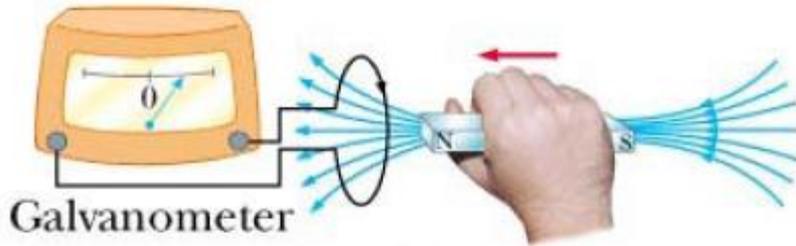


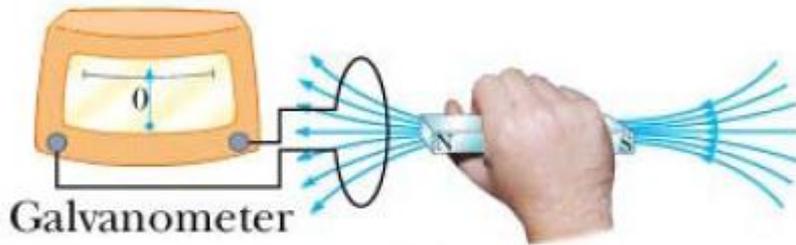
Física II- Curso de Verano

Clase 4

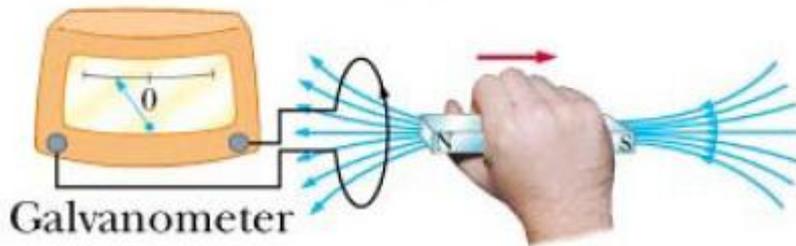
LEY DE FARADAY (inducción electromagnética)



(a)



(b)

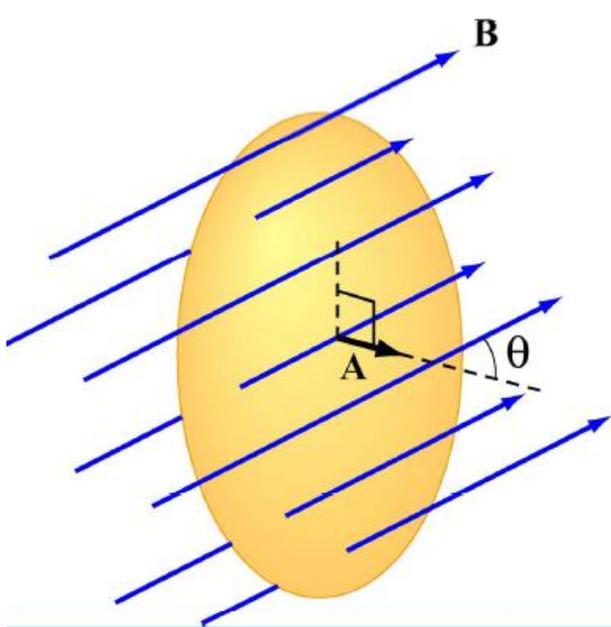


(c)

Se induce una corriente en la espira cuando el campo magnético cambia.

Un flujo de campo magnético (Φ_B) cambiante induce una fuerza electromotriz (FEM ε).

Φ_B ??? Análogo al flujo de campo eléctrico



Si \mathbf{B} es uniforme en toda la superficie

$$\Phi_B = \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{A}} = BA \cos \theta$$

Si \mathbf{B} no es uniforme:

$$\Phi_B = \iint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

Unidad Φ_B

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Weber

FEM (\mathcal{E}) ??

En similar a la que se obtiene con una fuente de tensión, genera una corriente eléctrica

$$\mathcal{E} = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

Un flujo magnético variable en el tiempo induce una fuerza electromotriz. La fem inducida es proporcional al valor negativo del cambio del flujo magnético.

Este campo **NO ES CONSERVATIVO**

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

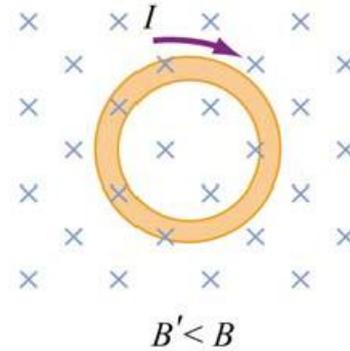
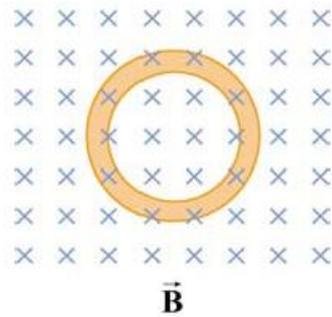
Circulación de campo eléctrico en un **camino cerrado**

$$\Phi_B = \iint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

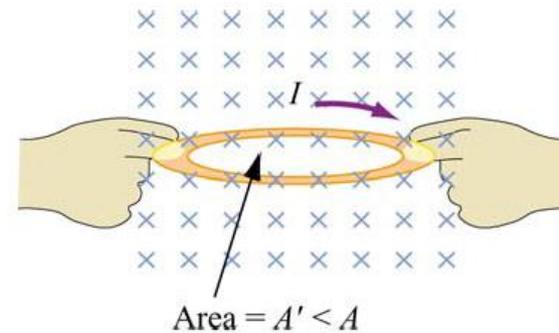
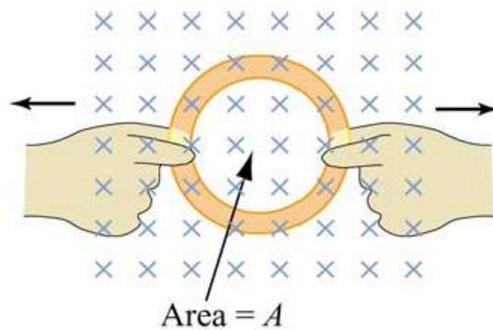
Flujo de campo magnético a través de la superficie delimitada por el **camino cerrado**

La fem puede inducirse por:

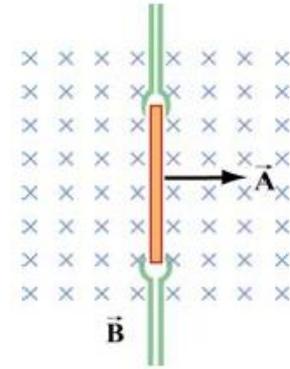
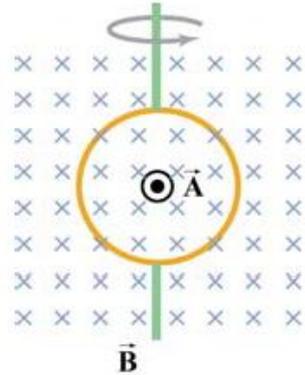
i) Cambio en la magnitud del campo magnético:



ii) Cambio en la magnitud del área:

