

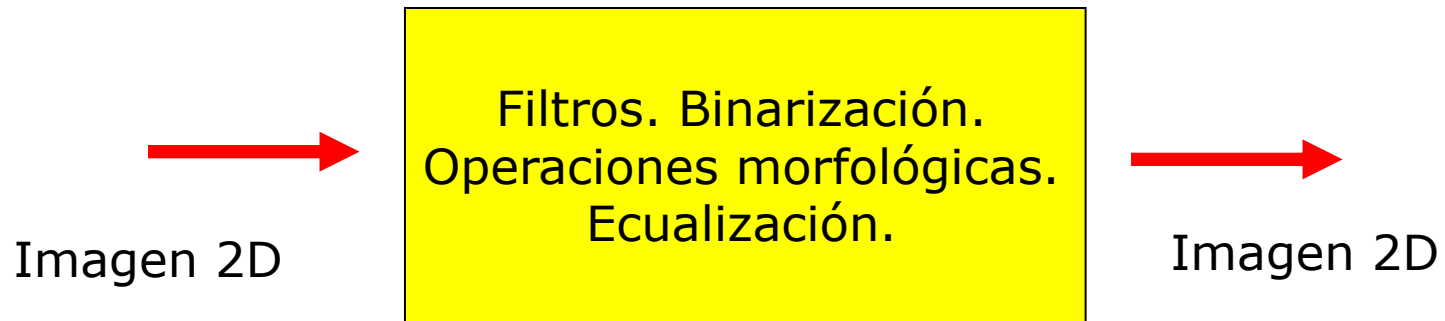
Procesamiento de Imágenes Biomédicas

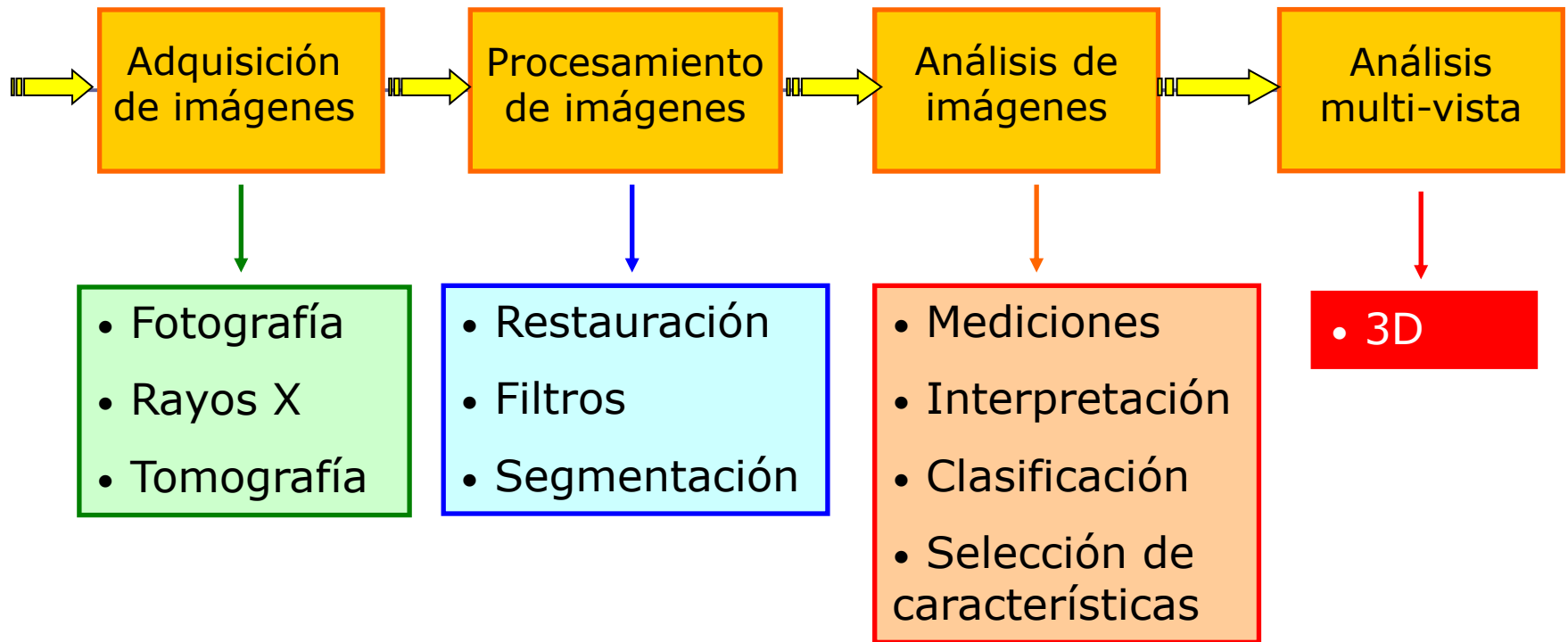


Clase 1: Introducción
Procesamiento del pixel

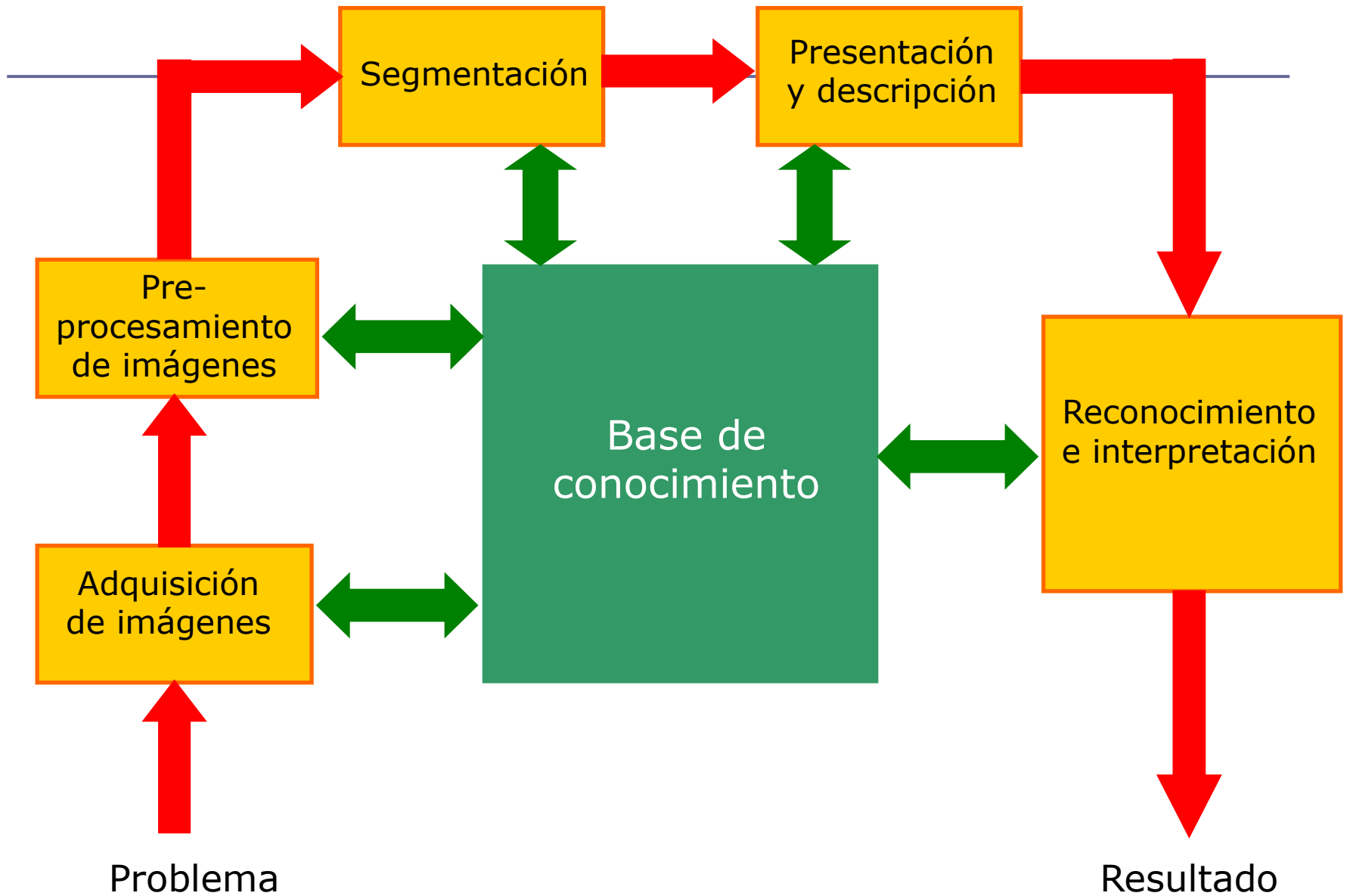
Procesamiento digital de imágenes

- Proceso mediante el cual se toma una imagen y se produce una versión modificada de la misma. Todo esto por medio de un sistema de cómputo.

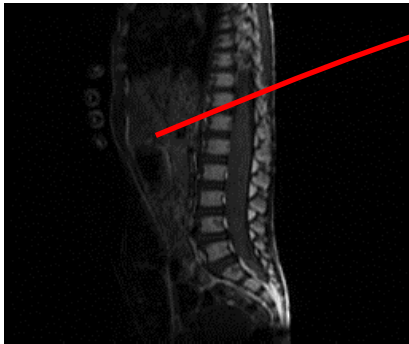




Etapas fundamentales del PDI



Modelo de una Imagen Digital



negro \swarrow blanco \searrow

$M_{i,j} \in \{0,1,2,\dots,255\}$

$i = 1,2,\dots,n;$

$j = 1,2,\dots,m.$

Imagen Digital en nivel de gris

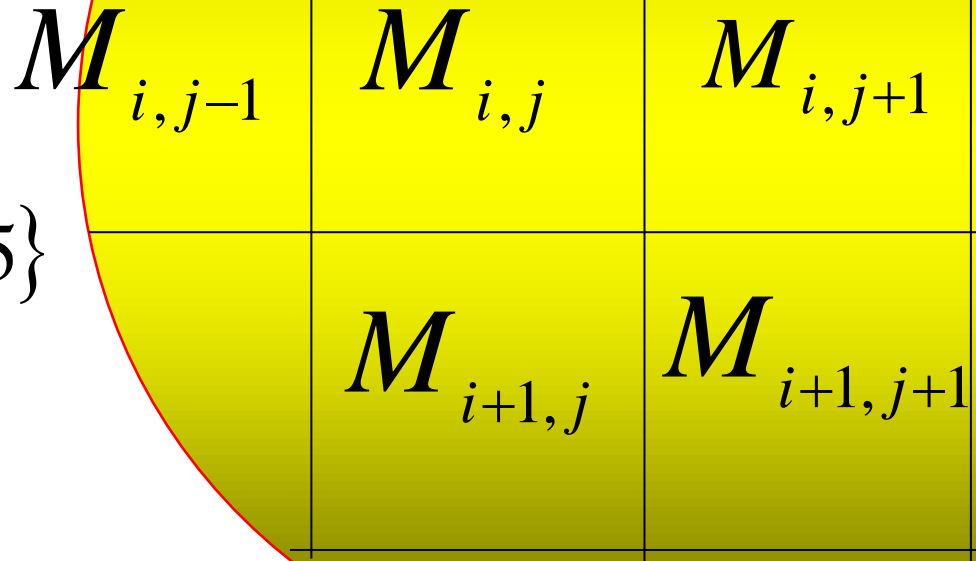


Imagen Digital a Color

$${}^{\Phi}M_{i,j} \in \{0,1,2,\dots,255\}$$

$$\begin{array}{l} i = 1,2,\dots,n; \\ j = 1,2,\dots,m. \end{array} \quad \Phi = \begin{cases} I, & \text{rojo} \\ II, & \text{verde} \\ III, & \text{azul} \end{cases}$$

Igual que antes (gris) pero hay tres componentes: una para el rojo, otra para el verde y otra para el azul.

