estos estados si se considera una interacción de contacto entre las partículas de la forma $V(x_1, x_2) = -\lambda\, \delta(x_1 - x_2)$.

4. Muestre cómo cambia la energía del estado fundamental de los electrones en el átomo de helio cuando se considera su interacción Coulombiana. Compárela con el valor experimental $E_0 = -78{,}8$ eV.

5. Dos partículas de spin 1/2 están sometidas a un potencial central externo que admite sólo dos estados ligados con momento angular orbital $l = 0$ y $l = 1$. Calcule las energías del sistema en presencia de la interacción
$$V = \alpha\, \boldsymbol{L}_1 \cdot \boldsymbol{L}_2 + \beta\, \boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{S}_2$$
donde los subíndices $1, 2$ se refieren a cada una de las partículas.

6. Considere los operadores de permutación de partículas. Muestre que las transposiciones son hermíticas y unitarias, pero que las permutaciones más generales no son hermíticas (aunque sí unitarias). Muestre que los operadores de simetrización y antisimetrización son hermíticos.

7. Muestre que operadores de muchas partículas $\mathcal{O}(1, 2, \ldots, N)$ totalmente simétricos conmutan con todos los operadores de permutación (y por lo tanto pueden diagonalizarse simultáneamente).

8. Muestre que para un sistema de partículas idénticas de spin s acopladas a spin total S, la base de autoestados de $\boldsymbol{S}_1^2$, $\boldsymbol{S}_2^2$, $\boldsymbol{S}^2$, S^z ya posee simetría definida ante la permutación de partículas, y está dada por $(-1)^{2s-S}$.