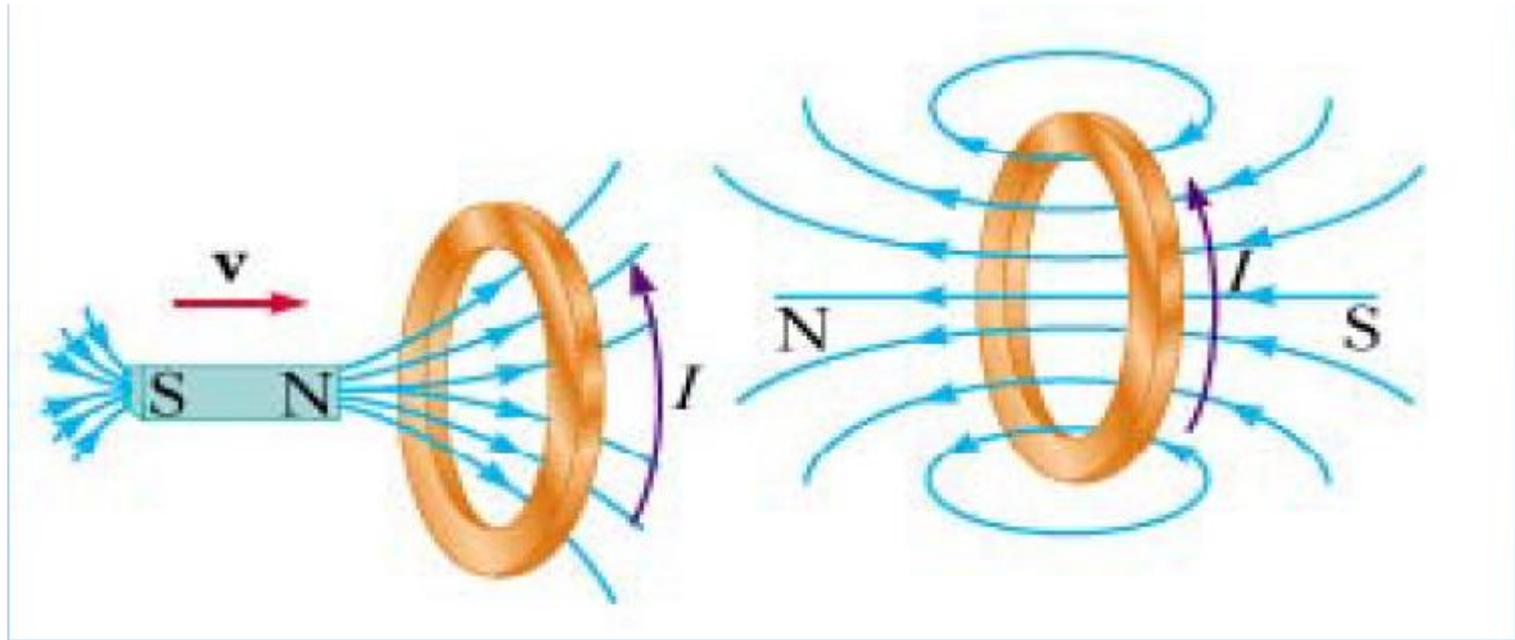


iii) Cambio en el ángulo entre el campo y el vector que representa al área:



El aporte de Lenz:

La fuerza electromotriz inducida se opone al cambio del flujo magnético.



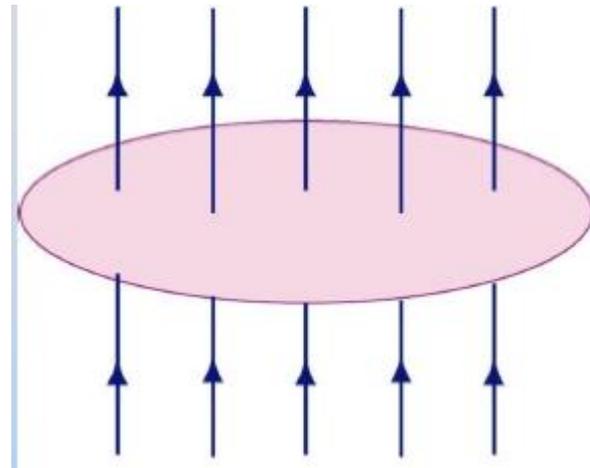
Ley de Faraday - Lenz

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

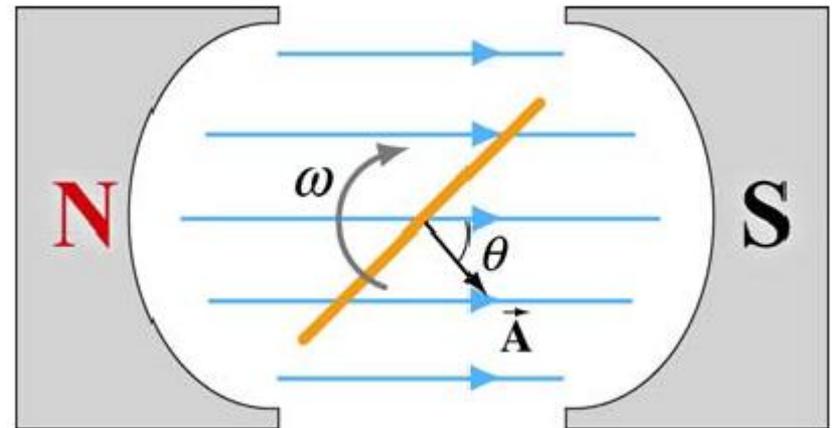
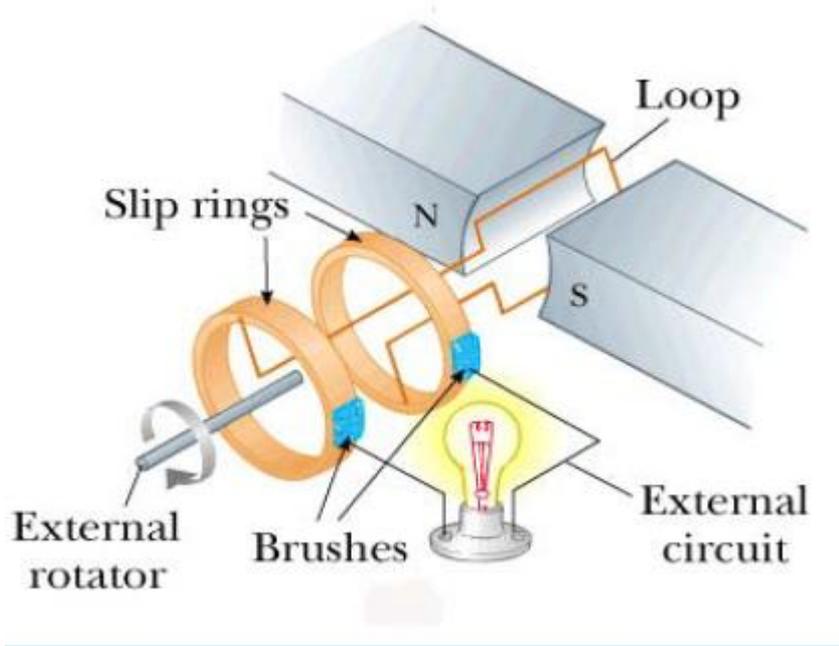
PC 1- El campo magnético que atraviesa una espira conductora apunta hacia arriba y su magnitud está aumentando con el tiempo. La corriente inducida en la espira tiene sentido:

1) Horario

2) Antihorario



Aplicación: Generadores

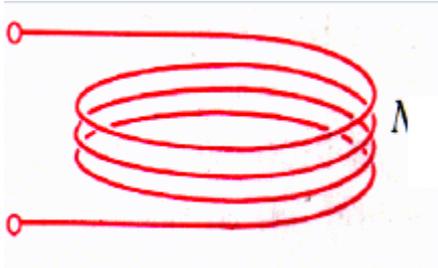


$$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA \cos \theta = BA \cos \omega t$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = -BA\omega \sin \omega t$$

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{NBA\omega}{R} \sin \omega t$$

AUTOINDUCTANCIA (L)



Si por un arrollamiento (bobina) circula una corriente I , se genera un campo magnético proporcional a I , por lo tanto el flujo de campo magnético será proporcional a I .

$$\Phi_B \equiv LI$$

Si la corriente varía con el tiempo, Φ_B varía en el tiempo y se generará una fem que se opone a ese cambio:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

L: autoinductancia

Cálculo de la autoinductancia para un solenoide (N vueltas, longitud L y radio R)

$$L = \frac{\Phi_{B,self}^{total}}{I}$$

Unit: Henry

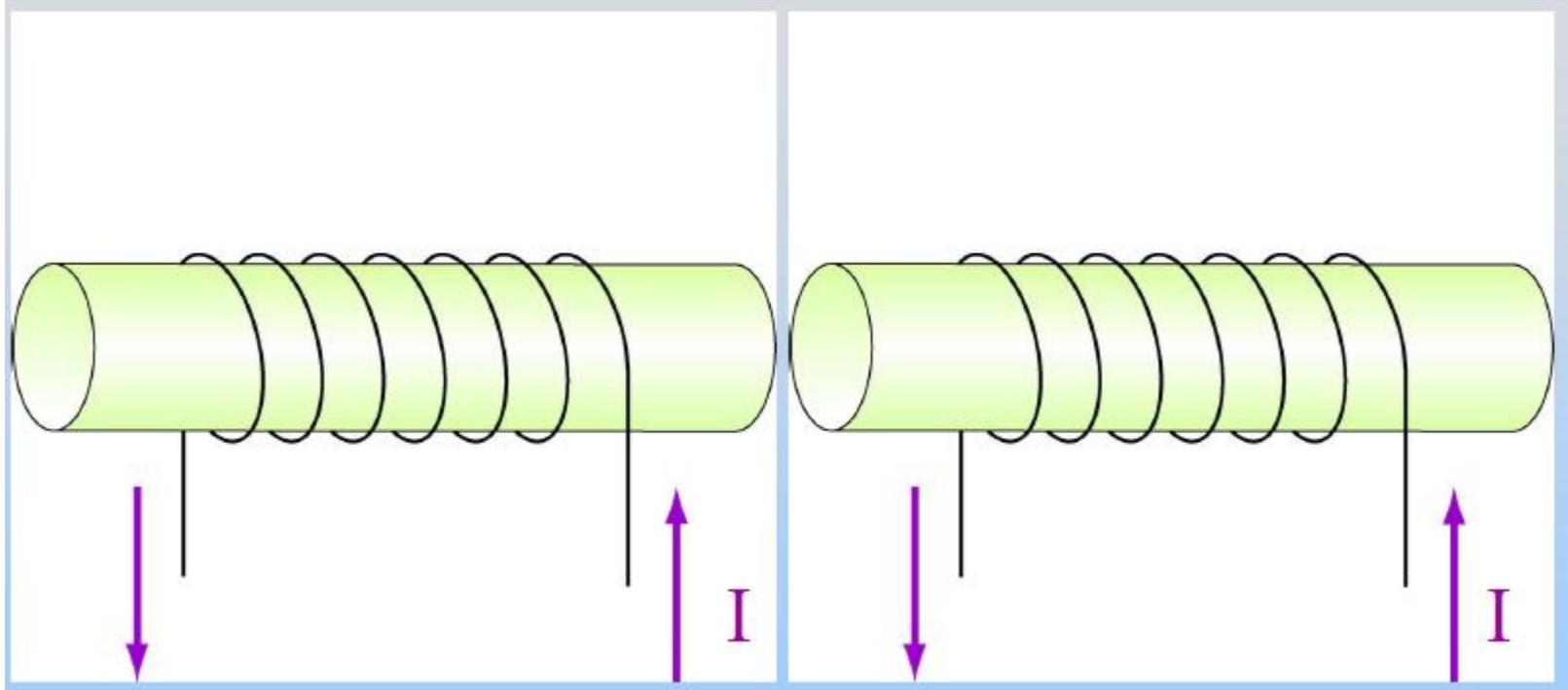
$$1 \text{ H} = 1 \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}}$$

$$B = \mu_0 n I$$

$$\Phi_{B,turn} = \iint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = BA = \mu_0 n I \pi R^2$$

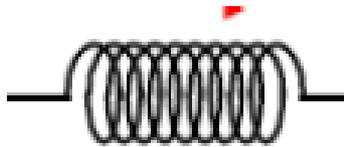
$$L = \frac{N \Phi_{B,turn}}{I} = N \mu_0 n \pi R^2 = \mu_0 n^2 \pi R^2 l$$

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$



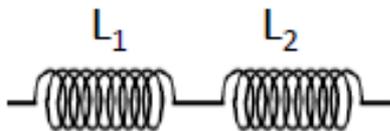
$$\frac{dI}{dt} > 0, \mathcal{E}_L < 0$$

$$\frac{dI}{dt} < 0, \mathcal{E}_L > 0$$



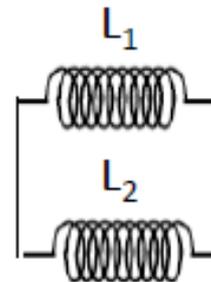
Símbolo que representa un inductor

Inductores conectados en serie



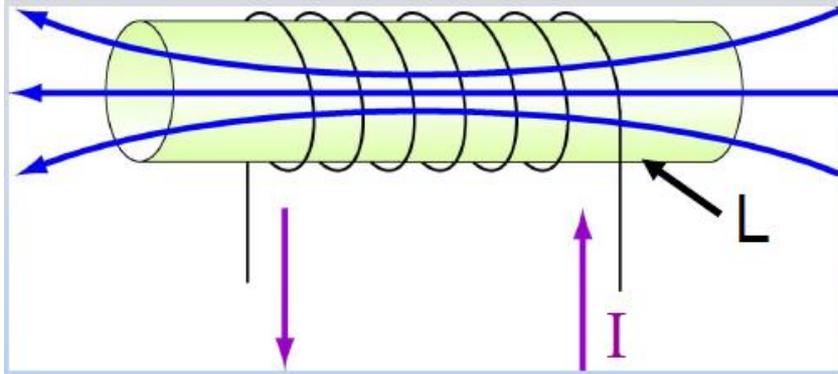
$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

Inductores conectados en paralelo



$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

Energía acumulada en un inductor



$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$dW = P dt = \mathcal{E} I dt = L \frac{dI}{dt} I dt = LI dI$$

$$W = \int dW = \int_{I=0}^I LI dI = \frac{1}{2} LI^2$$

$$U_L = \frac{1}{2} LI^2$$

Ejemplo: solenoide

$$B = \mu_0 n I$$

$$L = \mu_0 n^2 \pi R^2 l$$

$$U_B = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} (\mu_0 n^2 \pi R^2 l) I^2$$

$$U_B = \left(\frac{B^2}{2\mu_0} \right) \pi R^2 l$$

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Densidad de energía
magnética