Imagen digital color

$$I M_{i,j}$$



$$\Phi M_{i,j} \in \{0,1,2,\dots,255\}$$

448



291

$$II M_{i,j}$$



$$i = 1,2,\dots,291;$$

$$j = 1,2,\dots,448.$$

$$III M_{i,j}$$



Resumen

Consideramos una función bidimensional para definir a una imagen.

(x,y) punto en la matriz

$f(x,y)$ da el valor de la intensidad lumínica en ese punto

$$0 \leq f(x,y) \leq L \quad \rightarrow \quad \text{negro} \leq f(x,y) \leq \text{blanco}$$

imagen \rightarrow matriz

m=320 Filas ; **n=200**columnas

p=8nº de bits para la cuantificación de una muestra

Cada punto de la matriz es un pixel

Entonces la matriz queda de un tamaño dado, que simplificando

M=N=256 \rightarrow MxNxP.....64k Bytes

Imagen digital

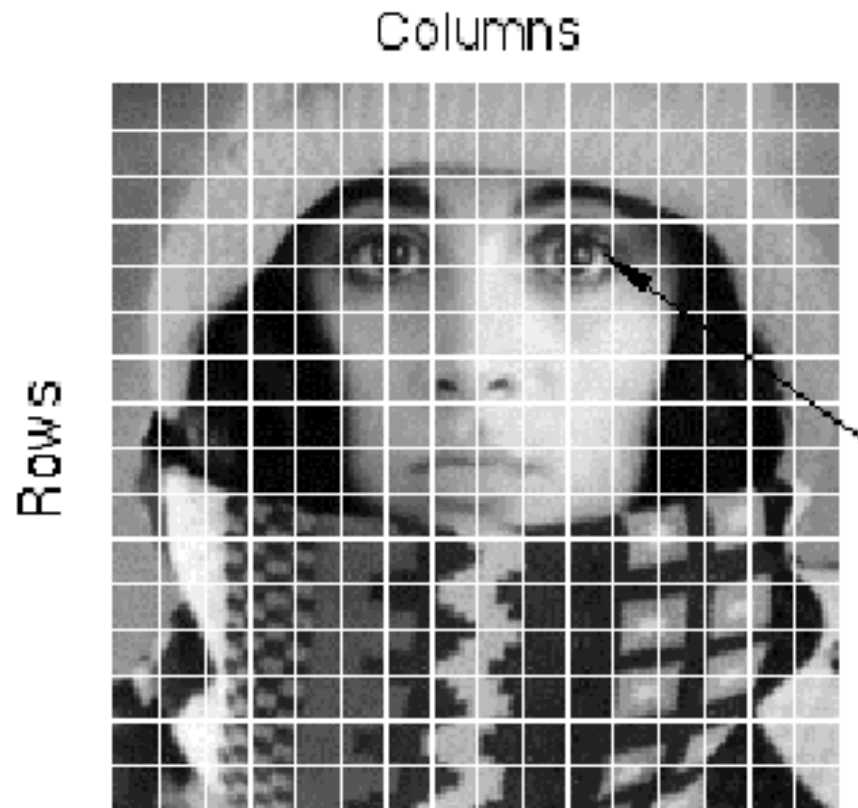


Imagen digital

- Una imagen digital $a[m,n]$ en un espacio discreto 2D, se deriva a partir de una imagen analógica $a(x,y)$ en un espacio continuo 2D, a través de un proceso de muestreo y cuantización, que habitualmente llamamos digitalización.
- La imagen continua 2D $a(x,y)$ es dividida en N filas y M columnas. La intersección de una fila y una columna es llamada pixel. El valor asignado es $a[m,n]$.

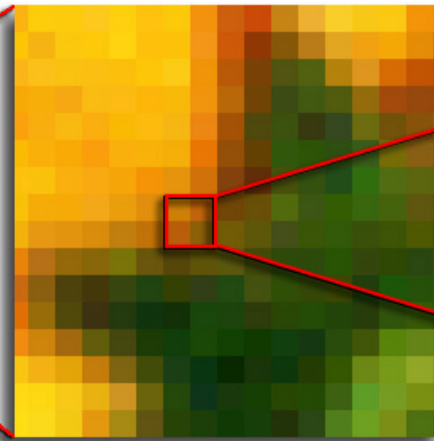
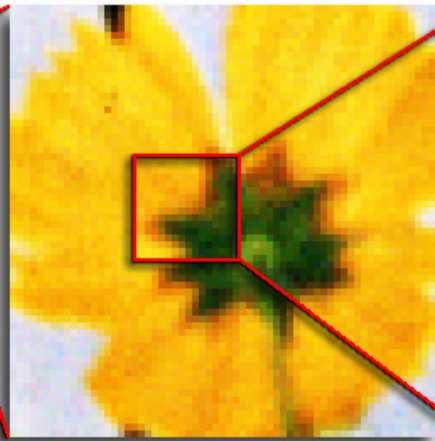
Pixels

- Una imagen digital es un conjunto de puntos (x,y) discretos (2D), donde cada uno tiene un valor positivo $I(x,y)$ ó un conjunto de valores (color=RGB).
- Para cada coordenada x,y I tiene un valor.
- El par $(p, I(p))$ es un pixel.
- $p(r,c)$ es el pixel en la fila r y columna c .
- $I(p)$ es el valor del pixel en el punto p .
- Si $I(p)$ es un número, entonces I es una imagen monocromática.
- Si $I(p)$ es un vector, entonces I es una imagen color.

Una grilla de cuadrados
y cada uno tiene un solo
color

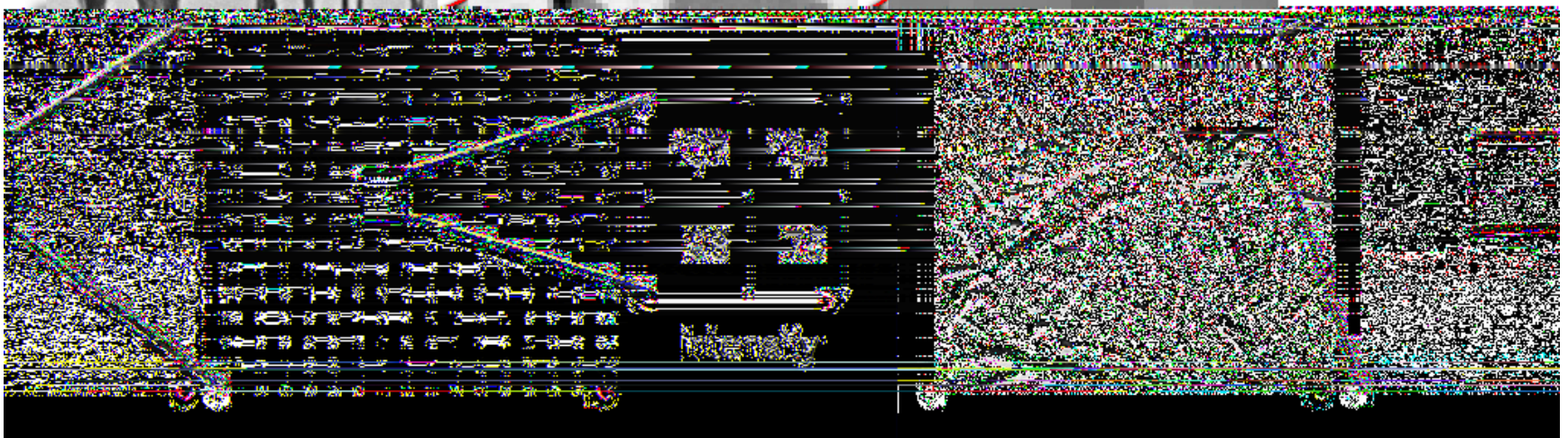
Cada cuadrado
es un pixel

Imágenes monocromo=
1 valor por pixel
Imágenes color= 3
valores por pixel



206	194
128	100
9	14
184	140
95	97
12	11

red intensity
green intensity
blue intensity



Profundidad de bit

- Se refiere a la cantidad de bits utilizados para expresar los distintos tonos de grises ó colores.
- Ej. Con 8 bits para escala de grises. En total $2^8=256$ tonos de grises.



11111111=255

00000000=0

$2^8 - 1 = 255$

0

Bit de profundidad

Extremos de intensidad

8 bits

Sin signo 0 (negro)

255(blanco)

Con signo -128

+127

16 bits

Sin signo 0

65535

Con signo -32768

+32767

32 bits

0

4294967298

-2147483648

+2147483647

Memoria

- Medidas más exactas de intensidad requiere mayor profundidad de bit.
- Mayor profundidad de bit más memoria requerida para almacenar la imagen.
- La intensidad de cada pixel requiere más bits cuanto mayor es la profundidad.

Ejemplo memoria

- Memoria requerida = Resolución_x × Resolución_y × Bit de profundidad
- Ej. 1024 × 768 y 256 tonos de grises
- Mem = 1024 × 768 × 8 = 6291456 bits
- ó 786432 bytes ó 768 kBytes

Ejemplo memoria

- Memoria requerida = Resolución_x x Resolución_y x Bit de profundidad
- Ej. 1024 x 768 y True color (24 bits)
- Mem = 1024x768x24 =

Imagen en tonos de grises

- Recordemos que cada pixel en una dada posición, tiene asociado un valor de intensidad ó escala de gris.
- Ej. cada intensidad 8 bits por pixel.



