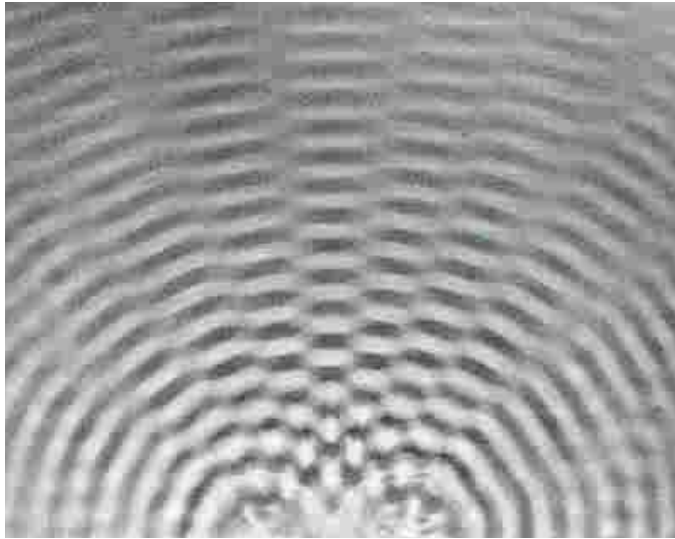


Física II- Curso de Verano

Clase 6

Interferencia

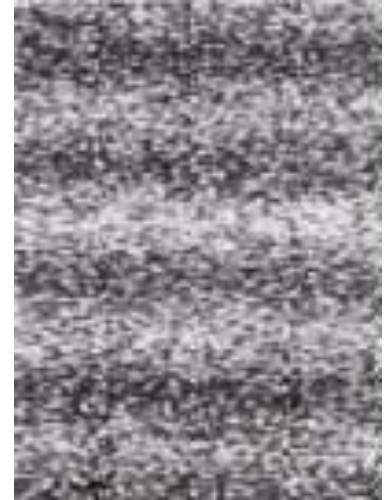
Interferencia es un fenómeno característico del movimiento ondulatorio



agua



luz



electrones

¿De qué depende este patrón observado?

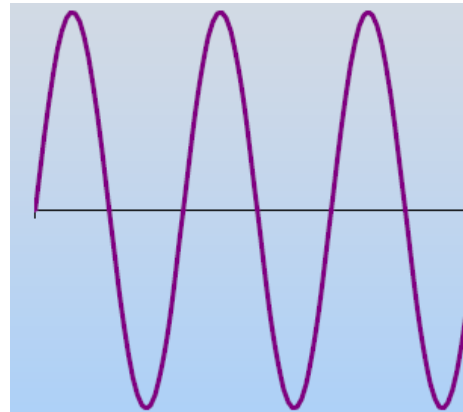
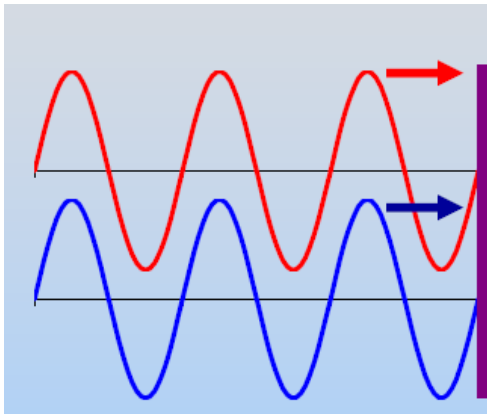
Depende de

- la longitud de onda
- la distancia entre las fuentes

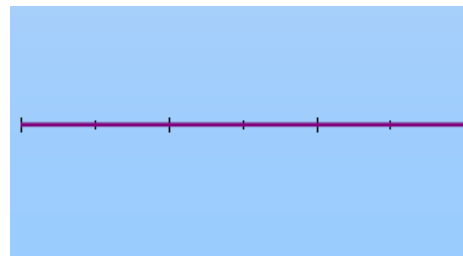
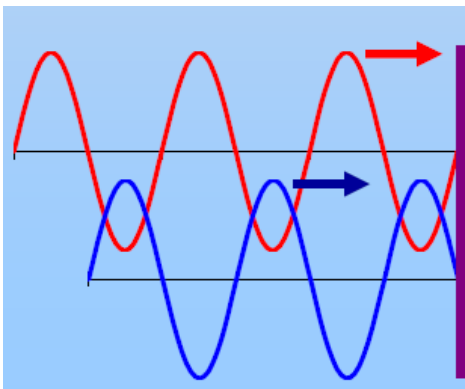
Luz es una onda electromagnética

Ondas se superponen: vale el principio de superposición

$$A(x,t) = A_1(x,t) + A_2(x,t) + \dots + A_n(x,t) = \sum_{i=1}^n A_i(x,t)$$

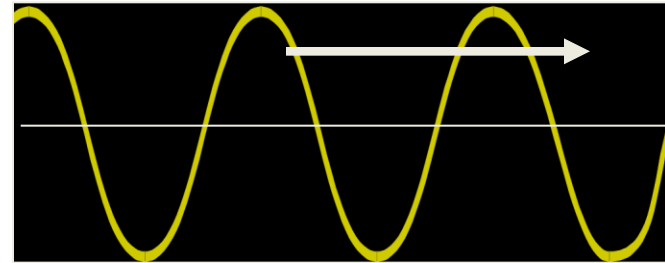
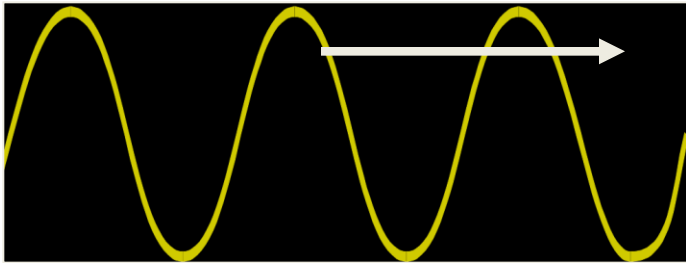


**Interferencia
constructiva**



**Interferencia
destruktiva**

Consideremos, ondas armónicas, que se mueven en igual dirección, con igual frecuencia ω , y amplitud A_0 , desfasadas en δ .



$$A(x, t) = A_1 + A_2 = A_0 \text{sen}(kx - \omega t) + A_0 \text{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

$$\Rightarrow A(x, t) = 2A_0 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \text{sen}\left(kx - \omega t + \frac{\delta}{2}\right)$$



Amplitud



Onda viajera desfasada en $\delta/2$ en relación a las ondas originales

Caso de Ondas Electromagnéticas:

Coinciden en el mismo punto del espacio, dos ondas una con campo eléctrico E_1 y otra con E_2

$$E_1 = E_0 \text{sen}(\omega t)$$

$$E_2 = E_0 \text{sen}(\omega t + \delta)$$

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \text{sen}(\omega t) + E_0 \text{sen}(\omega t + \delta)$$

como

$$\text{sen} \alpha + \text{sen} \beta = 2 \text{sen} \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$E = 2E_0 \cos \frac{\delta}{2} \text{sen}(\omega t + \frac{\delta}{2})$$

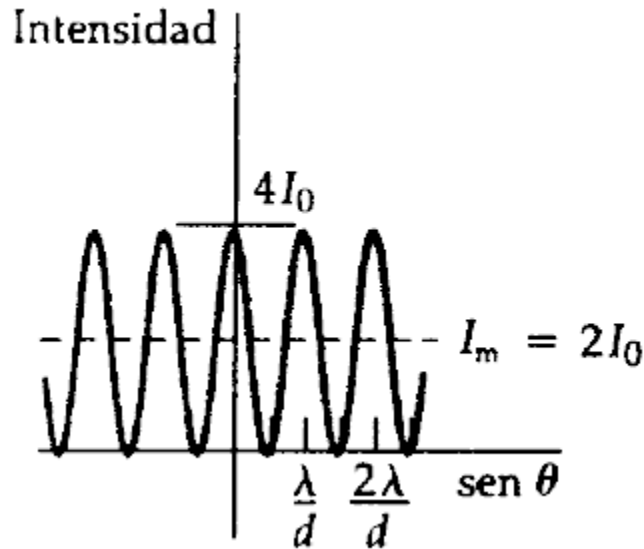
Interferencia constructiva $\delta = 0, 2\pi, \dots, 2m\pi$

Interferencia destructiva $\delta = \pi, 3\pi, \dots, (2m + 1)\pi$

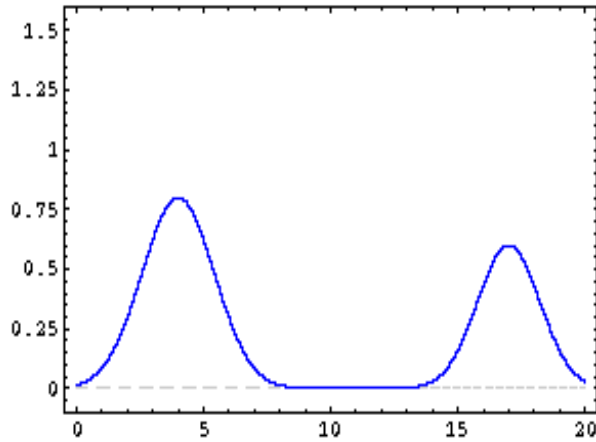
Intensidad

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

Interferencia constructiva	$\delta = 0, 2\pi, \dots, 2m\pi$	Intensidad máxima
Interferencia destructiva	$\delta = \pi, 3\pi, \dots, (2m+1)\pi$	Intensidad nula (sombra)