Volumen del
solenoides

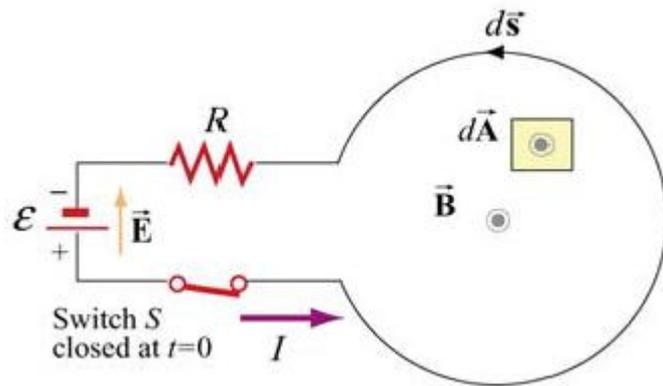
$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Densidad de energía
magnética

$$u_E = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

Densidad de energía
eléctrica

CIRCUITOS RL (transitorios)



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Si la corriente fuera constante:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\varepsilon + IR = 0$$

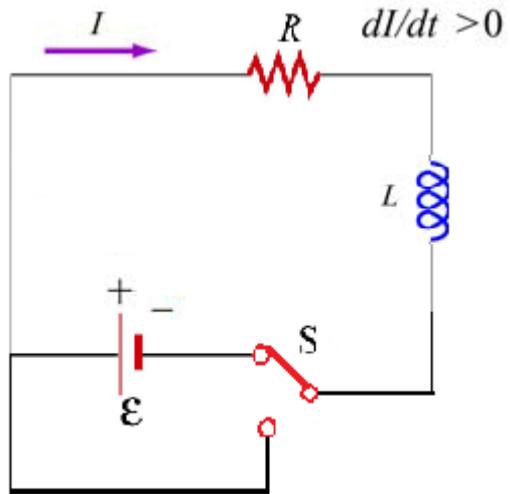
Ley de Kirchoff que conocíamos

Si la corriente varía con el tiempo: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\varepsilon + IR = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$

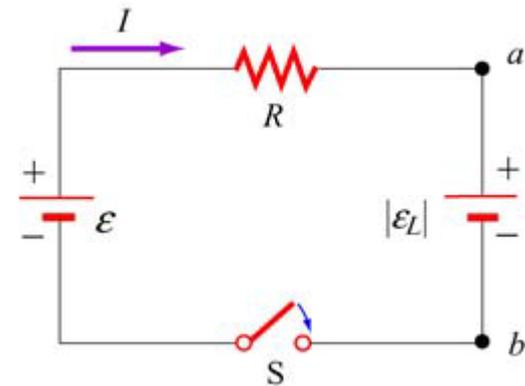
$$\Delta V = \varepsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

Ley de Kirchoff
modificada

Corriente creciente ($dI/dt > 0$)



En $t=0$ se cierra la llave

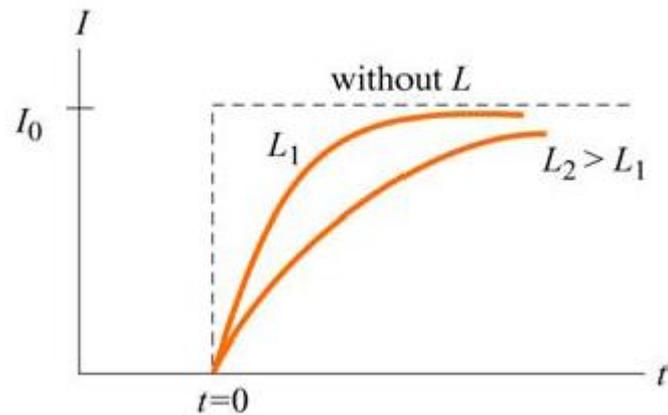
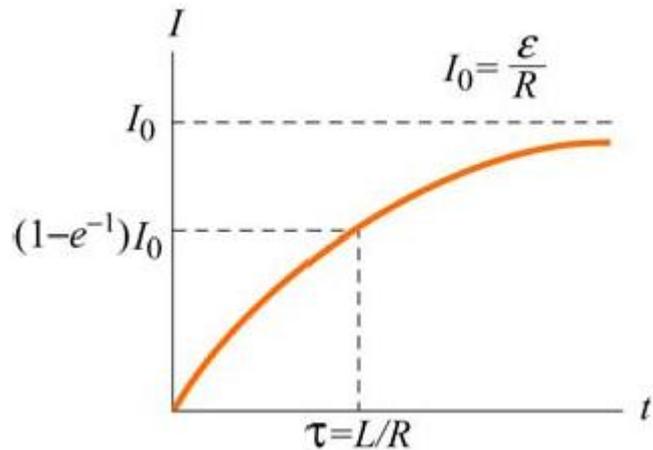


Circuito equivalente

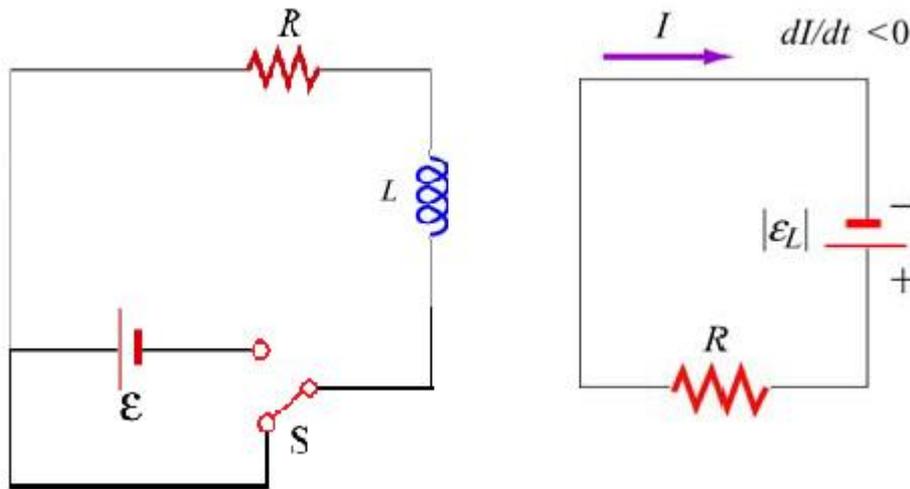
$$\varepsilon - IR - |\varepsilon_L| = \varepsilon - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{I - \varepsilon / R} = - \frac{dt}{L / R}$$

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad \tau = \frac{L}{R} \quad |\varepsilon_L| = \left| -L \frac{dI}{dt} \right| = \varepsilon e^{-t/\tau}$$



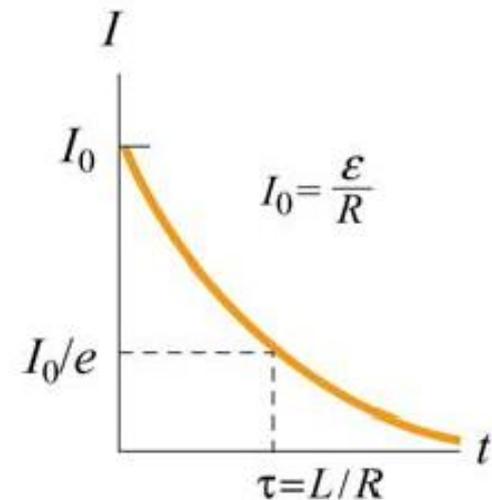
Corriente decreciente ($dI/dt < 0$)



$$|\mathcal{E}_L| - IR = -L \frac{dI}{dt} - IR = 0$$

$$\frac{dI}{I} = - \frac{dt}{L/R}$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau}$$