11111111=255

00000000=0

Relaciones básicas entre pixeles

Vecinos de un pixel p ubicado en las coordenadas (x,y)

$$(x + 1, y), (x - 1, y), (x, y + 1), (x, y - 1)$$

Vecinos diagonales de un pixel p ubicado en las coordenadas (x,y)

$$(x + 1, y + 1), (x + 1, y - 1), (x - 1, y + 1), (x - 1, y - 1)$$

Relaciones básicas entre píxeles

➤ Medidas de distancia

Para los píxeles p , q y z , con coordenadas (x, y) , (s, t) y (v, w) , respectivamente, D es una función de distancia o métrica

$$(a) \quad D(p, q) \geq 0 \quad (D(p, q) = 0 \iff p = q).$$

$$(b) \quad D(p, q) = D(q, p), \text{ y}$$

$$(c) \quad D(p, z) \leq D(p, q) + D(q, z).$$

La distancia Euclidiana entre p y q se define como:

$$D_e(p, q) = [(x - s)^2 + (y - t)^2]^{1/2}.$$

Relaciones básicas entre pixeles

➤ Medidas de distancia

La distancia D_4 (llamada distancia city-block) entre p y q se define como:

$$D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$$

		2		
	2	1	2	
2	1	0	1	2
	2	1	2	
		2		

Relaciones básicas entre pixeles

➤ Medidas de distancia

La distancia D_8 (llamada distancia tablero de ajedrez) entre p y q se define como:

$$D_8(p, q) = \max(|x - s| + |y - t|)$$

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

Tipos de imágenes

- Imagen binaria
- Imagen indexada
- Imagen de intensidad
- Imagen RGB
- Imagen multiframe

Imagen binaria

- Imagen que sólo contiene pixels en blanco y negro.
- Las clases de datos para este tipo de imagen son : uint8 ó double.
- 0 representa al negro
- 1 representa al blanco

Imagen de intensidad

- Cada pixel tiene un valor de intensidad ó escala de gris.
- Las clases de datos para esta imagen son: uint8, uint16 ó double.

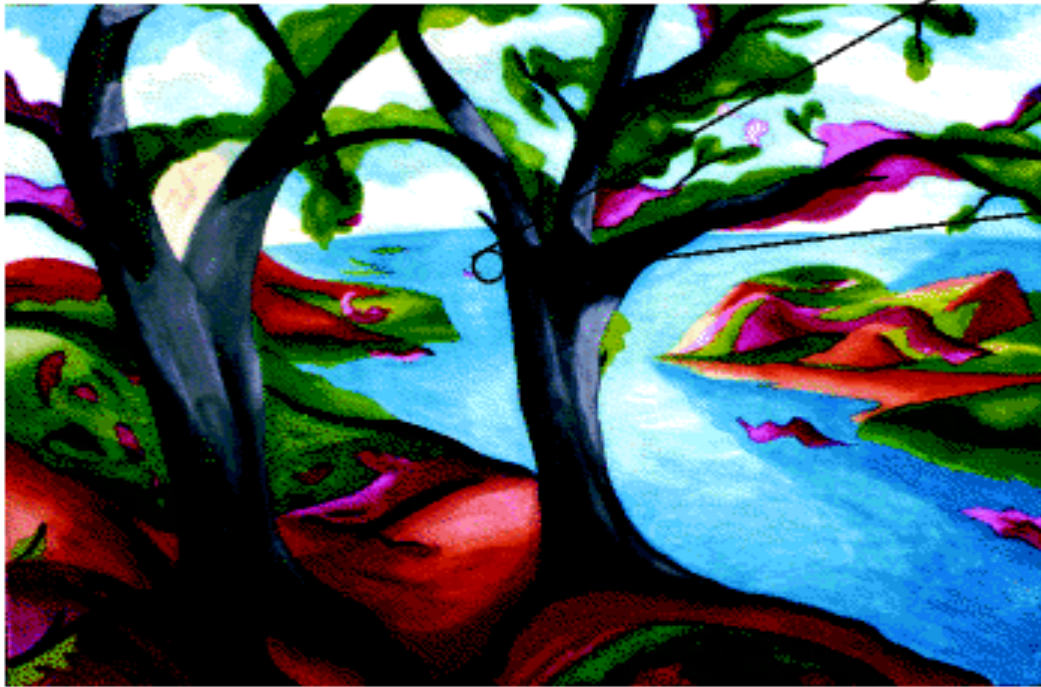
	.2251	0.2563	0.2826	0.2826	0.4		
0.5342	0.2051	0.2157	0.2826	0.3822	0.4391	0.4391	
0.5342	0.1789	0.1307	0.1789	0.2051	0.3256	0.2483	
0.4308	0.2483	0.2624	0.3344	0.3344	0.2624	0.2549	
	3344	0.2624	0.3344	0.3344	0.33		



Imagen RGB

- Cada pixel está especificado por tres valores
- Un valor para el rojo, otro para el verde y otro para el azul. (Red, green, blue).
- La imagen está formada por un arreglo de $M \times N \times 3$.
- Clase de datos son : uint8, uint16 ó double.

Imagen indexada



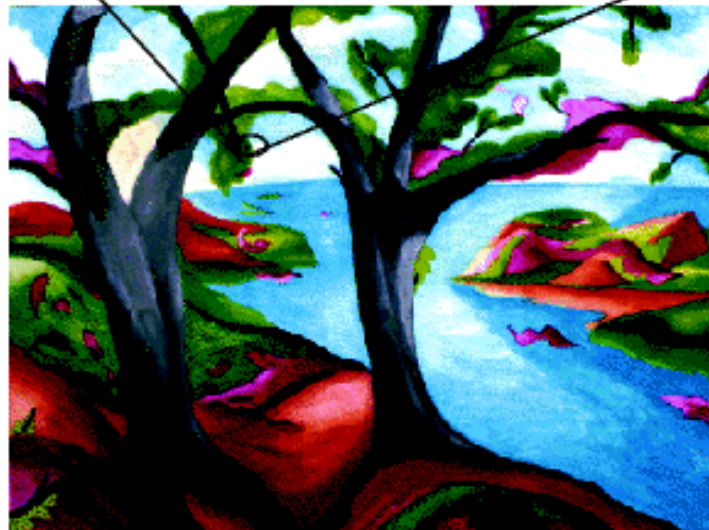
12	21	40				
14	17	21	21	53	53	
5	8	5	8	10	30	15
15	18	31	31	18	16	
18	31	31	31			

0	0	0
0.0627	0.0627	0.0314
0.2902	0.0314	0
0	0	1.0000
0.2902	0.0627	0.0627
0.3882	0.0314	0.0941
0.4510	0.0627	0
0.2588	0.1608	0.0627
	⋮	

Imagen indexada

- Está formada por una matriz de datos y por una matriz de colores (colormap).
- La matriz de datos puede ser uint8, uint16 ó double.
- La matriz de colores es un arreglo de $M \times 3$ de clase double.
- Cada fila en el mapa especifica los 3 colores.
- Un valor 1 en el mapa de datos apunta a la primera fila del mapa de colores.
- Dato: índice en el mapa de colores.

	0.2235	0.1294	Blue	0.4196			
0.5804	0.2902	0.0627	0.2902	0.2902	0.4824		
0.5804	0.0627	0.0627	0.0627	0.2235	0.2588		
0.5176	0.1922	0.0627	Green	0.1922	0.2588	0.2588	
0.5176	0.1294	0.1608	0.1294	0.1294	0.2588	0.2588	0
0.5176	0.1608	0.0627	0.1608	0.1922	0.2588	0.2588	
0.5490	0.2235	0.5490	Red	0.7412	0.7765	0.7765	902
0.5490	0.3882	0.5176	0.5804	0.5804	0.7765	0.7765	196
0.5490	0.2588	0.2902	0.2588	0.2235	0.4824	0.2235	
0.5490	0.2235	0.1608	0.2588	0.2588	0.1608	0.2588	
0.5490	0.2588	0.1608	0.2588	0.2588	0.2588	0.2588	