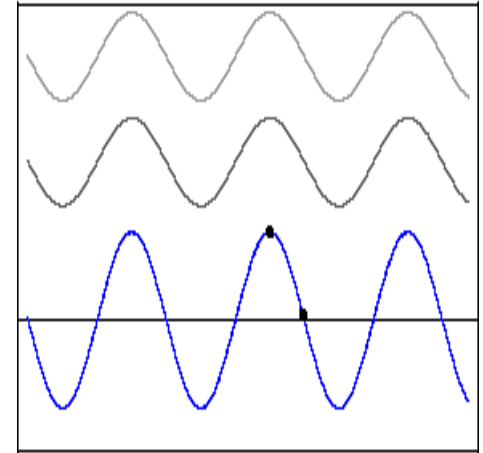
Interferencia Constructiva



$$\cos\left(\frac{\delta}{2}\right) = \pm 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta}{2} = m\pi$$

$$\delta = 0, 2\pi, \dots, (2m)\pi$$

Interferencia Destructiva

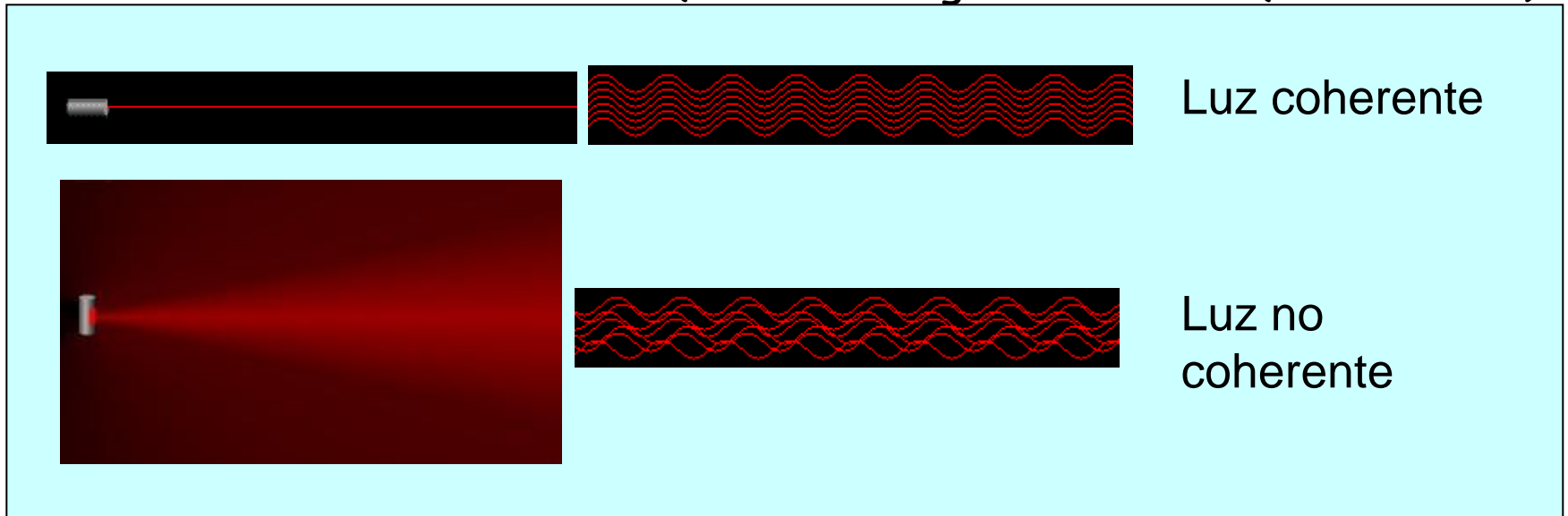


$$\cos\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta}{2} = (2m+1)\pi$$

$$\delta = \pi, 3\pi, \dots, (2m+1)\pi$$

Para producir interferencia

- Las fuentes de onda deben ser coherentes (producir ondas con diferencia de fase constante).
- Deben ser monocromáticas (una sola longitud de onda (frecuencia)).

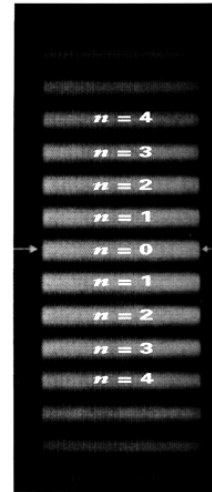
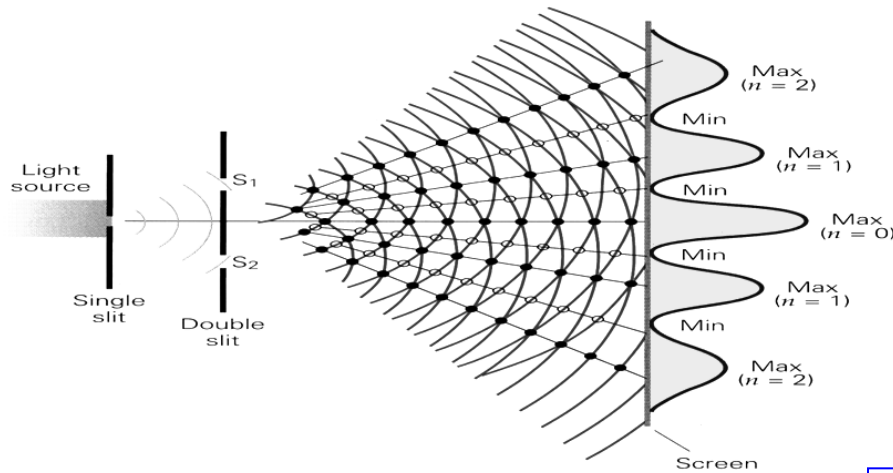


Dos fuentes monocromáticas se dicen coherentes cuando emiten luz con la misma frecuencia y longitud de onda. Deben tener una relación de fase definida y constante.

LASER

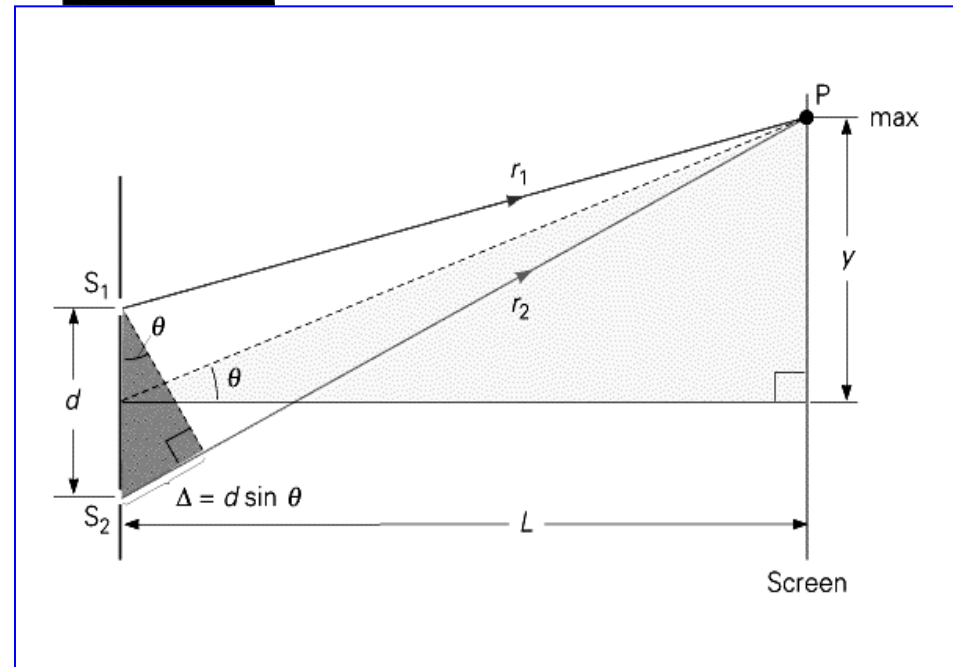
Interferencia de la Luz

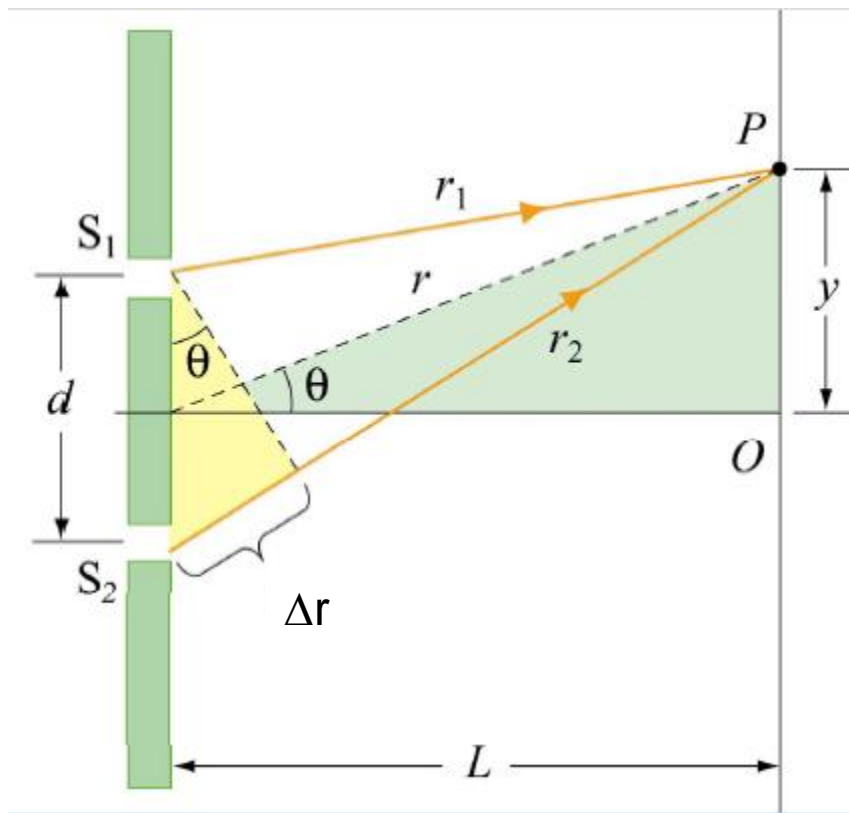
1800 Thomas Young, experimento de interferencia, dedujo que la luz es un fenómeno ondulatorio. Observó la imagen que producía la luz al pasar primero a través de una rendija y luego a través de otras dos rendijas muy cercanas entre sí, una paralela a la otra.