Circuitos RLC corriente alterna

DC Corriente Directa: corriente continua (baterías)

AC Corriente alterna: corriente oscilante (generada por un generador como el que vimos recién)

Fuente de tensión sinusoidal:

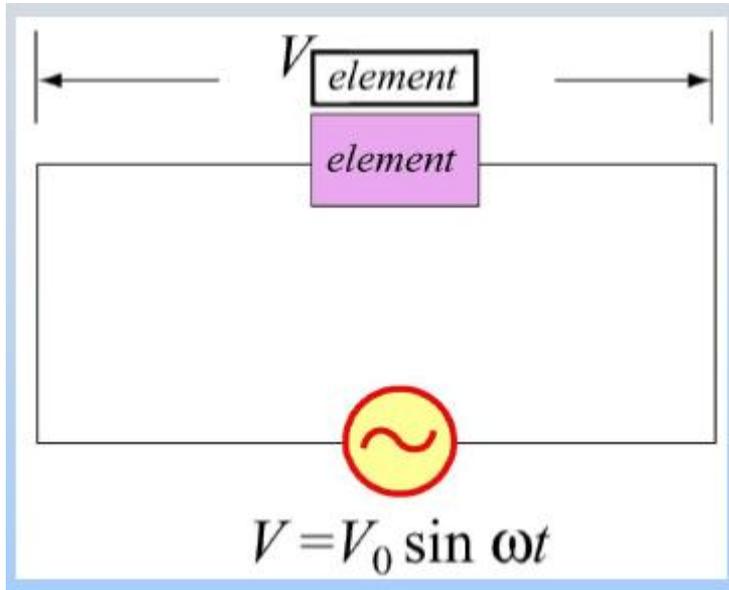


$$V(t) = V_0 \sin \omega t$$

$\omega = 2\pi f$ frecuencia angular

$V_0 =$ amplitud

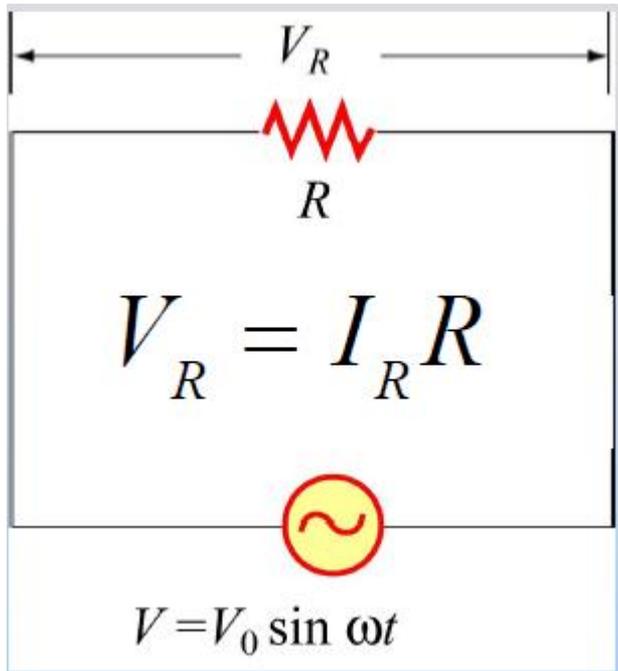
Circuito con un solo elemento



$$\begin{aligned} V_{\text{element}} &= V \\ &= V_0 \sin \omega t \\ I(t) &= I_0 \sin(\omega t + \phi) \end{aligned}$$

¿ Cuánto vale I_0 y cuánto vale ϕ ?

Si el elemento es **un resistor o resistencia...**

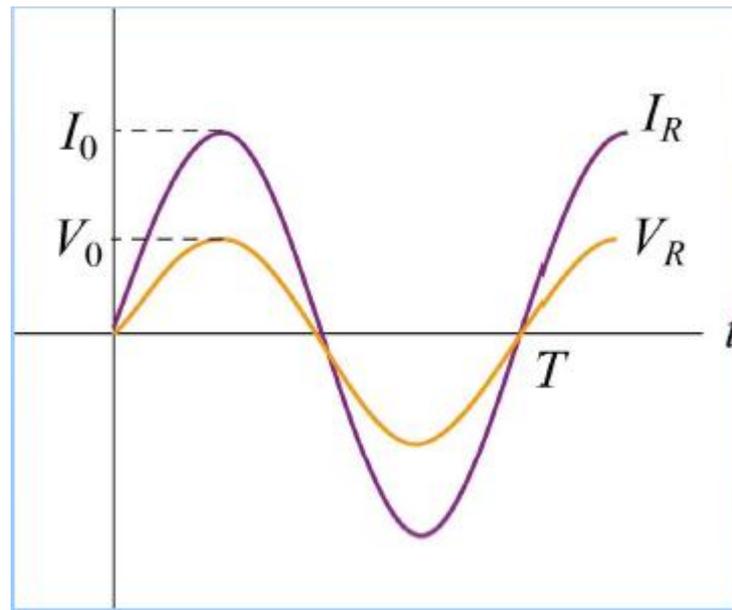


$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_0}{R} \sin \omega t$$

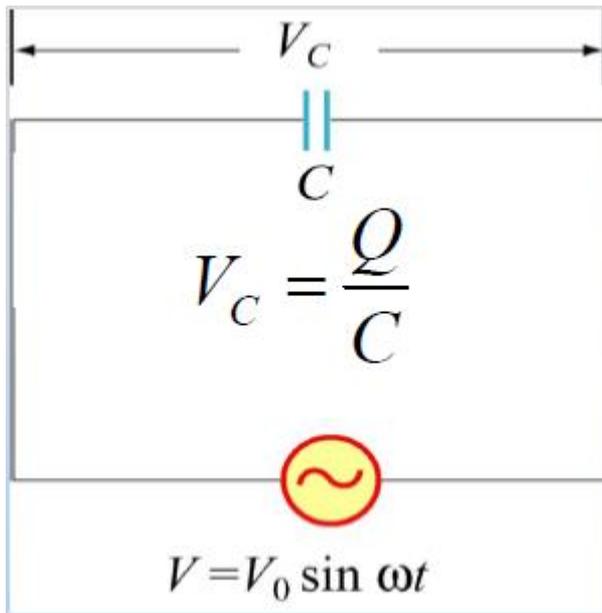
$$= I_0 \sin (\omega t + 0)$$

$$I_0 = \frac{V_0}{R}$$
$$\varphi = 0$$

I_R y V_R están en fase



Si el elemento es un capacitor...