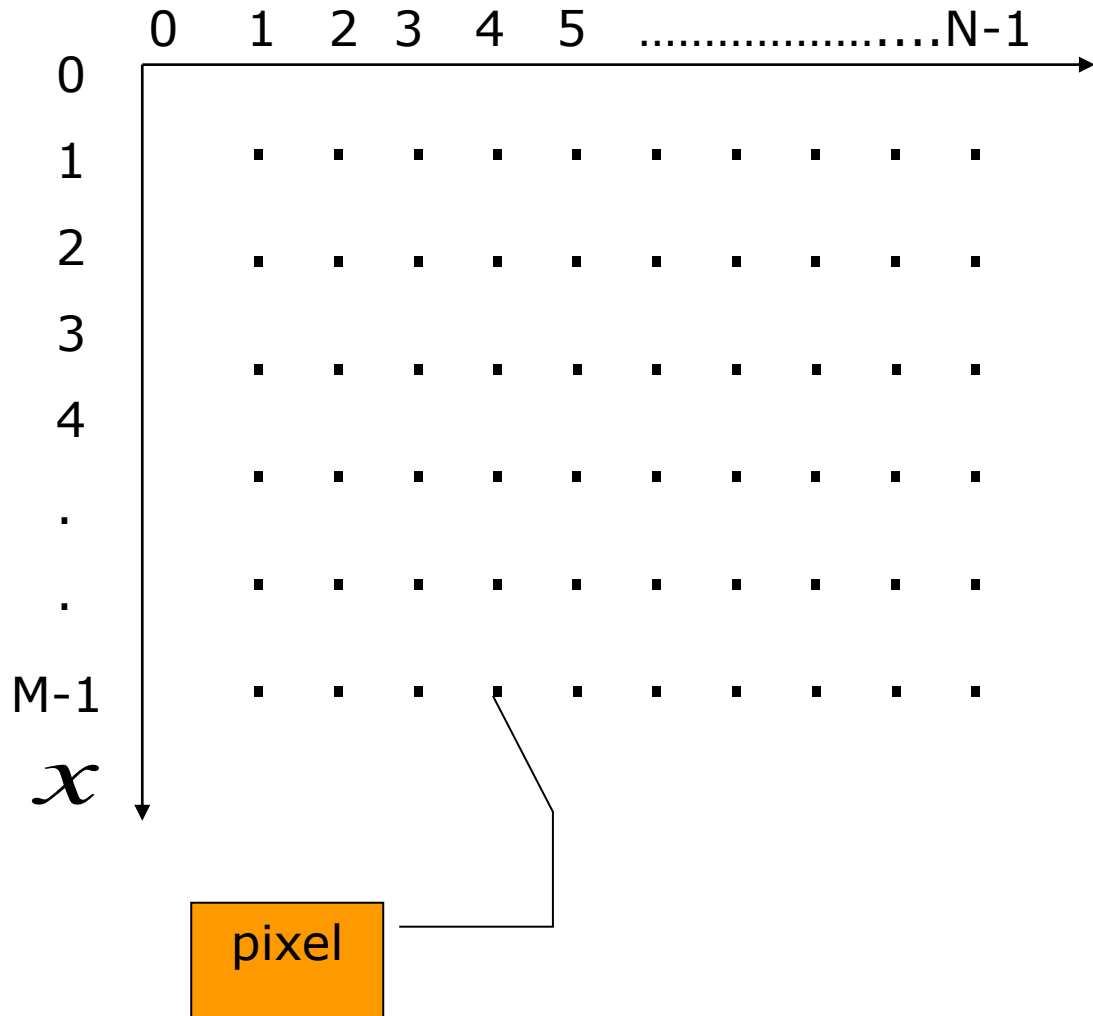
Formato de imágenes estándares

- BMP Window Bitmap .bmp
- GIF Graphics Interchange Format .gif
- TIFF Tag Image File Format .tif .tiff
- JPEG Joint Photographic Expert Group
.jpg .jpeg
- PNG Portable Network Graphics .png

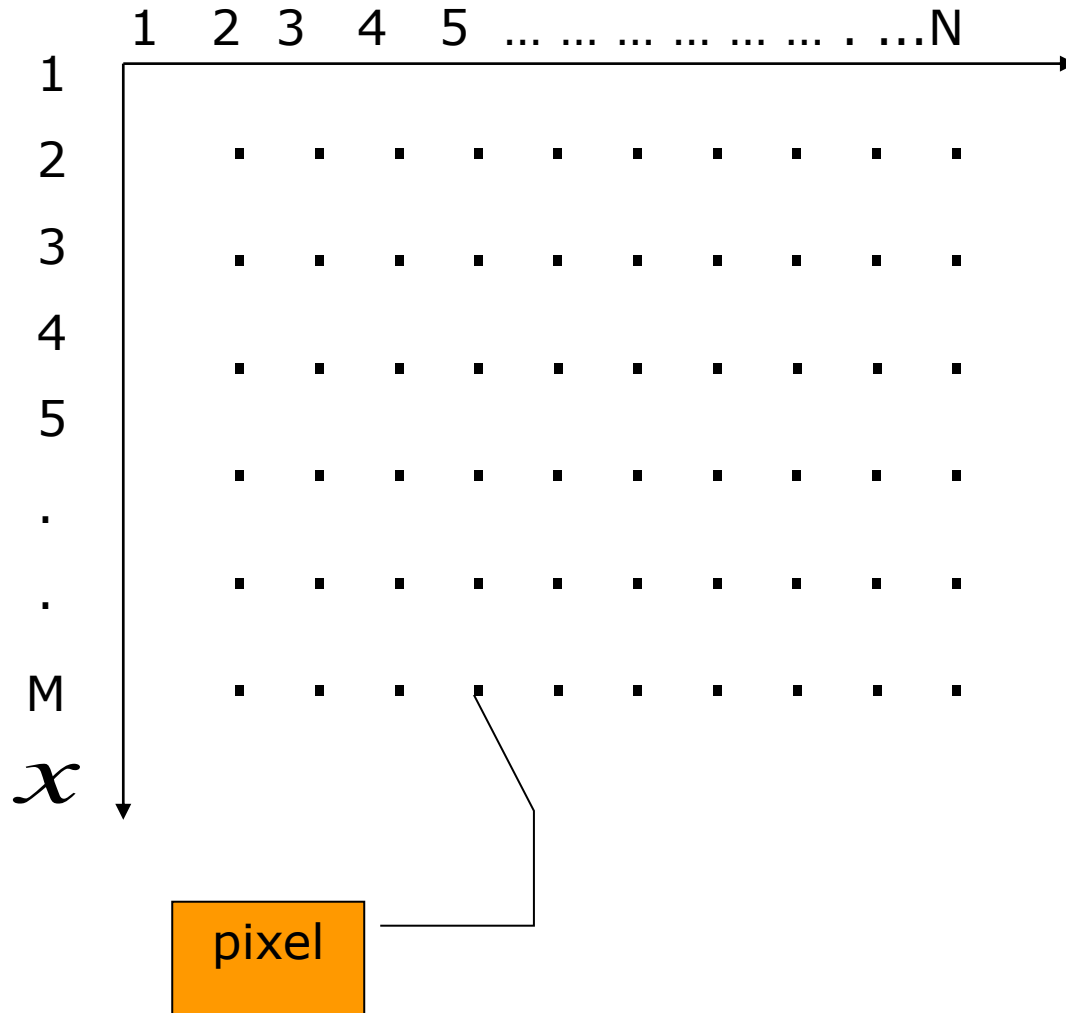
Clase de datos

- double: punto flotante, doble precisión
- uint8: entero sin signo, 8 bits, [0,255]
- uint16: entero s/signo, 16 bits, [0,65535]
- uint32: entero s/signo, 32 bits
- int8: entero c/signo, 8 bits, [-128,+127]
- int16: entero c/signo, 16 bits, [-32768,+32767]
- logical: 0 ó 1, un byte por elemento
- char: caracteres, 2 bytes por elemento

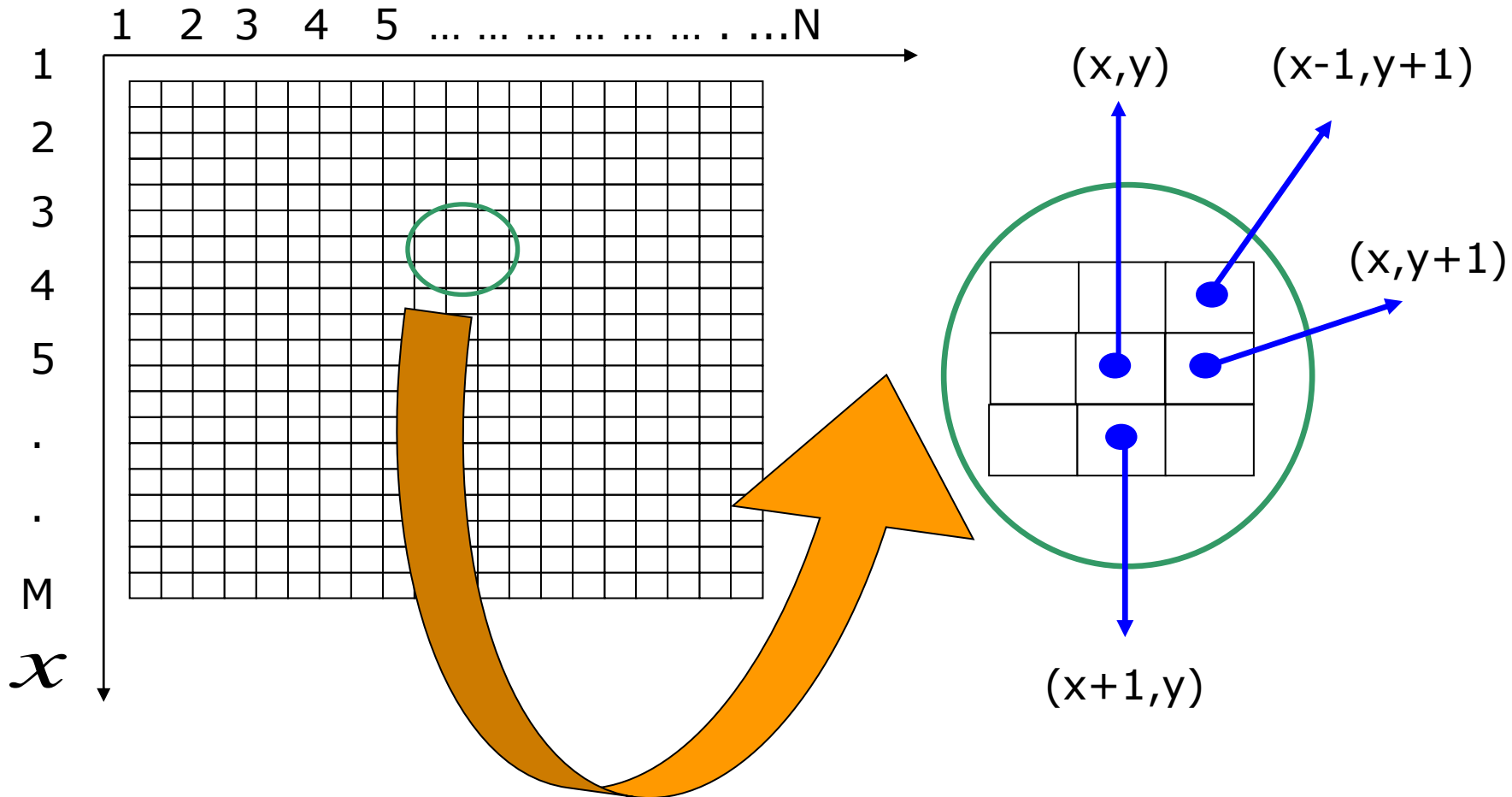
Coordenadas : convenciones



Coordenadas : convenciones



Coordenadas : convenciones



Imágenes como matrices

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0, N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1, N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1, N-1) \end{bmatrix}$$

$$f = \begin{pmatrix} f(1,1) & f(1,2) & \dots & f(1,N) \\ f(2,1) & f(2,2) & \dots & f(2,N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(M,1) & f(M,2) & \dots & f(M,N) \end{pmatrix}$$

Lectura de imágenes

- `f = imread("archivo")`
- Soporta los formatos antes mencionados
- `size(f)`
- Dimensión de la imagen: filas x columnas
- 1024 x 1024

