Práctica 6: ecuaciones diferenciales ordinarias

1. Encuentre el orden de las siguientes ecuaciones diferenciales e indique cuáles de ellas son lineales:

$$\textbf{a)}\ y' - 4xy^2 = x^2 + y\,,\ \textbf{b)}\ y' - y/y'' + y = 4x\,,\ \textbf{c)}\ y'' + x^2y' + y/x^2 = x^2\,.$$

2. Encuentre la solución general de cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\textbf{a)}\ y' = y^2x\,,\ \textbf{b)}\ y' + 2xy = x^3\,,\ \textbf{c)}\ y' + y = -x + e^x\,.$$

Escriba en cada caso la solución particular que satisface la condición inicial $y(0) = 1$.

3. Encuentre la velocidad $v(t)$ de una partícula de masa m sometida a una fuerza $F(t)$ en un medio viscoso con coeficiente de viscosidad γ.Escriba explícitamente la velocidad para $v(0) = 0$ y **a)** $F(t) = -mg$, donde g es una constante, **b)** $F(t) = F_0\delta(t)$.

4. Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones:

$$\textbf{a)}\ y'' + 16y = 0\,,\ \textbf{b)}\ y'' - 16y = 0\,,\ \textbf{c)}\ y'' + 4y' + 4y = 0\,.$$

Determine las soluciones particulares que satisfacen $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

5. Determine la posición $x(t)$ de una partícula unida a un resorte de constante k en un medio con coeficiente de viscosidad γ, si inicialmente $x(0) = A$, $x'(0) = 0$. Considere los casos de amortiguamiento fuerte y débil. Dibuje en cada caso la curva obtenida.

6. Encuentre la solución general de las siguientes ecuaciones inhomogéneas y la solución particular que satisface $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$:

$$\textbf{a)}\ y'' - 4y = A\cos\omega x\,,\ \textbf{b)}\ y'' + 4y = A\cos\omega x\,,\ \textbf{c)}\ y'' + 4y = e^{-x}\cos(2x)\,,\ \textbf{d)}\ y'''' + y = 1\,.$$

7. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales empleando en cada caso el método indicado:

a) $y' = e^{x-y}$ (separación de variables),
b) $xy' - y = xe^{y/x}$ (sustitución),
c) $2xy + (x^2 + 1)y' = 0$ (diferencial exacta),
d) $x + 2y + xy' = 0$ (factor integrante),
e) $y' + x = e^{2x}$ (inhomogénea de primer orden).