$$I_C(t) = \frac{dQ}{dt}$$

$$Q(t) = CV_C = CV_0 \sin \omega t$$

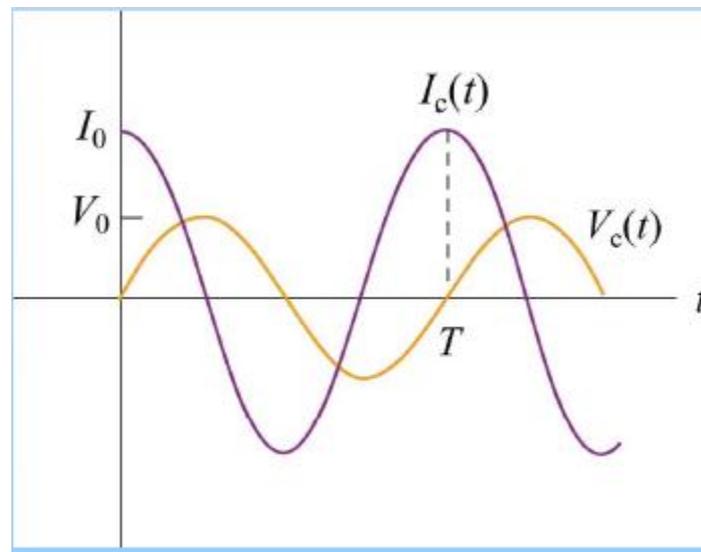
$$= \omega CV_0 \cos \omega t$$

$$= I_0 \sin(\omega t + \pi/2)$$

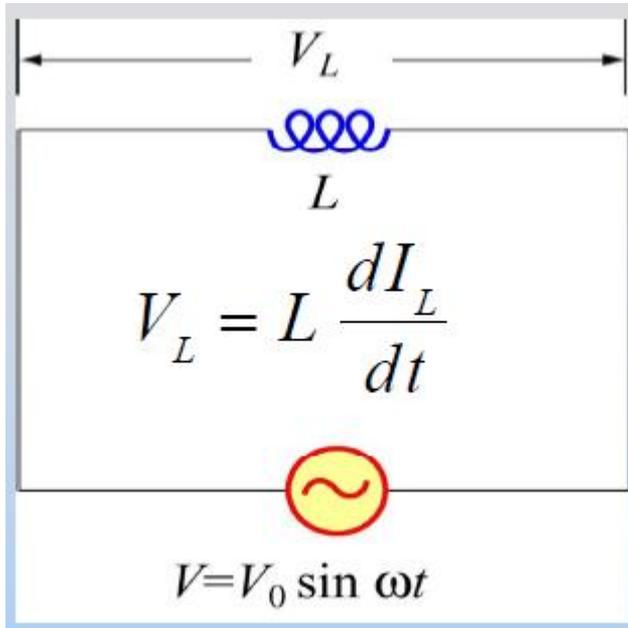
$$I_0 = \omega CV_0$$

$$\phi = +\pi/2$$

I_C va adelantado con respecto a V_C en $\pi/2$



Si el elemento es **un inductor**...



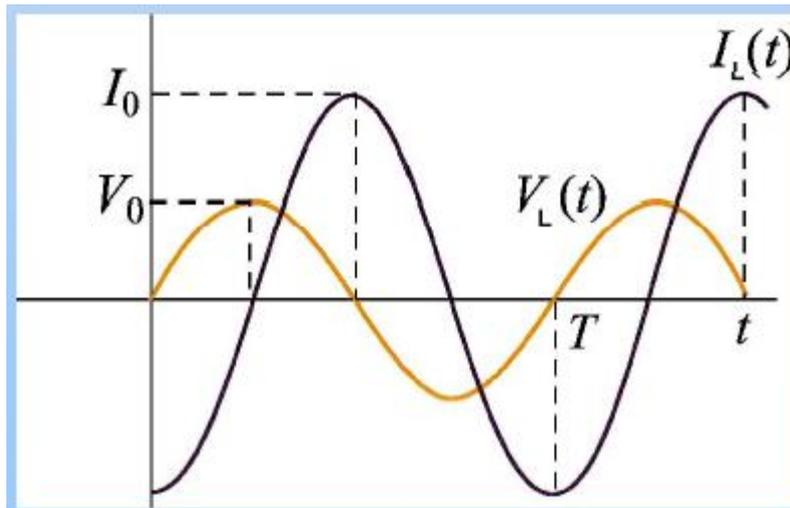
$$\frac{dI_L}{dt} = \frac{V_L}{L} = \frac{V_0}{L} \sin \omega t$$

$$I_L(t) = \frac{V_0}{L} \int \sin \omega t \, dt$$

$$= -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t$$

$$I_0 = \frac{V_0}{\omega L}$$
$$\phi = -\pi / 2$$

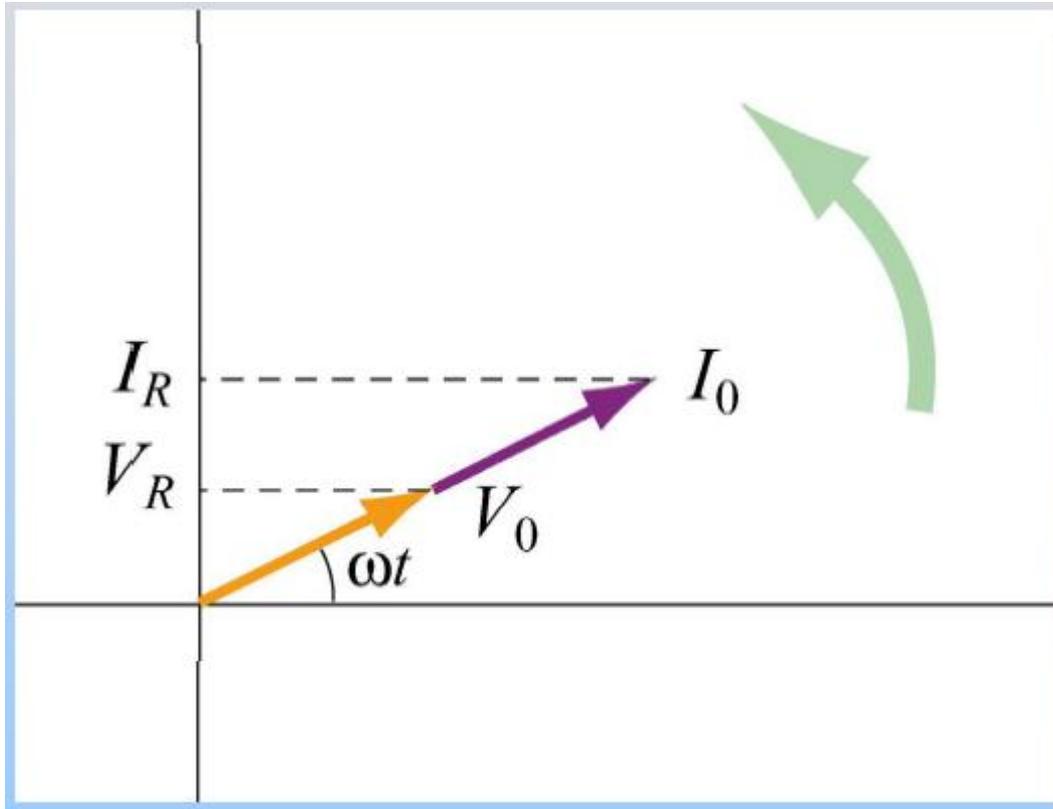
I_L va atrasado con respecto a V_L en $\pi/2$



Element	I_0	Current vs. Voltage	Resistance Reactance
Resistor	$\frac{V_{0R}}{R}$	En fase	$R = R$
Capacitor	$\omega C V_{0C}$	Adelanta	$X_C = \frac{1}{\omega C}$
Inductor	$\frac{V_{0L}}{\omega L}$	Atrasa	$X_L = \omega L$