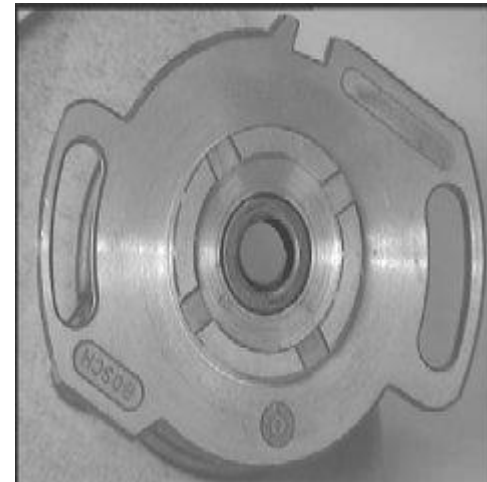
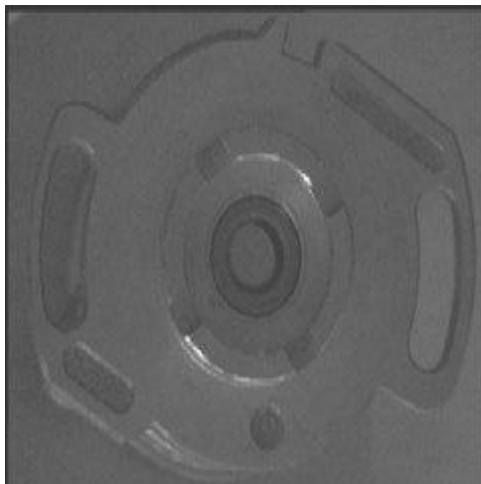
Mostrando imágenes

- `imshow(f, G)`
- Donde `f` es una imagen y `G` el número de intensidades de grises a mostrar.
- Si `G` no es especificado, `default=256`
- `imshow(f, [low high])`
- Muestra como negros los valores \leq que `low` y como blancos los valores \geq que `high`. Las intensidades intermedias son mostradas usando el número de niveles por default.

Definiciones: brillo

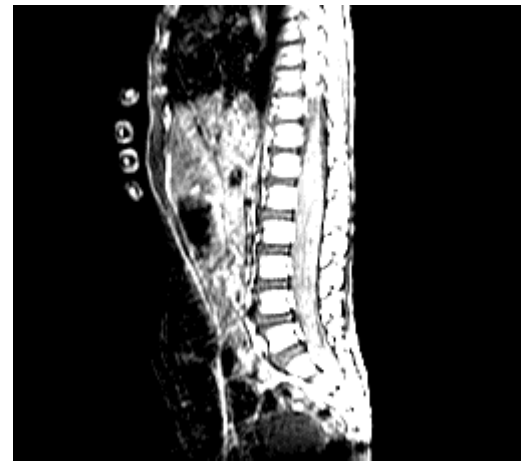
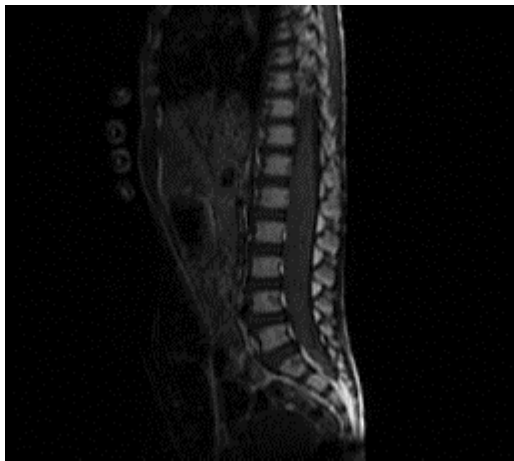
- Se define como brillo al nivel medio de gris de una imagen.

$$B = \frac{1}{N \cdot M} \sum_{y=0}^{N-1} \sum_{x=0}^{M-1} f(x, y)$$



Definiciones: contraste

- Una definición formal: es la variación de gris de un punto respecto al brillo de la imagen. Tiene que ver con la relación entre el gris más claro y el más oscuro

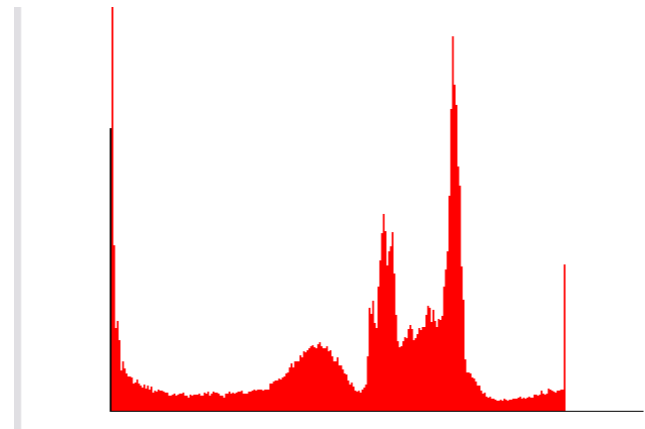


Definiciones: histograma

- Histograma es una gráfica en el cual se cuenta la frecuencia de color, es útil para cambiar la intensidad de luz de una imagen respetado sus atributos característicos.



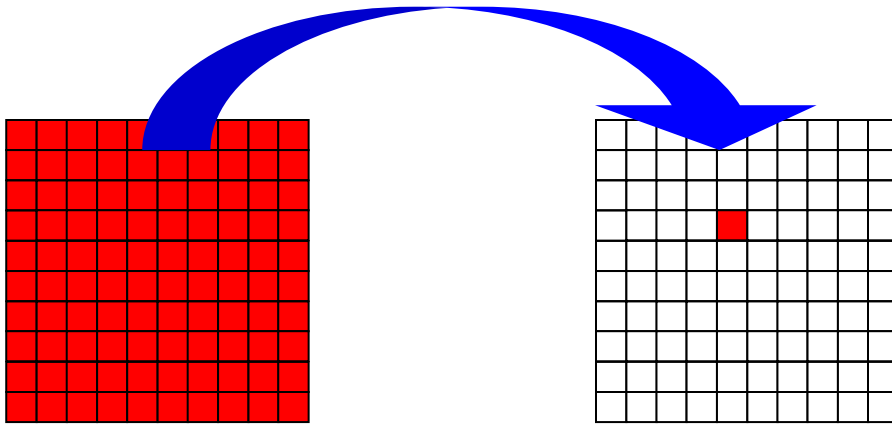
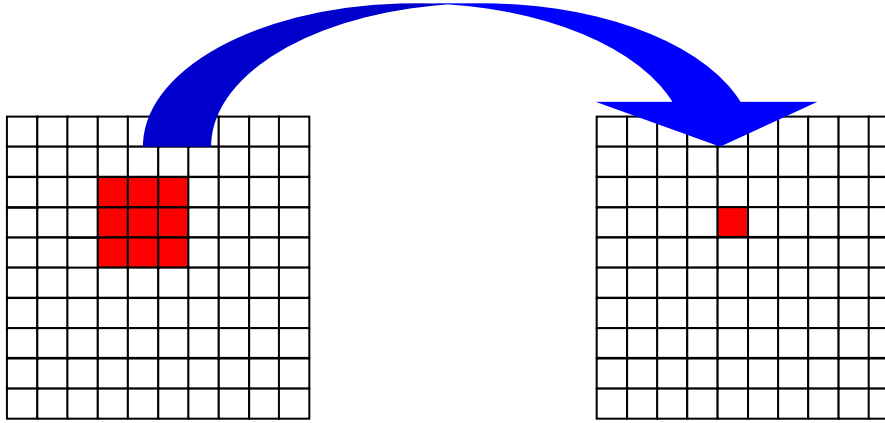
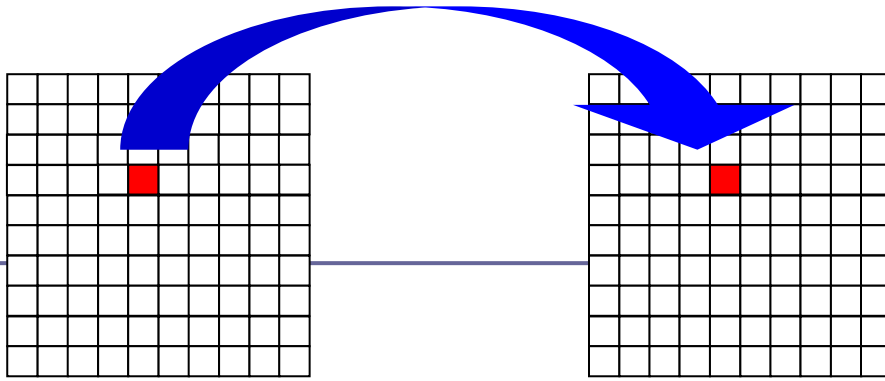
Frecuencia relativa



Escala de grises

Procesamiento de imágenes en el dominio espacial

- Técnicas en el dominio espacial operan directamente sobre los pixels de la imagen.
- $g(x, y) = T[f(x, y)]$ donde $f(x, y)$ de entrada y $g(x, y)$ es la imagen de salida.
- T es un operador sobre f que puede ser



Procesamiento de imágenes en el dominio espacial

- Transformación del pixel
- Mejoramiento aplicando operaciones aritmético lógicas
- Filtros espaciales

Procesamiento del pixel (punto)

- En una imagen digital: punto=pixel
- Procesamiento del punto transforma el valor del pixel como función de su propio valor
- No depende del valor de los pixels vecinos
- Llamadas funciones que transforman la intensidad

Procesamiento del pixel

- Ajuste de brillo y contraste
- Corrección gamma
- Ecuación de histograma
- Especificación del histograma
- Corrección del color