- La diferencia de caminos ópticos entre los rayos procedentes de las dos fuentes causa un desfase

$$\Delta r = d \text{ sen } \theta$$





DIFERENCIA DE CAMINOS

$$\Delta r = d \operatorname{sen} \theta$$

DIFERENCIA DE FASE (EN P)

$$\delta = k\Delta r = \frac{2\pi}{\lambda} d \operatorname{sen} \theta$$

$$\delta = 2m\pi$$

$$d \operatorname{sen} (\theta) = m\lambda$$

Interferencia
constructiva

$$\delta = (2m + 1)\pi$$

$$d \operatorname{sen} (\theta) = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

Interferencia
destruictiva

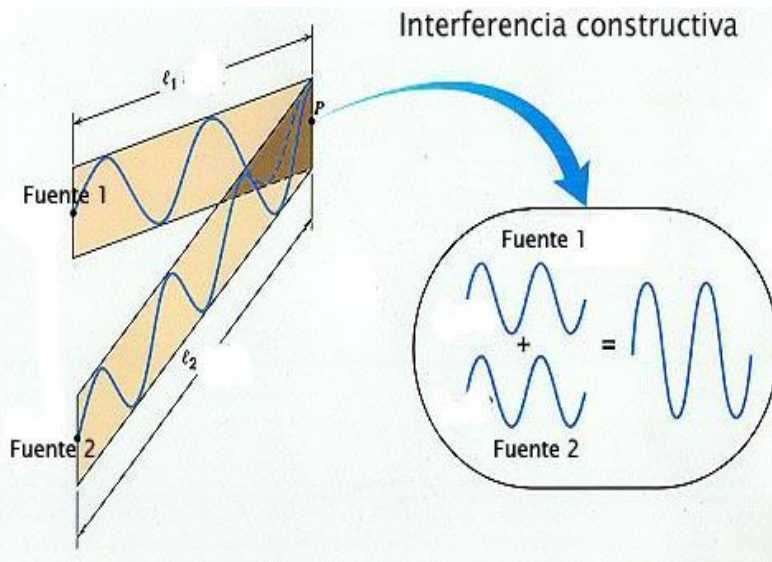
Interferencias de dos fuentes

- Constructivas

$$\cos \delta = 1 \Rightarrow E_0 = E_{01} + E_{02}$$

$$\delta = 2m\pi \Rightarrow \Delta r = m\lambda$$

- Se refuerza el movimiento ondulatorio

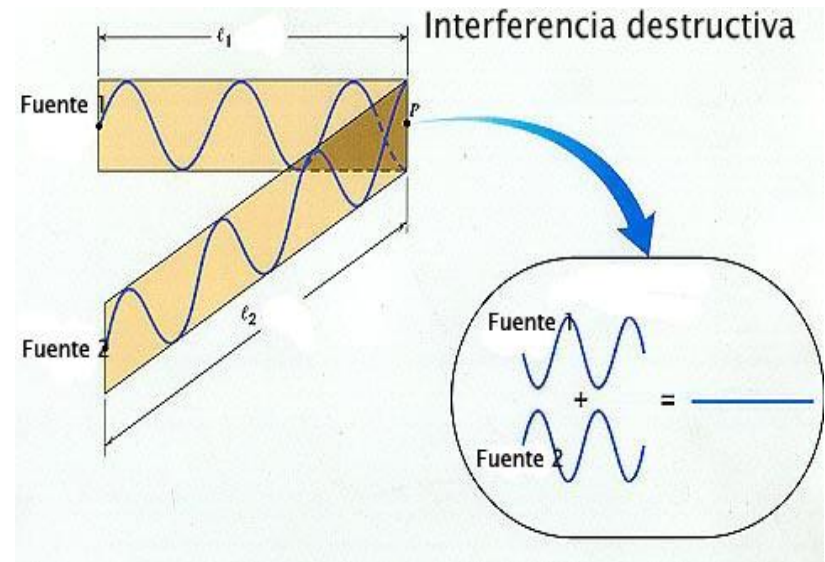


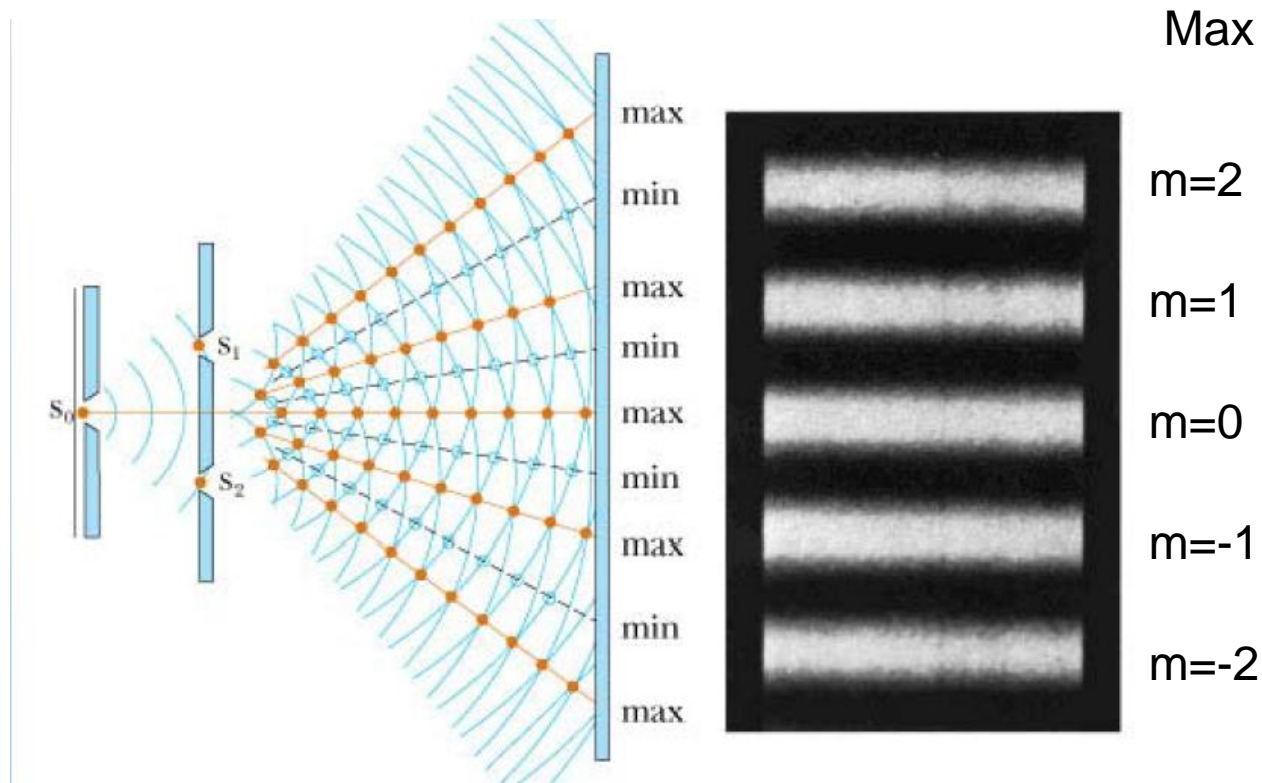
- Destructivas

$$\cos \delta = -1 \Rightarrow E_0 = E_{01} - E_{02}$$

$$\delta = (2m+1)\pi \Rightarrow \Delta r = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

- Se atenúa el movimiento ondulatorio





- Patrones de interferencia en la pantalla (para pequeños ángulos)

- Máximos
$$y_m = m \frac{L}{d} \lambda$$

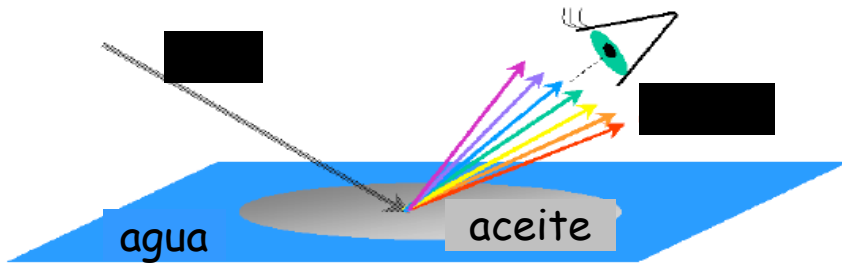
$$\Delta y = \frac{\lambda L}{d}$$

- Mínimos
$$y_m = (2m + 1) \frac{L}{d} \frac{\lambda}{2}$$

INTERFERENCIA EN LÁMINAS DELGADAS

- Pompas de jabón
- Manchas de aceite, etc.