Aunque las dedujimos para un solo elemento estas relaciones valen siempre

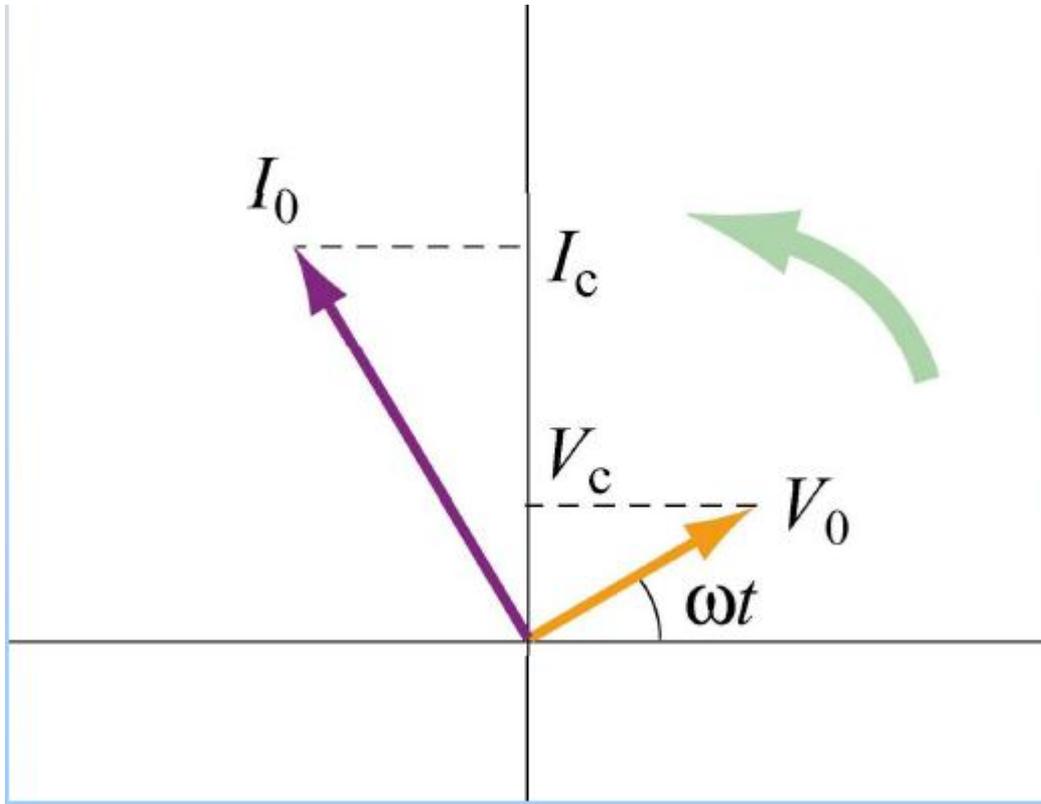
DIAGRAMAS DE FASORES: RESISTENCIA



$$V_0 = I_0 R$$
$$\phi = 0$$

I_R y V_R están en fase

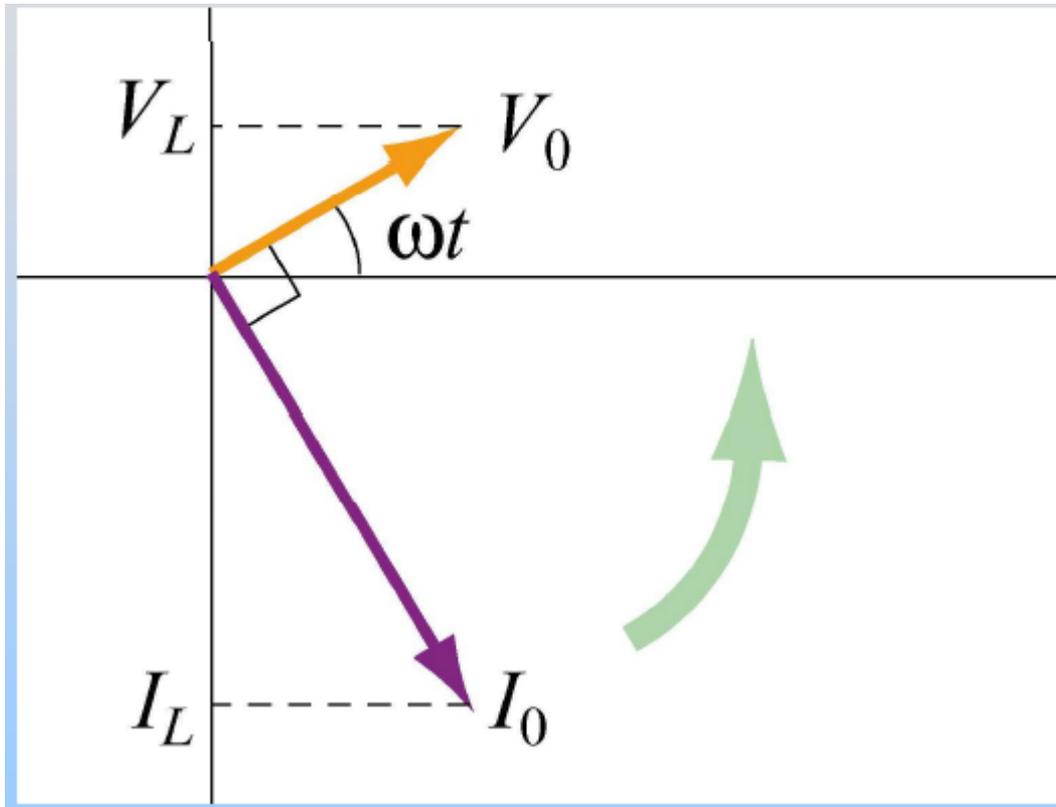
DIAGRAMAS DE FASORES: CAPACITOR



$$\begin{aligned} V_0 &= I_0 X_C \\ &= I_0 \frac{1}{\omega C} \\ \phi &= +\pi/2 \end{aligned}$$

**I_c va adelantado
con respecto a V_c
en $\pi/2$**

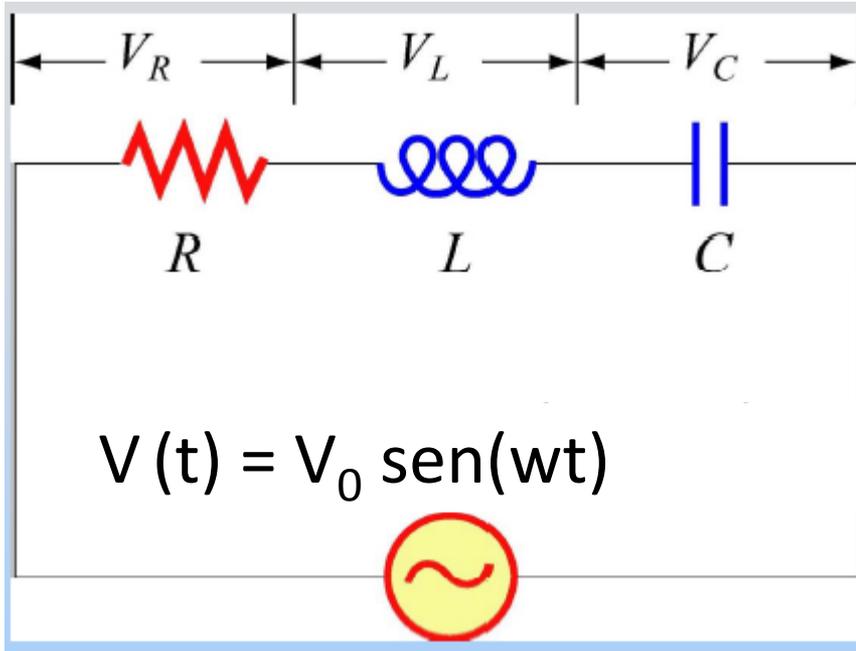
DIAGRAMAS DE FASORES: INDUCTOR



$$\begin{aligned} V_0 &= I_0 X_L \\ &= I_0 \omega L \\ \phi &= -\pi / 2 \end{aligned}$$

