Matemáticas Especiales Física Médica

Prof. Aníbal Iucci
JTP Mariela Nieto

Práctica 4: Funciones Analíticas

Año 2022

1. Utilice las condiciones de Cauchy-Riemann para determinar si las siguientes funciones $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, con $z = x + iy$, son analíticas en alguna región del plano complejo

   - a) $f(z) = x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3)$
   - b) $f(z) = e^{-x}(\cos y - i \sin y)$
   - c) $f(z) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) + i \arctan(y/x)$
   - d) $f(z) = \frac{iy+x}{x^2+y^2}$
   - f) $f(z) = x + 2iy$

   Obtenga una expresión de las funciones anteriores en términos de z y $z^* = x - iy$ ($z^* \equiv \bar{z}$). Encuentre una expresión para $f'(z)$ en los casos en que f sea analítica.

2. Si $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ es analítica, indique cuales de las siguientes funciones son necesariamente analíticas:

   a) $g(z) = v(x, y) + iu(x, y)$ *b)* $h(z) = v(x, y) - iu(x, y)$ *c)* $k(z) = u(x, y) - iv(x, y)$

3. Encuentre, en los casos en que sea posible (es decir, verificando si u satisface la ecuación de Laplace $u_{xx} + u_{yy} = 0$ en alguna región) la función armónica conjugada de las siguientes funciones, y obtenga una expresión para la $f(z)$ resultante.

   - a) $u(x, y) = -xy$
   - b) $u(x, y) = y^3 - 3x^2y + x^2 + 4y$
   - c) $u(x, y) = \frac{-y}{x^2+y^2} - x$
   - d) $u(x, y) = e^x \operatorname{sen} y$