¿Dónde tiene origen esta interferencia?



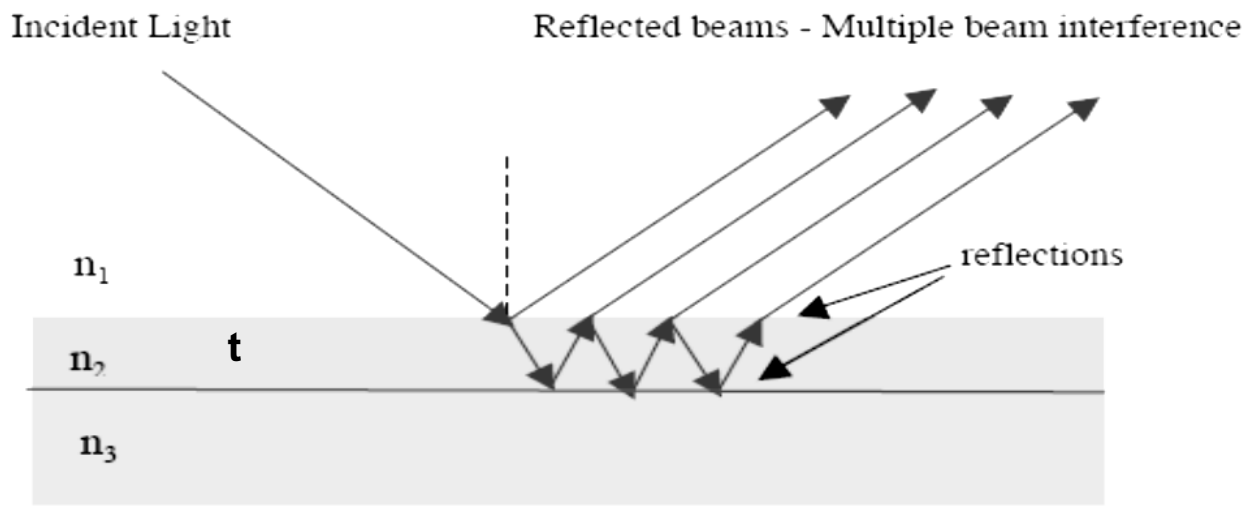
Cambio de medio,
Reflexión y
Transmisión + reflexión

Reflexión: * cambio de fase

Transmisión + reflexión: * cambio de fase?
* diferencia en el recorrido de la luz



INTERFERENCIA EN LÁMINAS DELGADAS



1^{ra} Reflexión, $\delta=180^\circ$
 ($n_1 < n_2$)
 2^{da} Reflexión $\delta=0^\circ$
 ($n_2 > n_3$)

long. de onda en un medio de índice n

$$\lambda_n = \lambda_0 / n$$

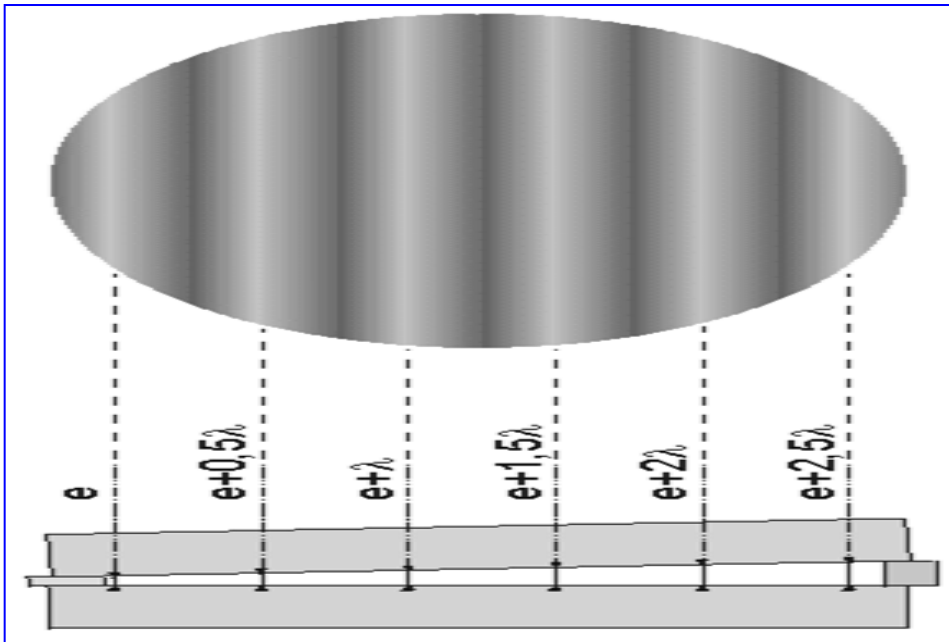
$$2t \begin{cases} (2m+1)\lambda_n / 2 & \text{Constructiva} \\ (m)\lambda_n & \text{Destructiva} \end{cases}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2,$$

INTERFERENCIA EN PELÍCULAS DELGADAS

CUÑAS DE AIRE

- Interferencias en cuñas de anchura h y longitud L : reflexión en una lámina de aire.
- Se producen franjas brillantes y oscuras



► Posiciones de las franjas brillantes

$$x = (2m + 1) \frac{\lambda}{4} \frac{L}{h}$$

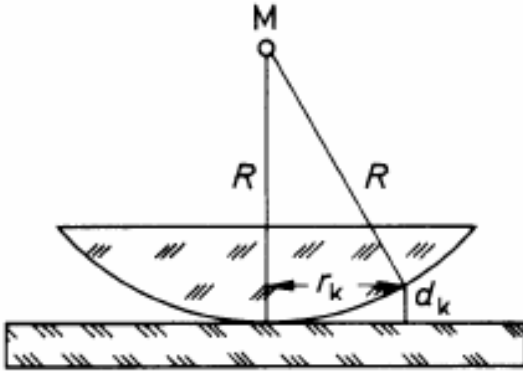
► Posiciones franjas oscuras

$$x = m \frac{\lambda}{2} \frac{L}{h}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2,$$

INTERFERENCIA EN PELÍCULAS DELGADAS

ANILLOS DE NEWTON



$$R^2 = (R - d_k)^2 + r_k^2$$

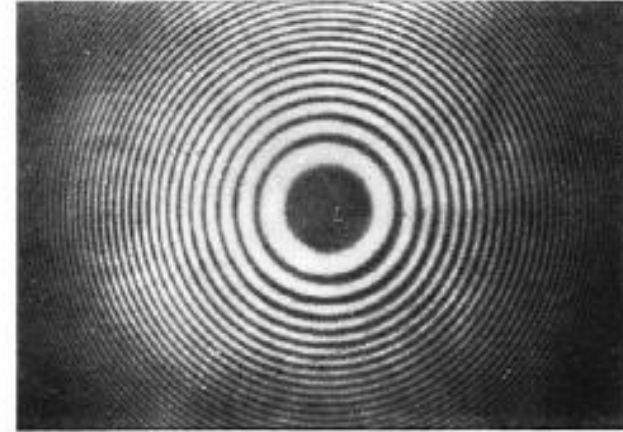
despejando

$$d_k = r_k^2 / (2R - d_k) \approx \frac{r_k^2}{R}$$

$$d_k = r_k^2 / (2R - d_k) \approx \frac{r_k^2}{R}$$

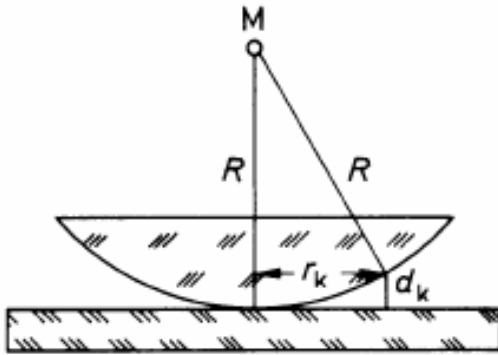
$$\lambda_n = \lambda_0 / n$$

reflexión



d_k = diferencia de camino óptico

ANILLOS DE NEWTON



Reflexión

$$2d_k \begin{cases} (2k+1)\lambda_n/2 \text{ Constructiva} \\ (k)\lambda_n \text{ Destructiva} \end{cases}$$

$$r_k^2 \begin{cases} (2k+1)\lambda_0 R/(2n) \text{ Constructiva} \\ (k)R\lambda_0/(n) \text{ Destructiva} \end{cases}$$

Transmisión

$$\begin{cases} \text{destructiva} \\ \text{constructiva} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{destructiva} \\ \text{constructiva} \end{cases}$$

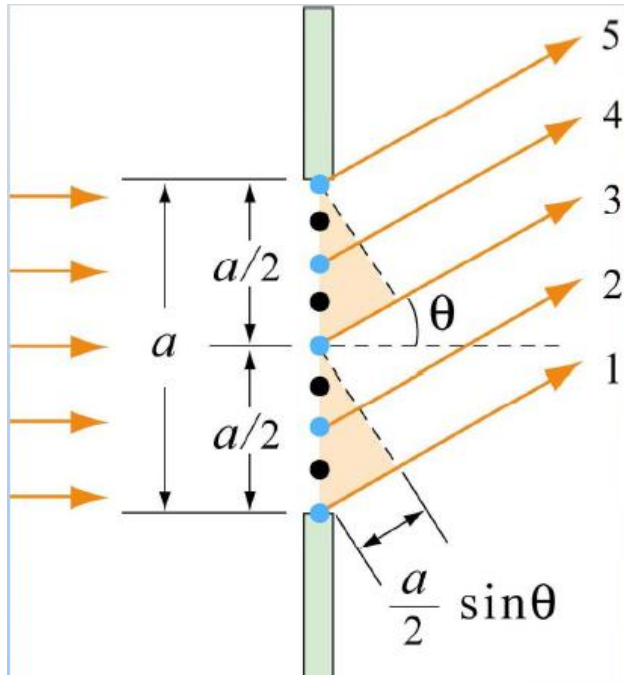
DIFRACCIÓN

La luz se desvía en vez de seguir en línea recta después que pasa por obstáculo.