**I_L va atrasado con respecto
a V_L en $\pi/2$**

CIRCUITO RLC



$$V_R = V_{R0} \text{ sen}(wt - \phi)$$

$$V_L = V_{L0} \text{ sen}(wt - \phi + \frac{\pi}{2})$$

$$V_C = V_{C0} \text{ sen}(wt - \phi - \frac{\pi}{2})$$

$$V(t) - V_R(t) - V_L(t) - V_C(t) = V(t) - IR - L \frac{dI}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{Q}{C} = V_0 \sin \omega t$$

$$L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V_0 \sin \omega t$$

SOLUCIÓN: $Q(t) = Q_0 \cos(\omega t - \phi)$

$$Q_0 = \frac{V_0 / L}{\sqrt{(R\omega / L)^2 + (\omega^2 - 1 / LC)^2}} = \frac{V_0}{\omega \sqrt{R^2 + (\omega L - 1 / \omega C)^2}}$$
$$= \frac{V_0}{\omega \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$\tan \phi = \frac{1}{R} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = \frac{X_L - X_C}{R} \quad I(t) = + \frac{dQ}{dt} = I_0 \sin(\omega t - \phi)$$

$$I(t) = \frac{V_0}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

$$I_0 = \frac{V_{0S}}{Z}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Impedance

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

$$I(t) = \frac{V_0}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$

RESONANCIA

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}; \quad X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

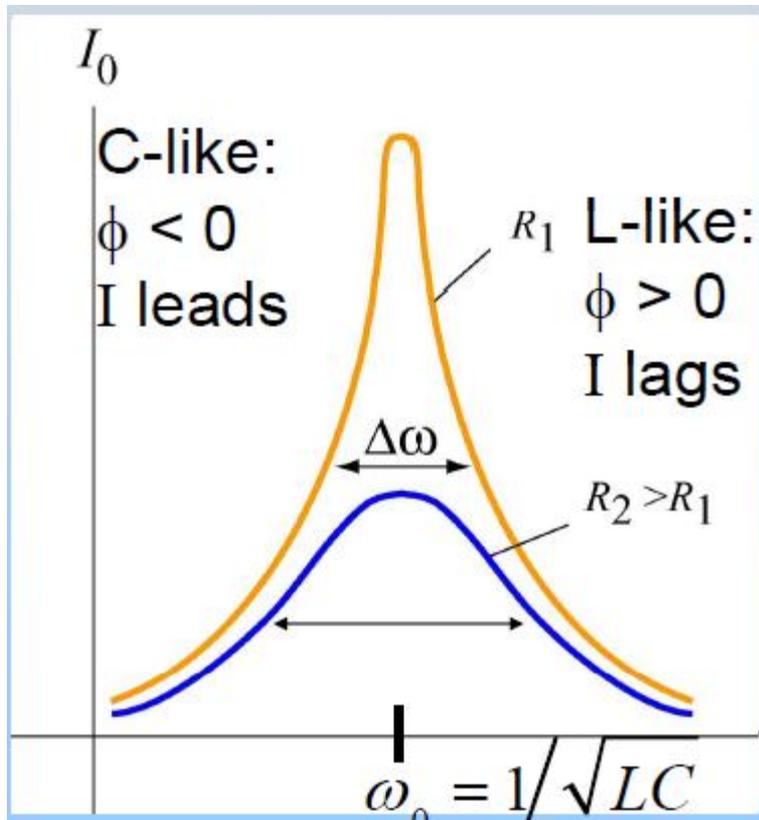
A bajas frecuencia domina C

A altas frecuencias domina L

Cuando $X_C = X_L$ se tiene resonancia e I_0 tiene su máximo valor

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

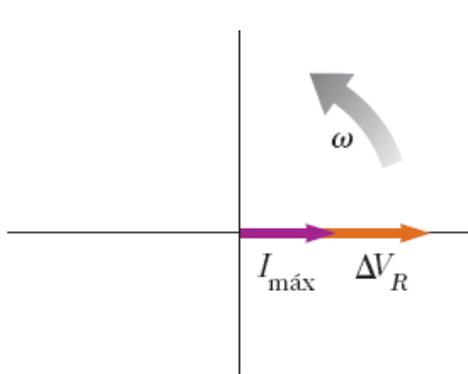
$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}; \quad X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$



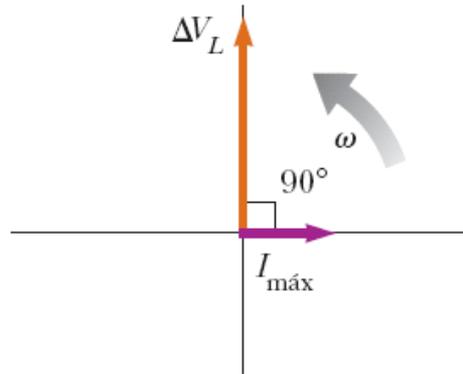
$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

RESONANCIA (Con fasores)

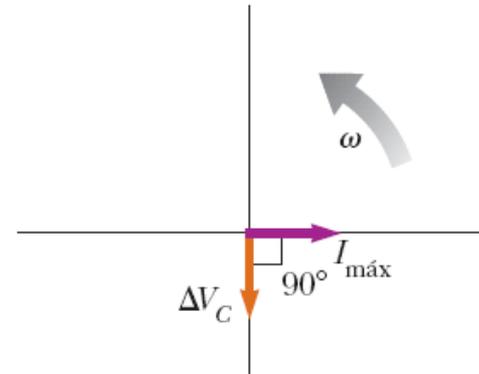
$$I(t) = \frac{V_0}{Z} \sin(\omega t - \phi)$$



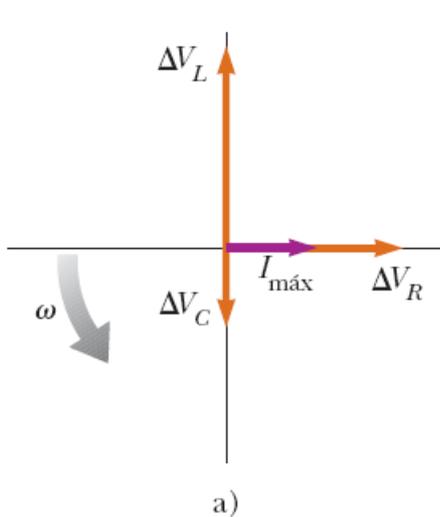
a) Resistor



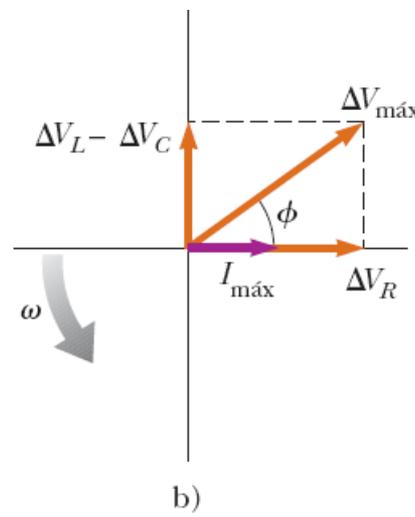
b) Inductor



c) Condensador



a)



b)

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}; \quad X_L = \omega L, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$