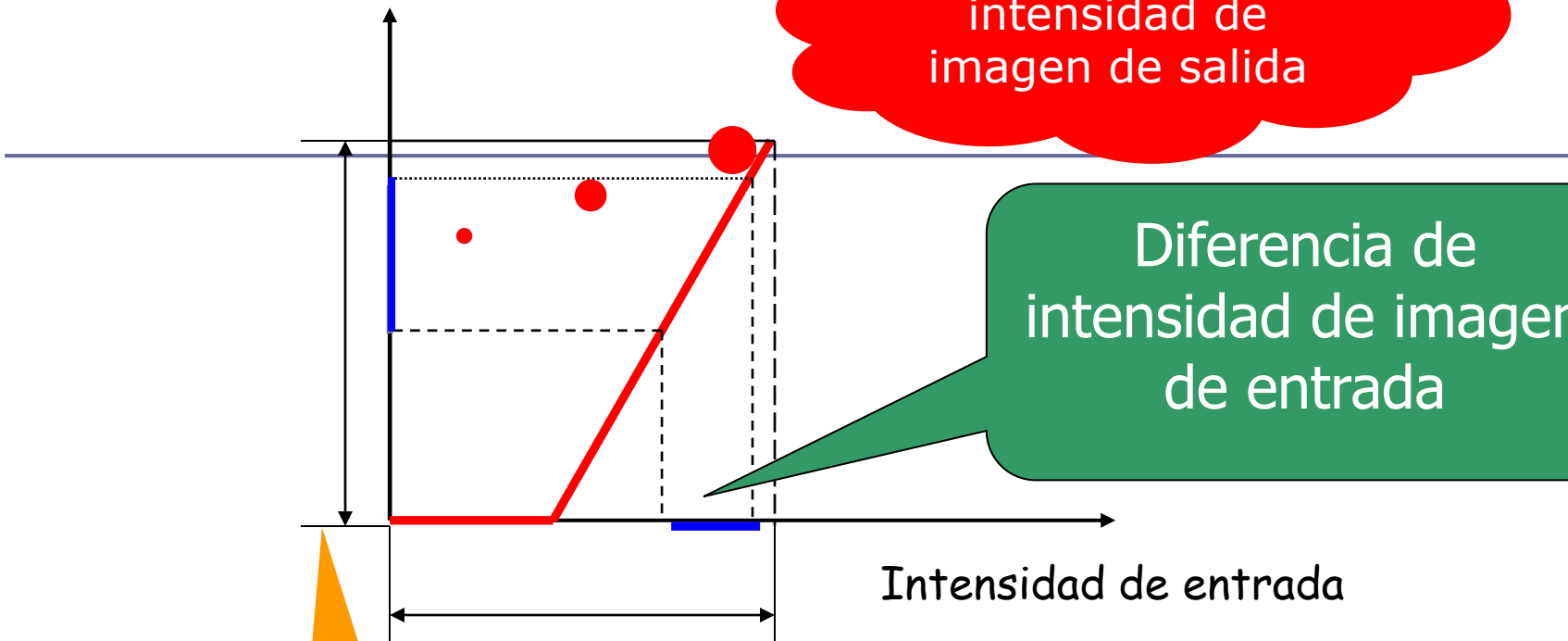
Modificación del brillo

- Esto se logra sumando o restando un valor cte. a cada pixel de la imagen de entrada.
- Si sumo una cte. la imagen se desplaza a zonas más brillantes (histograma a derecha).
- Si restamos una cte. la imagen va a zonas más oscuras (histograma se desplaza a izquierda).

Modificación del contraste

- Rango de intensidad de la imagen.
- Una imagen con poco contraste, tiene un rango reducido de intensidad respecto del rango disponible.
- Se puede mejorar re-escalando la intensidad de cada pixel.
- De acuerdo a este método la intensidad de cada pixel es modificada según una transformación $g=T(i)$, siendo i y g las intensidades de entrada y salida respectivamente.

Intensidad de salida



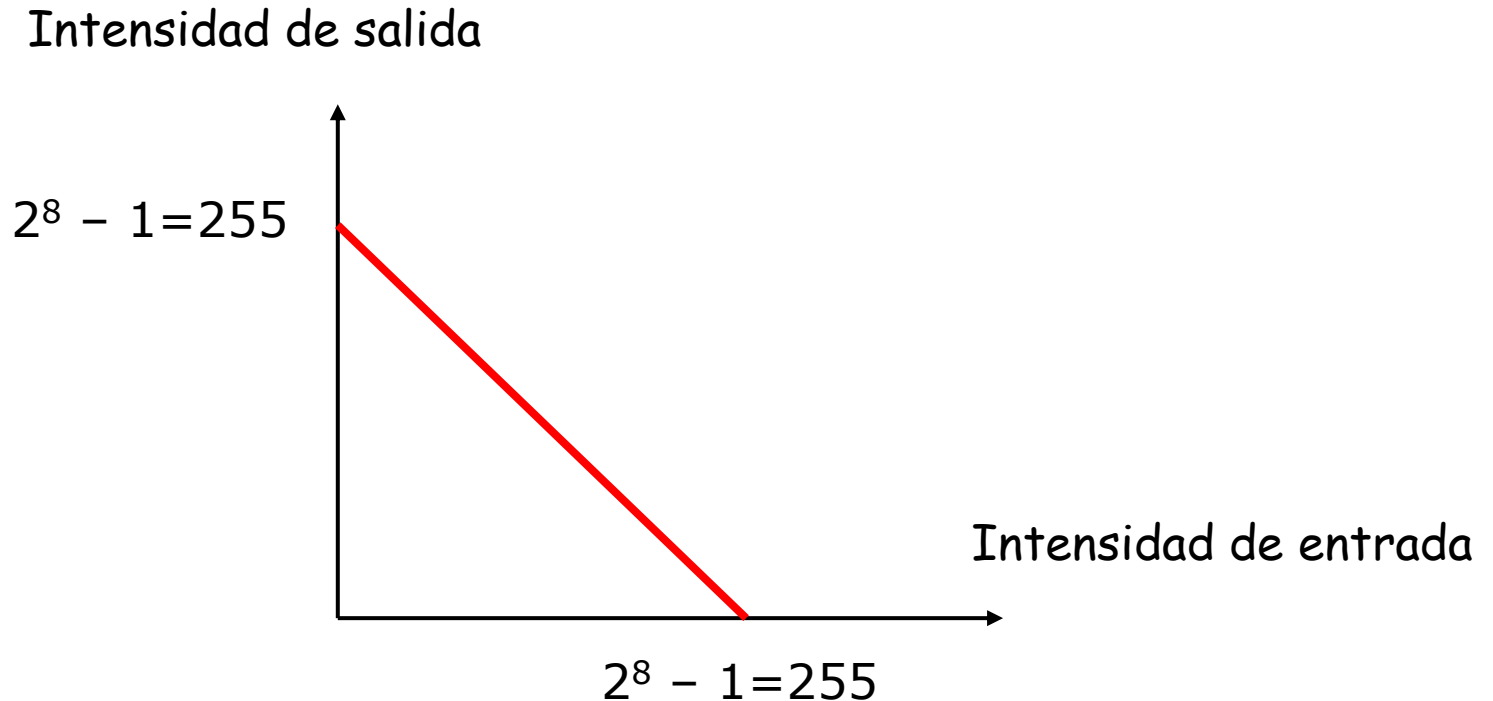
Diferencia de intensidad de imagen de salida

Diferencia de intensidad de imagen de entrada

Rango total disponible (entrada)

Rango de intensidad de la imagen procesada

Otra transformación : negativo de una imagen

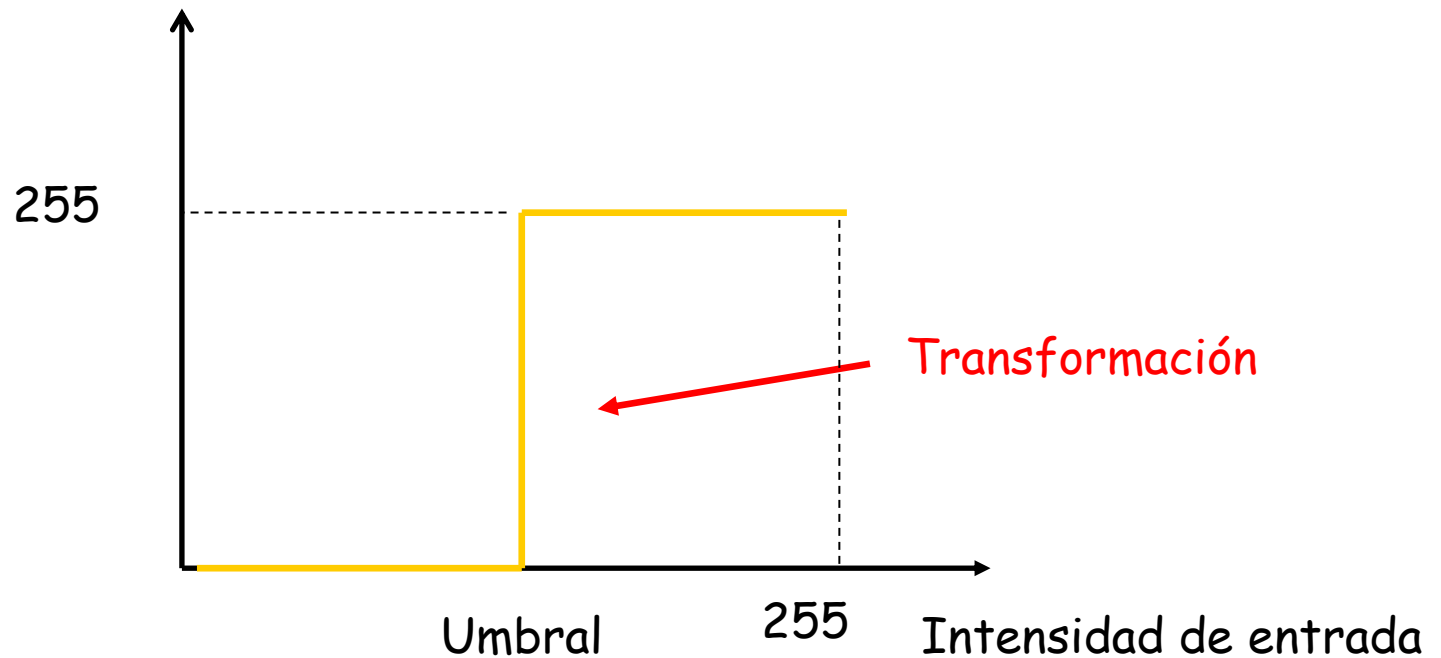


Binarización de imágenes

- Una imagen en tonos de gris es convertida en una imagen binaria : blanco y negro.
- Los valores de los pixels de la imagen de entrada que son menores a cierto umbral prefijado, son convertidos a negro, mientras que los pixels con valores mayores al umbral son convertidos al blanco.