Es apreciable cuando la dimensión de los obstáculos es menor o igual que la longitud de onda de la luz.

Es un fenómeno similar a la interferencia pero para fuentes continuas.

Difracción debido a una rendija simple



- 1) Dividimos la fuente en N sectores de ancho a/N
- 2) Calculamos la interferencia de las N fuentes desfasadas δ entre ellas ($N\delta = \theta'$)

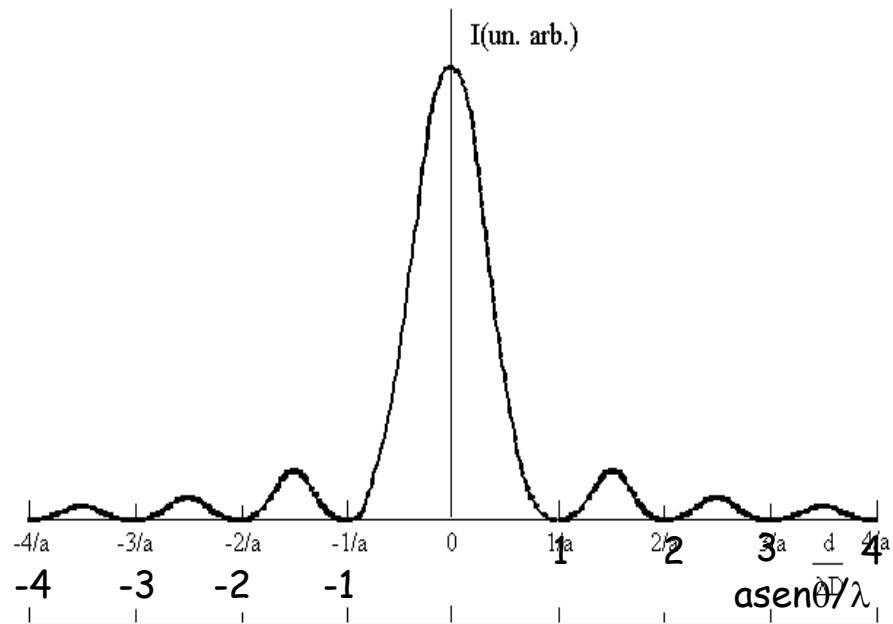
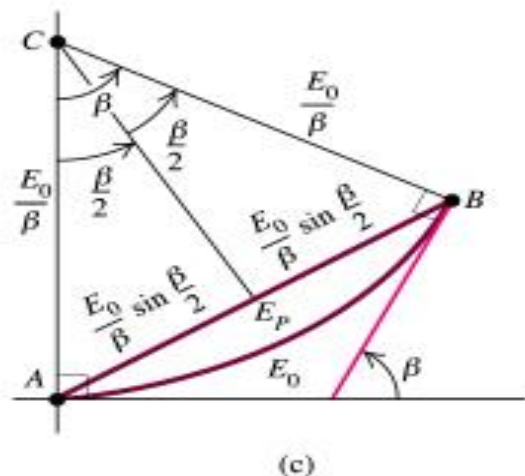
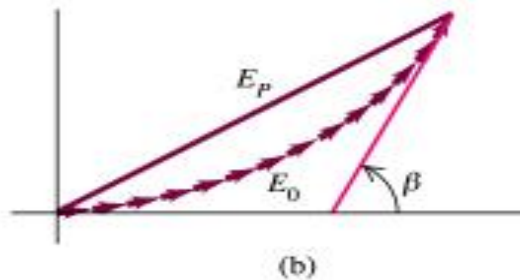
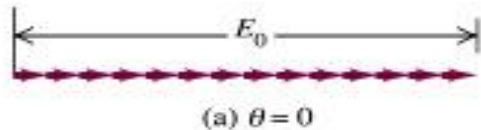
Encontramos:

$$E = E_0 \left[\frac{\text{sen} \left(\frac{\pi a \text{sen} \theta}{\lambda} \right)}{\frac{\pi a \text{sen} \theta}{\lambda}} \right]$$

$$I = I_0 \left[\frac{\text{sen}(\pi a \text{sen} \theta / \lambda)}{\pi a \text{sen} \theta / \lambda} \right]^2$$

Ranura: Incidencia normal

Usando el método fasorial



$$I = I_0 \left[\frac{\text{sen}(\pi a \text{ sen } \theta / \lambda)}{\pi a \text{ sen } \theta / \lambda} \right]^2$$

Ancho del lóbulo central: $\theta = \lambda/a$

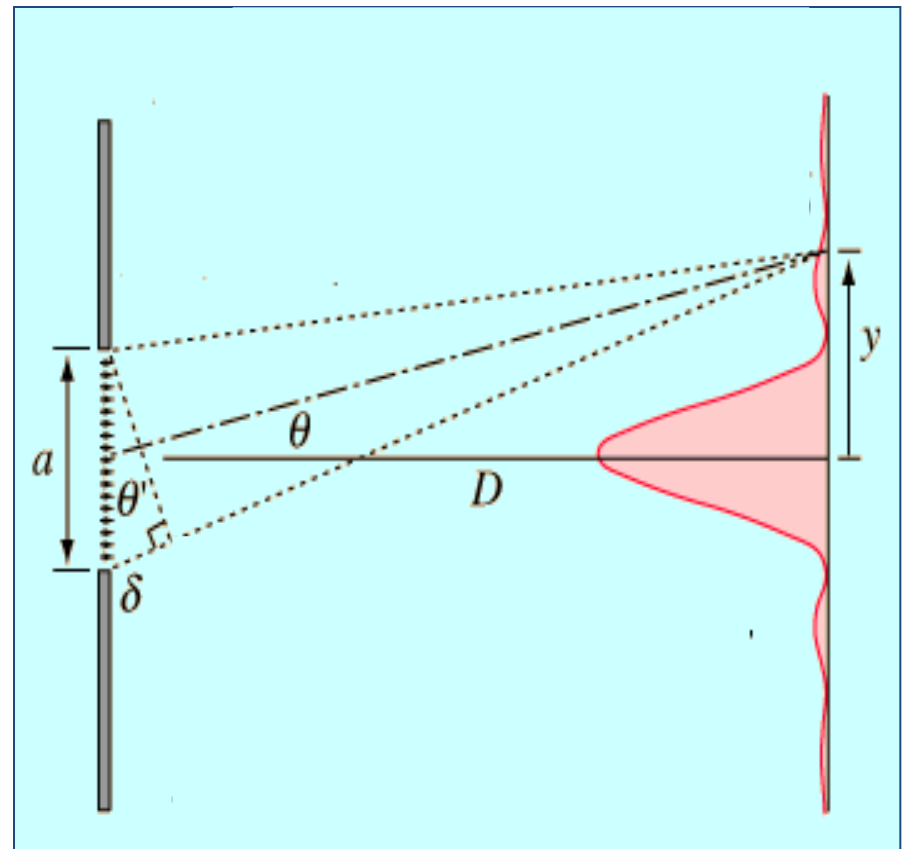
mínimos:
 $a \operatorname{sen}\theta = m\lambda, m \neq 0$

