

1. Sistema de dos spines

- Considere los autovectores de los operadores \mathbf{S}^2 y S^z donde $\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ es el spin total de un sistema de dos partículas. Analice su simetría frente a permutaciones de partículas para los casos de dos partículas de spin $1/2$ y dos de spin 1 .
- Escriba las funciones de onda de los estados estacionarios de un sistema de dos bosones idénticos con spin 1 sometidos a un potencial externo $V(\mathbf{x})$ que posee únicamente dos estados ligados.

2. Teoría de perturbaciones para partículas idénticas

- Dos partículas idénticas de spin $1/2$ se encuentran confinadas a moverse en una caja unidimensional de ancho L . Calcule las autoenergías y autofunciones de los primeros dos niveles de energía. Considere ahora que las partículas son sujetas a un potencial de interacción de contacto que se puede aproximar mediante

$$V(x_1, x_2) = -\lambda\delta(x_1 - x_2)$$

- con $\lambda > 0$. Calcule las variaciones de energía de los estados que calculo antes a primer orden no nulo en teoría de perturbaciones.
- Escriba un programa en el lenguaje de su preferencia que grafique la densidad de probabilidad $|\psi_{n,m}(x_1, x_2)|^2$ de que haya una partícula en el estado n y otra en el estado m en las posiciones x_1 y x_2 para dos partículas en un pozo unidimensional de ancho L . Considere los casos partícula distinguible, fermiones y bosones.
 - Calcule correcciones a la energía del estado fundamental del átomo de helio mediante un método variacional utilizando como parámetro variacional la carga Z . Compare sus resultados con el resultado experimental de $E_{gs} = -78,8eV$. ¿Qué interpretación física le da a tener Z como parámetro variacional?

3. Interacción de intercambio

Considere dos partículas y sea $D = \langle (x_1 - x_2)^2 \rangle$ la distancia cuadrática media entre ambas. Supongamos que las partículas están en dos estados ortogonales $|\alpha\rangle$ y $|\beta\rangle$. Calcule D en los siguientes casos

- Dos partículas distinguibles
- Dos fermiones idénticos
- Dos bosones idénticos

Interprete sus resultados.

4. Estados excitados del átomo de Helio

En un ejercicio anterior calculamos el cambio en la energía fundamental del átomo de Helio al tener en cuenta la simetría necesaria de las funciones de onda y la interacción entre electrones. Considere ahora un átomo de helio que posee un electrón en el estado fundamental y otro en un estado excitado $|nlm\rangle$. Muestre, con teoría de perturbaciones a primer orden, que el cambio en la energía al considerar la interacción electrostática entre los electrones puede escribirse como

$$\Delta E_{nl} = J_{nl} - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{4}{\hbar^2} \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 \right) K_{nl}$$

Encuentre las expresiones para K_{nl} y J_{nl} .

5. Scattering de partículas idénticas

- a) Considere la dispersión de dos partículas idénticas cargadas y sin espín por un potencial central. Demuestre que la sección eficaz diferencial toma la forma

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta) + f(\pi - \theta)|^2$$

siendo $f(\theta)$ la amplitud de dispersión.

- b) Encuentre la forma para la sección eficaz diferencial en el caso de un haz de partículas de espín $1/2$ no polarizado.