También llamada función umbral

Intensidad de salida



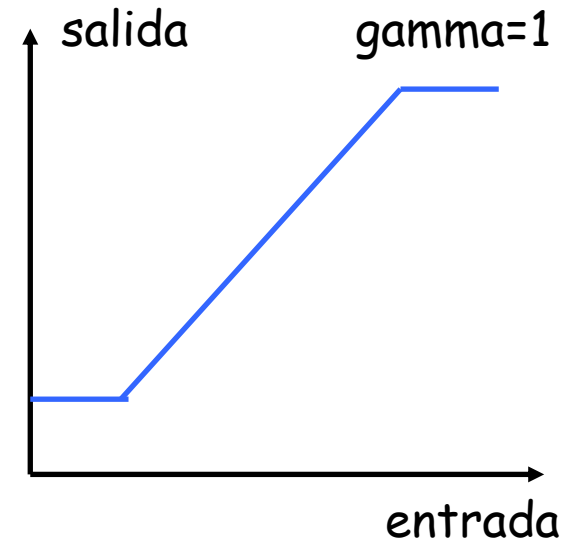
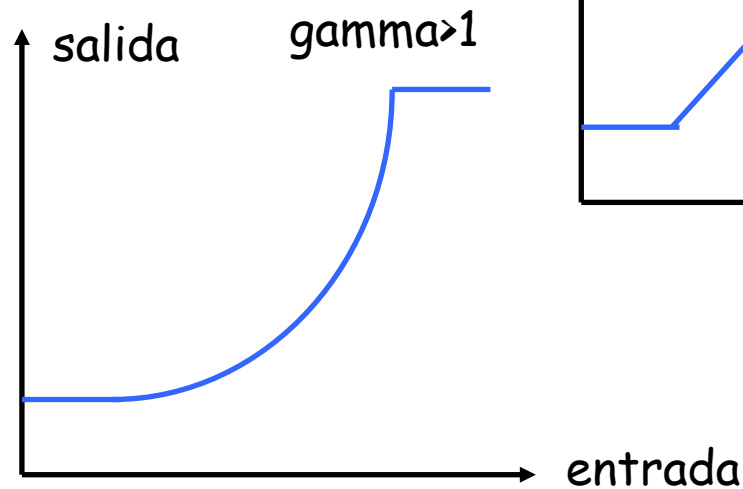
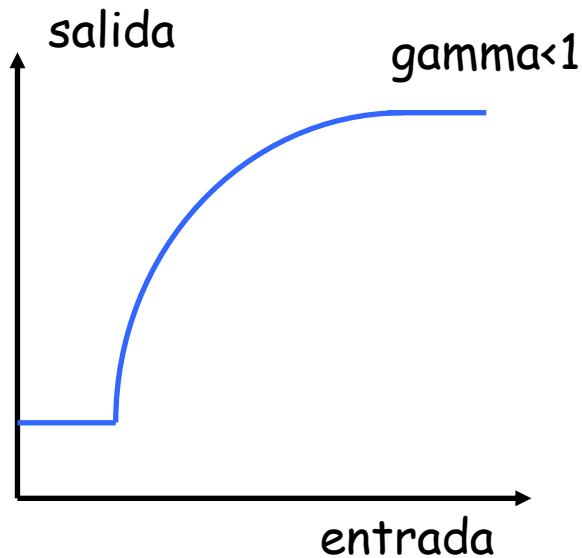
Profundidad de pixel = 8 bits

Funciones de transformación de intensidad (escala de grises)

- $S=T(r)$ depende del valor de la intensidad (tono de gris) y no de la coordenada.
- S es la intensidad de g (imagen de salida) y r es la intensidad de f (imagen de entrada) en el punto x,y .

Función imadjust

$g = \text{imadjust}(f, [\text{low_in } \text{high_in}], [\text{low_out } \text{high_out}], \text{gamma})$



Función imadjust

- Esta función mapea la intensidad de la imagen f , a nuevos valores de intensidad de la imagen g
- La función transforma los valores de entrada entre low_in y $high_in$ a valores entre low_out y $high_out$
- Valores por debajo de low_in son mapeados a low_out .

Función imadjust

- Los valores se especifican entre 0 y 1. Según la clase de la imagen son multiplicados por 255=unit8, 65535=unit16
- Si $\gamma > 1$, entonces el mapeo es hacia abajo, imagen más oscura.
- Si $\gamma < 1$, entonces el mapeo es hacia arriba y la imagen es más clara.

Función imadjust

- Para extender la escala de grises

$g = \text{imadjust}(f, [0.5 \ 0.75], [0 \ 1], \text{gamma})$

- Otra función: negativo de una imagen

$g = \text{imcomplement}(f)$

Transformación logarítmica

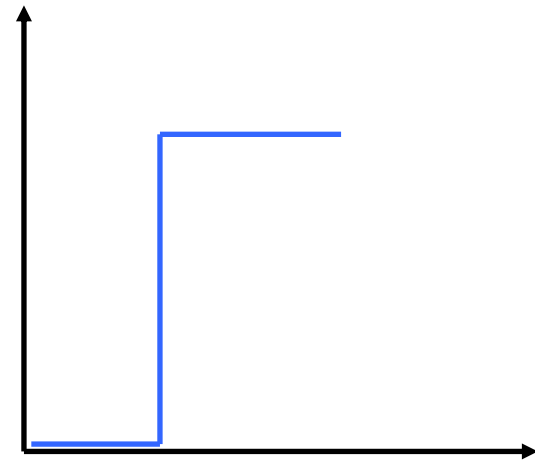
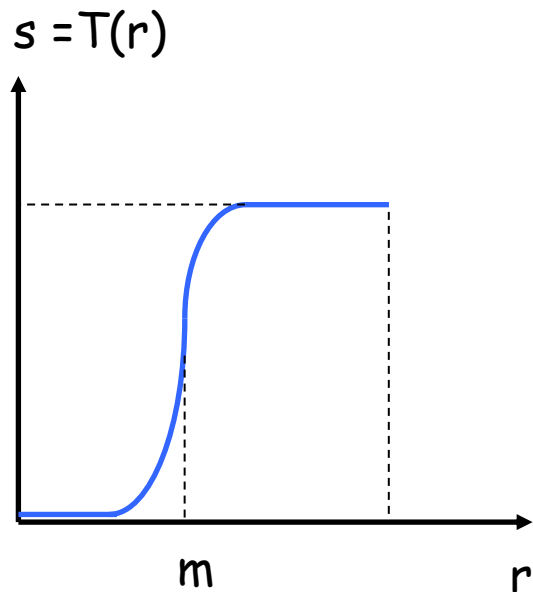
- Uso principal: manejo del rango dinámico.
- $$g = c * \log(1 + \text{double}(f))$$
- donde c es una constante
- Similar a la función gamma, pero ésta varía su forma.

Estiramiento (stretching) del contraste

- Otra función para el manejo del rango dinámico.
- Para niveles de entrada menores que m , los comprime en un estrecho rango de niveles oscuros, de la misma manera para niveles de entrada mayores que m , los comprime en un rango de niveles claros.
- Caso extremo : función umbral

$$s = T(r) = \frac{1}{1 + \left(\frac{m}{r}\right)^E}$$

$$g = 1 / (1 + m / (\text{double}(f) + \text{eps}))^E$$






La usaremos más adelante (segmentación)

Procesamiento del histograma

- El histograma de una imagen digital con L niveles de intensidad en el rango $[0, G]$ ó $[0, L-1]$ es definido como la función discreta

$$h(r_k) = n_k$$

- donde r_k es el k -ésimo nivel de intensidad en el intervalo $[0, G]$ y n_k es el número de pixels en la imagen con intensidad r_k ..
- Para imágenes clase uint8  $G=255=2^8 - 1$
- Para imágenes clase uint16  $G=65535=2^{16} - 1$
- Para imágenes clase double  $G=1.0$

Procesamiento del histograma

- A menudo es útil trabajar con histogramas normalizados.
- Para esto dividimos todos los elementos del histograma por el número total de pixels de la imagen.

$$p(r_k) = \frac{h(r_k)}{n} = \frac{n_k}{n}$$

- La función para tratar con histogramas es :

$$h = \text{imhist}(f, b)$$

donde f es la imagen de entrada, h el histograma y b el número de intervalos (default=256).

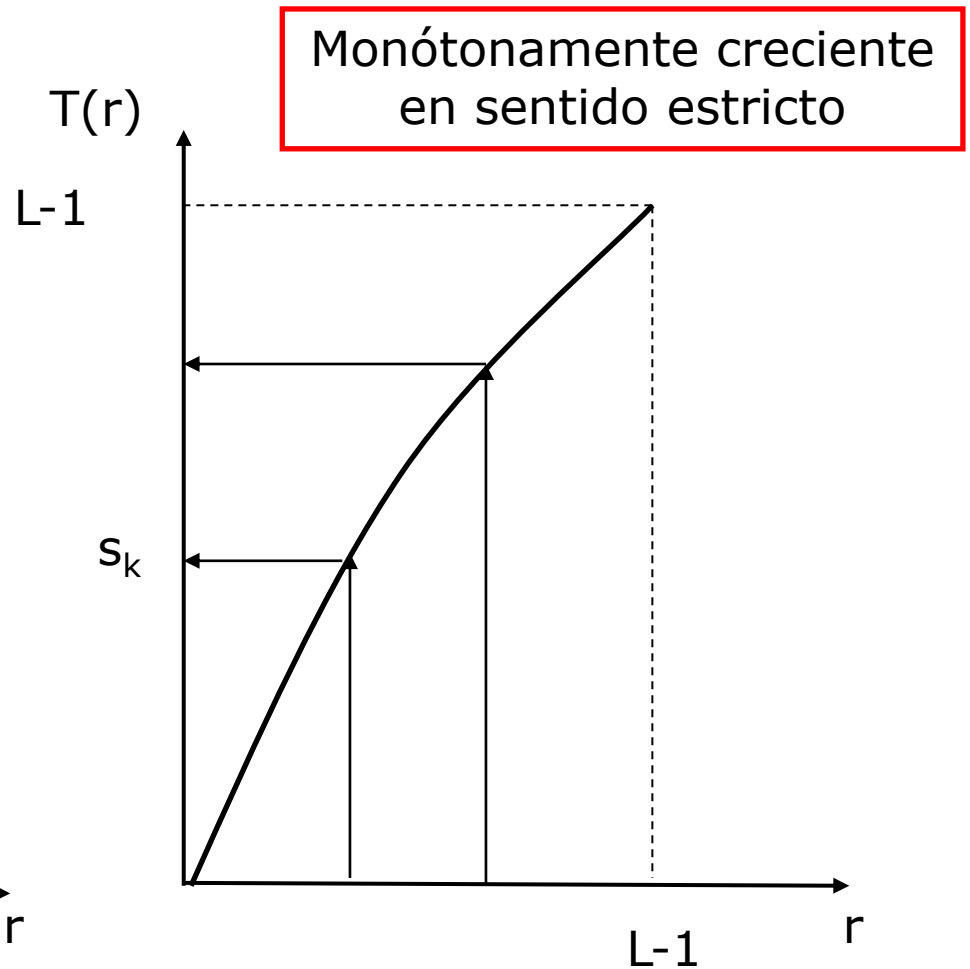
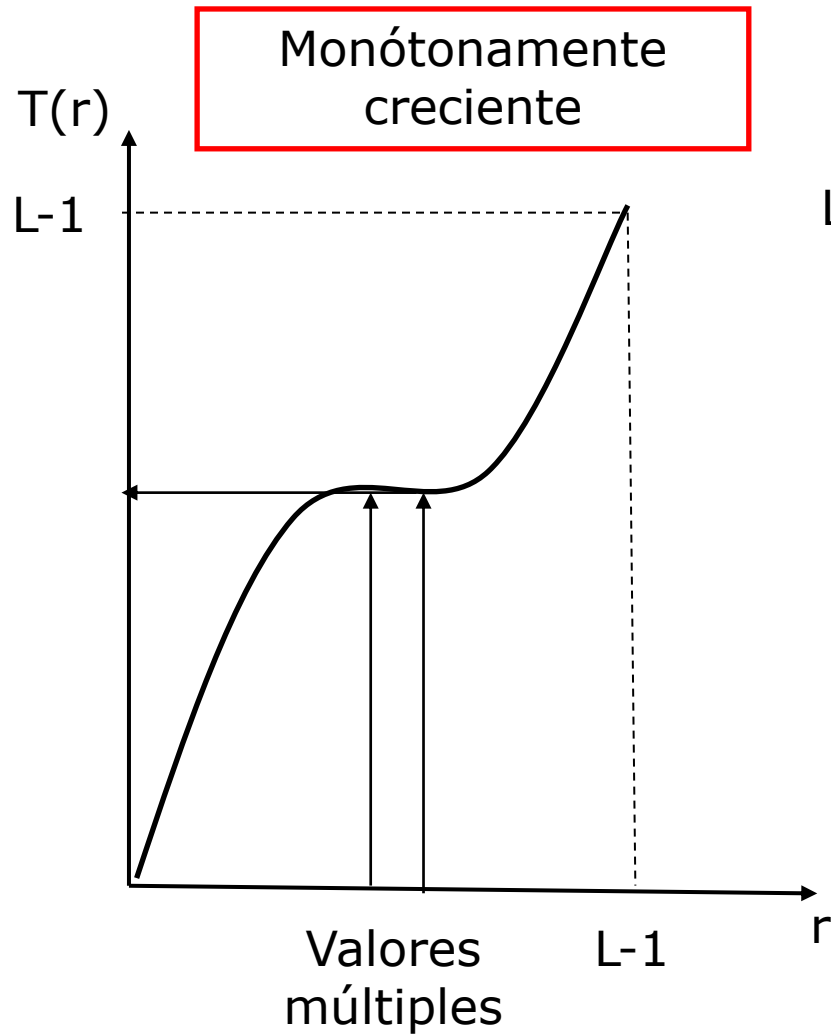
Ecualización de histograma