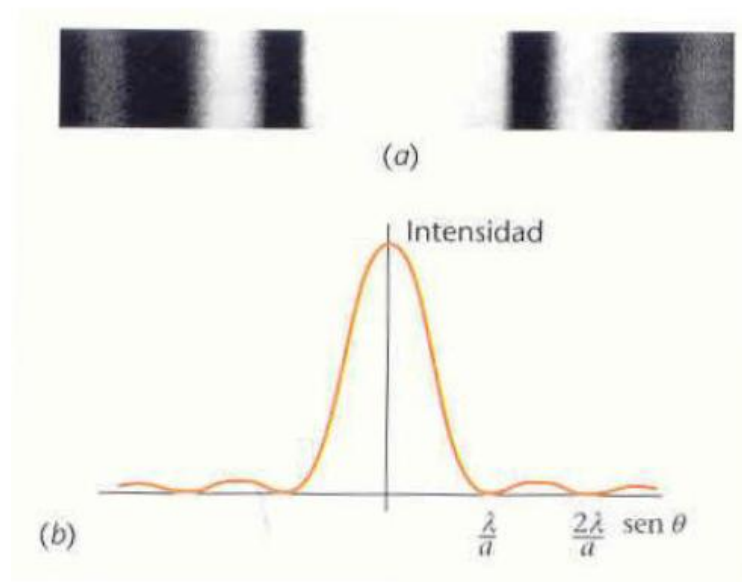
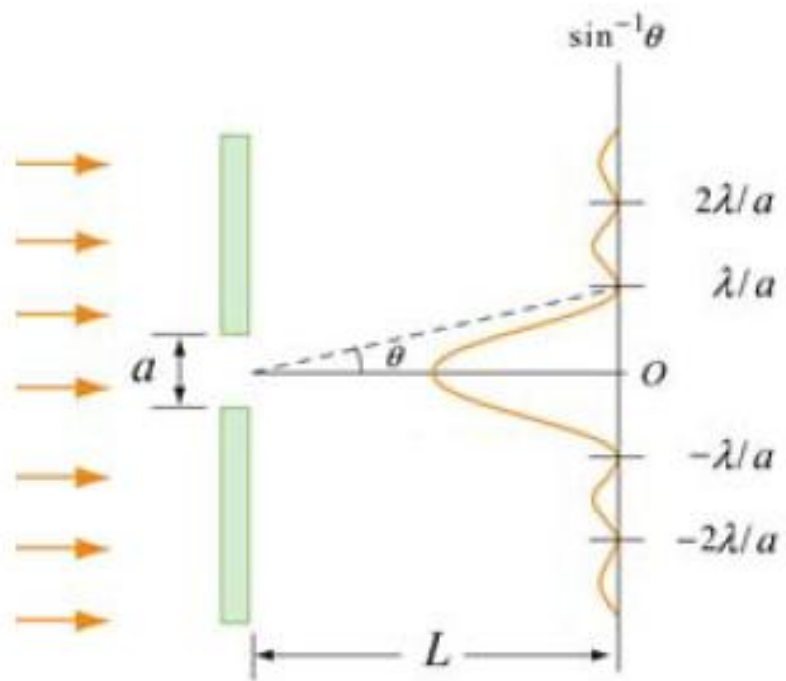
máximos:
 $a \operatorname{sen}\theta = (2m+1)\lambda/2, m=0, 1$

**Posición de los mínimos
sobre la pantalla:**

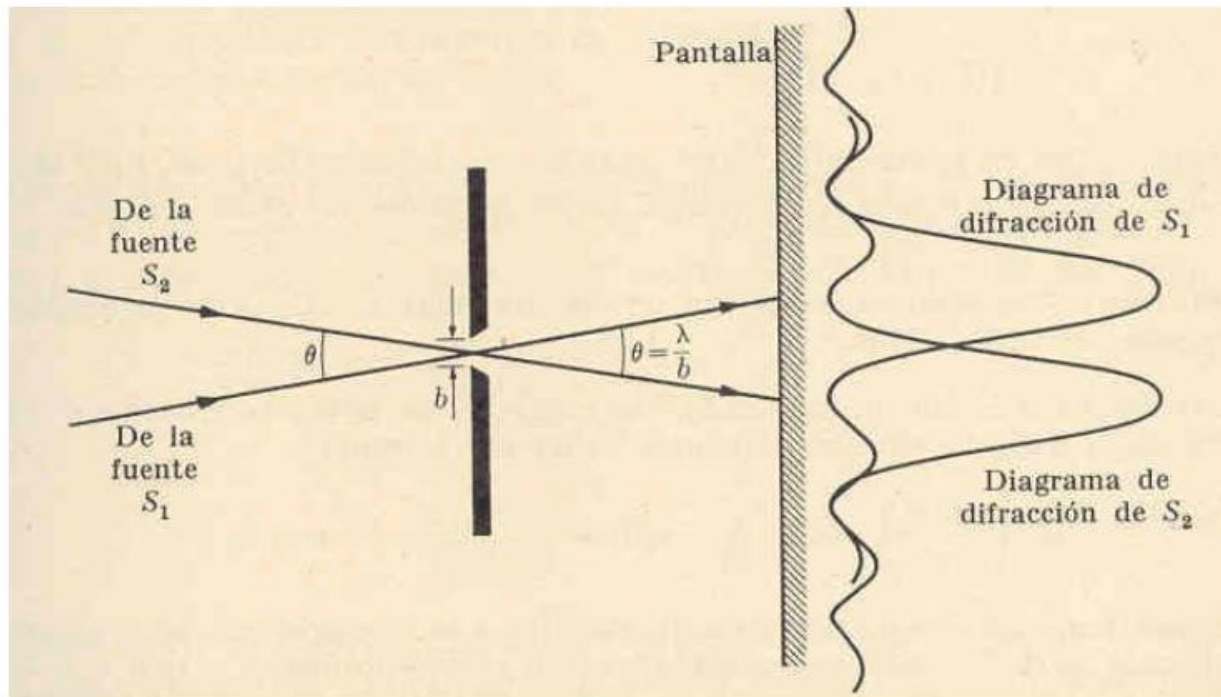
$$y_k = \frac{k\lambda D}{a}$$

$$I = I_0 \left[\frac{\operatorname{sen}(\pi a \operatorname{sen}\theta / \lambda)}{\pi a \operatorname{sen}\theta / \lambda} \right]^2$$

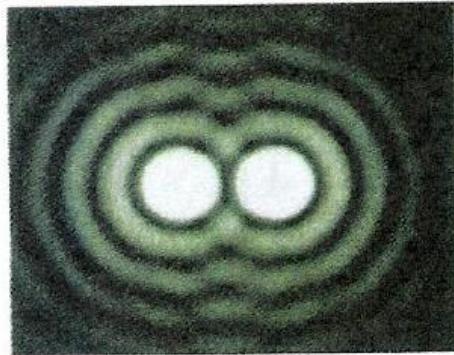
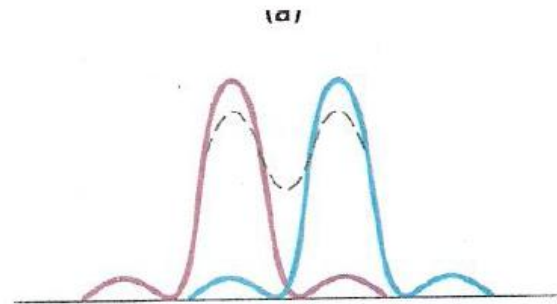
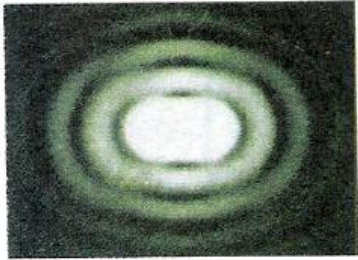
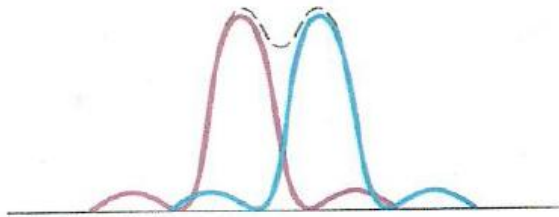




Poder de resolución de una rendija rectangular según el criterio de Rayleigh; dos objetos con una separación angular q son distinguibles a partir de que el primer cero del diagrama de difracción de uno caiga sobre el máximo central del otro.



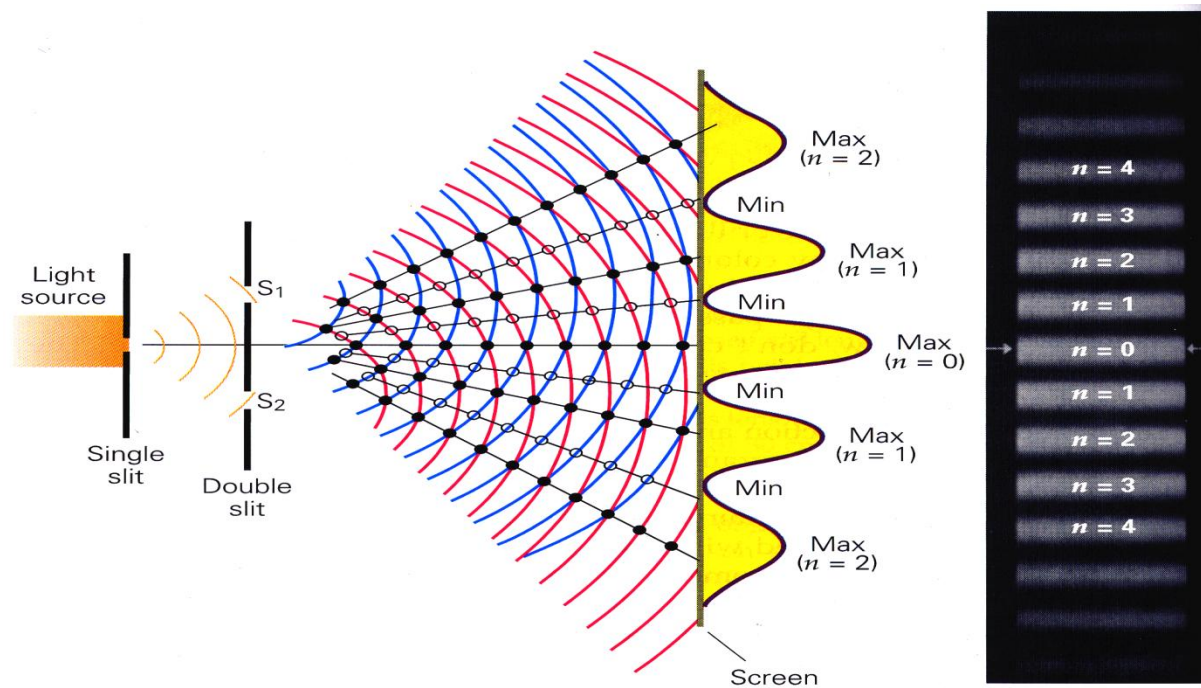
$$\theta \approx \text{sen } \theta = 1.22 \frac{\lambda}{b} \quad \text{Para una abertura circular de radio } R \quad \theta \approx \text{sen } \theta = 1.22 \frac{\lambda}{2R} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$