- Supongamos que los valores de intensidad r (imagen a ser procesada) son continuos
- Con r en el rango $[0, G]=[0, L-1]$
- La transformación será de la forma
$$s=T(r) \quad 0 \leq r \leq L-1$$
- Supongamos :
- a) $T(r)$ es una función monótonamente creciente en $0 \leq r \leq L-1$
- b) $0 \leq T(r) \leq L-1$ para $0 \leq r \leq L-1$
- a') hagamos que sea estrictamente monótona creciente

Ecualización de histograma

- Con a) se garantiza que los valores de intensidad nunca serán menores a los de entrada, así no habrá inversiones de intensidad en la salida.
- b) Asegura que el rango de salida es igual al rango de entrada.
- a') Finalmente garantizamos que el mapeo sea 1 a 1 y no existirán ambigüedades.

Ecualización de histograma



Ecualización de histograma

- Si vemos los niveles de intensidad como una variable aleatoria en $[0, L-1]$.
- Sea $p_r(r)$ y $p_s(s)$ las funciones densidad de probabilidad de r y s respectivamente.
- Un resultado conocido de las probabilidades

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right|$$

Ecualización de histograma

- Si la función de transformación es

$$s = T(r) = (L-1) \int_0^r p_r(w) dw$$

- Para encontrar la derivada

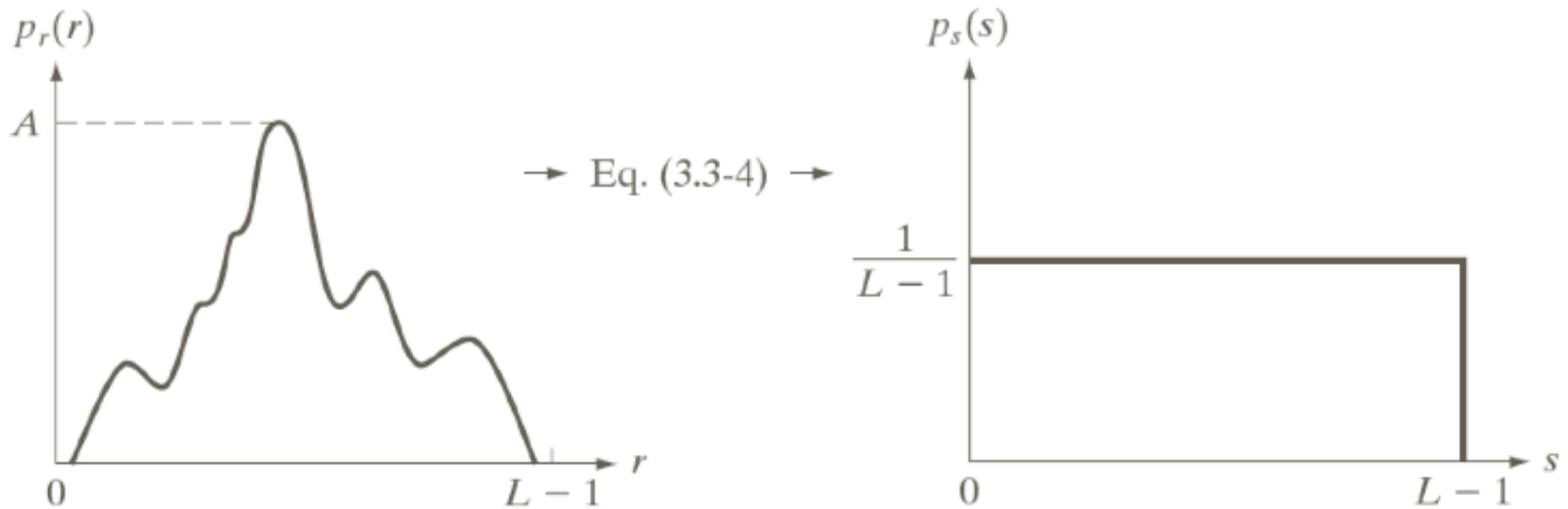
$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{dr} = (L-1) \frac{d}{dr} \left[\int_0^r p_r(w) dw \right] = (L-1) p_r(r) \quad \leftarrow$$

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right| = p_r(r) \left| \frac{1}{(L-1) p_r(r)} \right| = \frac{1}{L-1} \quad 0 \leq s \leq L-1$$

Distribución uniforme

Ecualización de histograma

Se demostró que haciendo una transformación como la anterior, se obtiene una va con fdp uniforme.



Si es discreta....

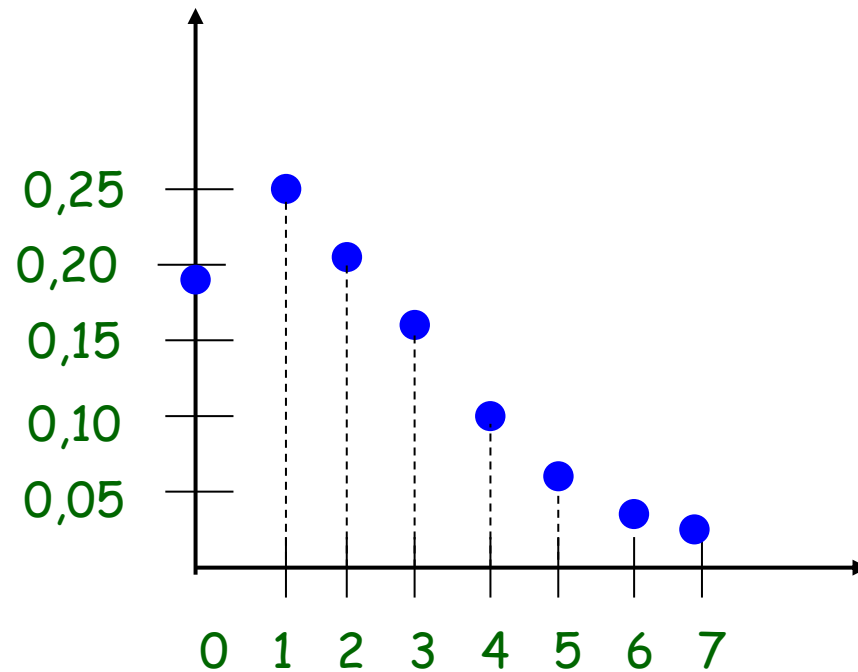
$$s_k = T(r_k) = (L-1) \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \frac{L-1}{MN} \sum_{j=0}^k n_j \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

Ej. Imagen 64x64 pixels con L=8 tonos de grises.
MN=4096

Ej. Imagen 64x64 pixels con $L=8$ tonos de grises. $MN=4096$

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
0	790	0,19
1	1023	0,25
2	850	0,21
3	656	0,16
4	329	0,08
5	245	0,06
6	122	0,03
7	81	0,02

Función densidad de probabilidad



$$s_0 = T(r_0) = 7 \sum_{j=0}^0 p_r(r_j) = 7 p_r(r_0) = 1,33$$

$$s_1 = T(r_1) = 7 \sum_{j=0}^1 p_r(r_j) = 7 p_r(r_0) + 7 p_r(r_1) = 3,08$$

$$s_2 = 4,55 \quad s_3 = 5,67 \quad s_4 = 6,23 \quad s_5 = 6,65$$

$$s_6 = 6,86 \quad s_7 = 7,00$$

$$s_0 = 1,33 \longrightarrow 1 \quad s_4 = 6,23 \longrightarrow 6$$

$$s_1 = 3,08 \longrightarrow 3 \quad s_5 = 6,65 \longrightarrow 7$$

$$s_2 = 4,55 \longrightarrow 5 \quad s_6 = 6,86 \longrightarrow 7$$

$$s_3 = 4,55 \longrightarrow 6 \quad s_7 = 7,00 \longrightarrow 7$$