(b)

Interferencia + Difracción

(dos rendijas de ancho a separadas una distancia d)

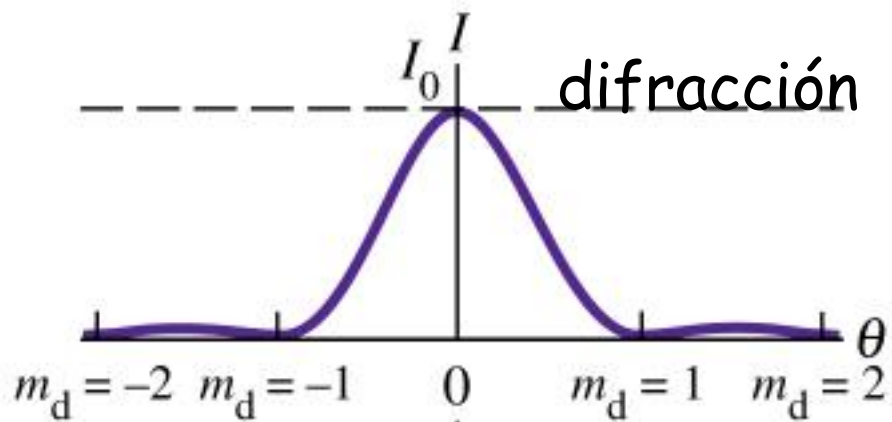


$$I = I_0 \left[\frac{\text{sen}(\pi a \text{sen}\theta / \lambda)}{\pi a \text{sen}\theta / \lambda} \right]^2 \cos^2 \left[\frac{\pi d \text{sen}\theta}{\lambda} \right]$$

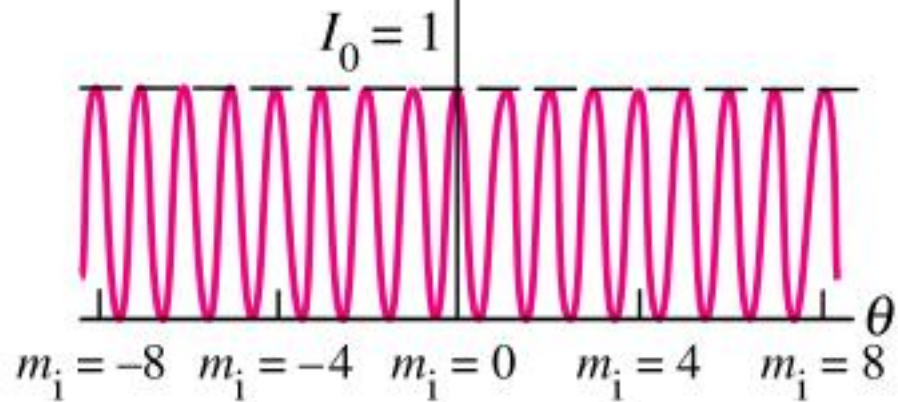
donde

a = ancho de la rendija

d = separación entre rendijas

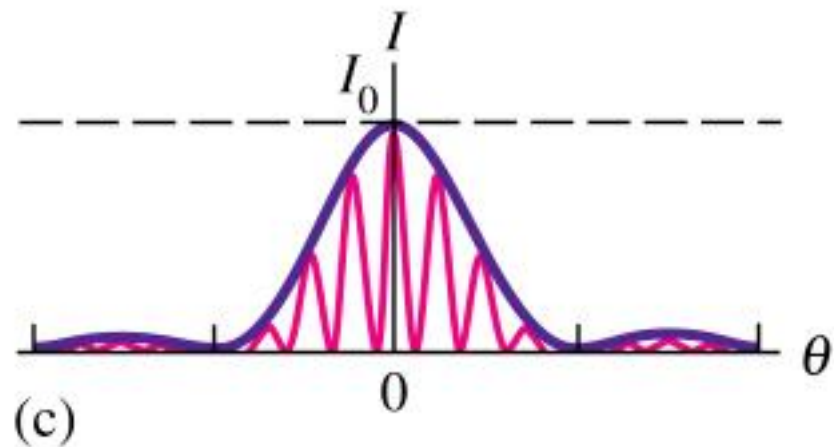


(a)



(b)

interferencia



(c)

dif + int

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right)$$

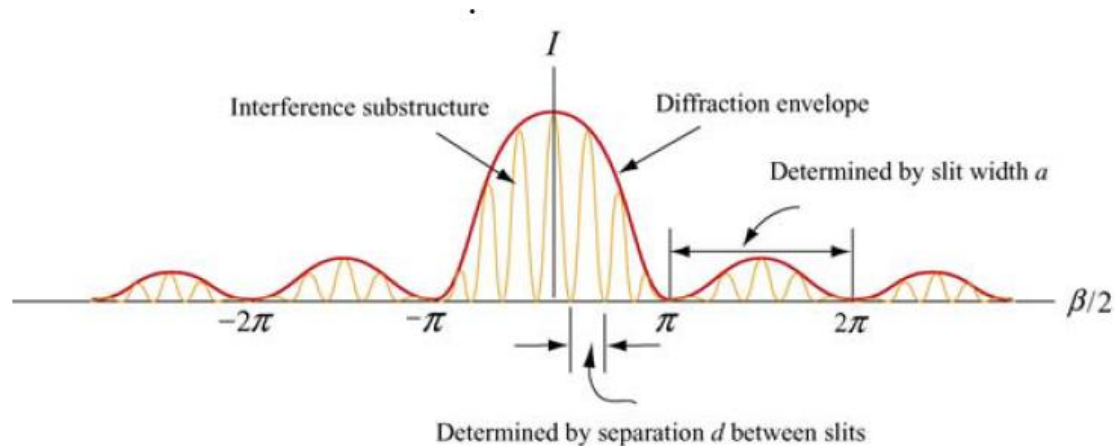
Interferencia

$$I = I_0 \left[\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 = I_0 \left[\frac{\sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right]^2$$

Difracción

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \right) \left[\frac{\sin(\pi a \sin \theta / \lambda)}{\pi a \sin \theta / \lambda} \right]^2$$

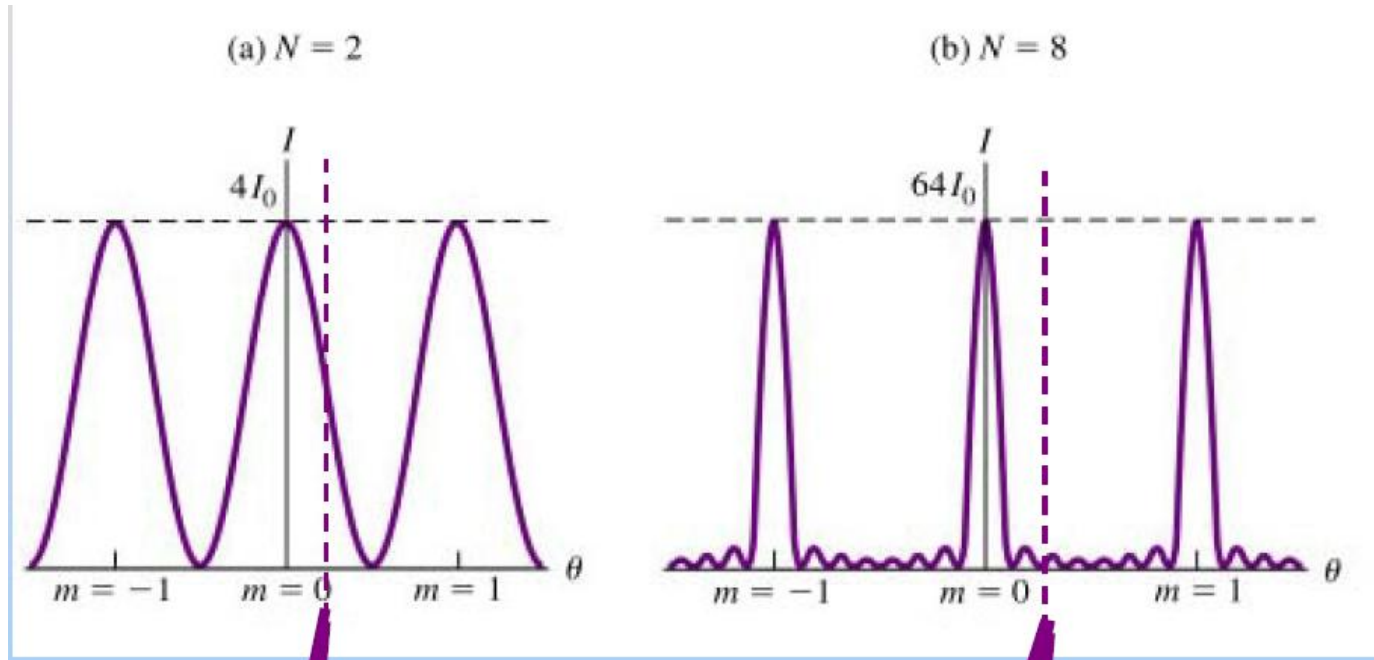
Interferencia + difracción



N rendijas

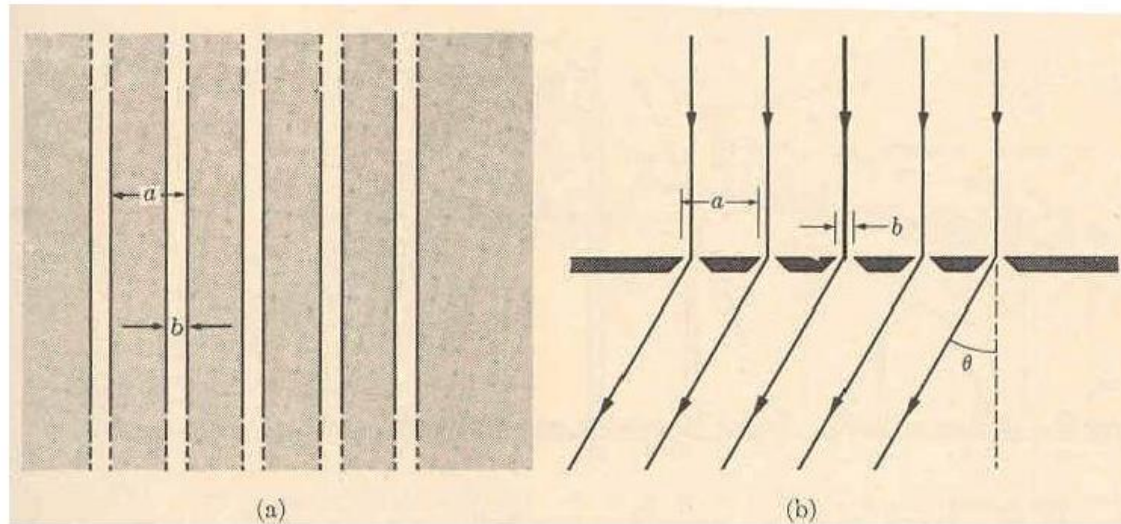
$$I = \frac{I_0 \text{sen}(N\alpha)}{\text{sen}(\alpha)}$$

$$\alpha = \frac{\pi d \text{sen}(\theta)}{\lambda}$$



$$\text{máx} \quad \frac{\text{sen}N\alpha}{\text{sen}\alpha} = \pm N, \quad \alpha = m\pi \quad \text{sen}\theta = \frac{m\lambda}{d}$$

Redes de difracción



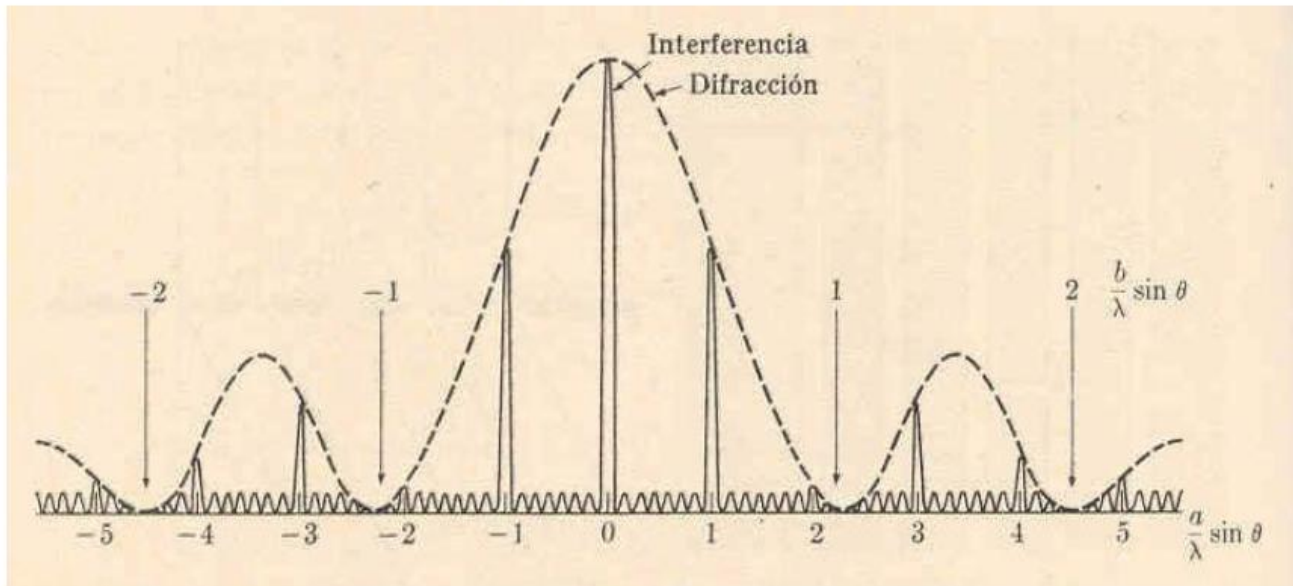
N rendijas de ancho **b** separadas una distancia **a**

$$I = I_0 \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{\pi b \text{sen}\theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi b \text{sen}\theta}{\lambda}} \right]^2 \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{N\pi a \text{sen}\theta}{\lambda}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi a \text{sen}\theta}{\lambda}\right)} \right]^2$$

Si N es muy grande, el diagrama consistirá en una serie de franjas brillantes angostas correspondientes a los máximos principales del diagrama de interferencia dados por

$$\text{sen } \theta = \frac{m\lambda}{a} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{Poder de resolución} \quad R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$$

Diagrama correspondiente a 8 rendijas



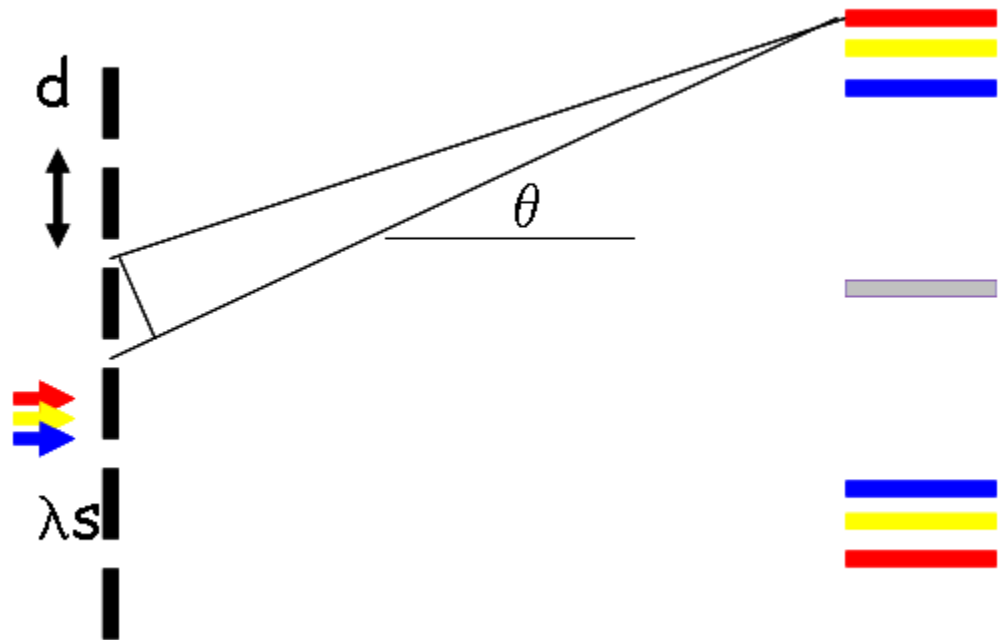
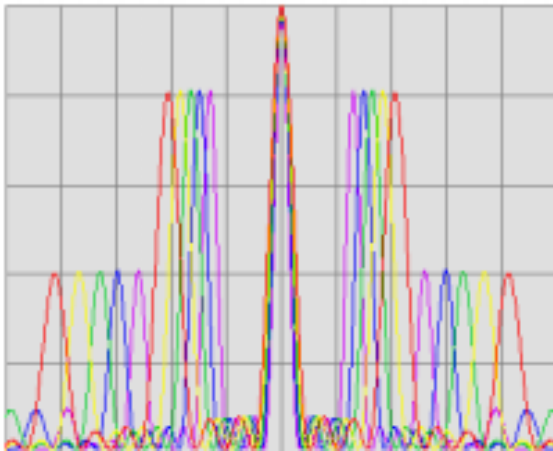
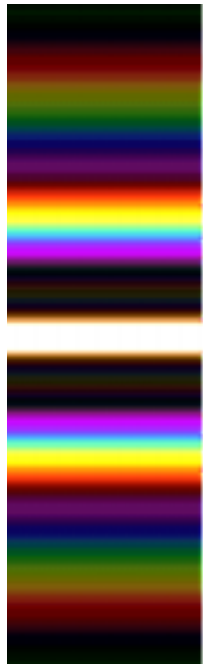
Red de Difracción

$$\text{máx } \frac{\text{sen}N\alpha}{\text{sen}\alpha} = \pm N, \alpha = m\pi \quad \text{sen}\theta = \frac{m\lambda}{d}$$

Si incide luz blanca, máximos diferentes para distintos valores de λ .

La red de difracción es la base de los monocromadores

El diagrama consistirá en una serie de franjas brillantes, correspondientes a los máximos principales de la interferencia de N fuentes dada por $a \text{sen}\theta / \lambda = m$ con $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$



$$\lambda_{\text{rojo}} > \lambda_{\text{violeta}}$$

$$\theta_{\text{rojo}} > \theta_{\text{violeta}}$$

$$\lambda_1 > \lambda_2, \theta_1 > \theta_2$$