Física II- Curso de Verano 2021

Clase 6

ECUACIONES DE MAXWELL Y ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Conjunto de 4 ecuaciones que describen el electromagnetismo en materiales y en el espacio.

Ley de Gauss para el campo E

Ley de Gauss para el campo B

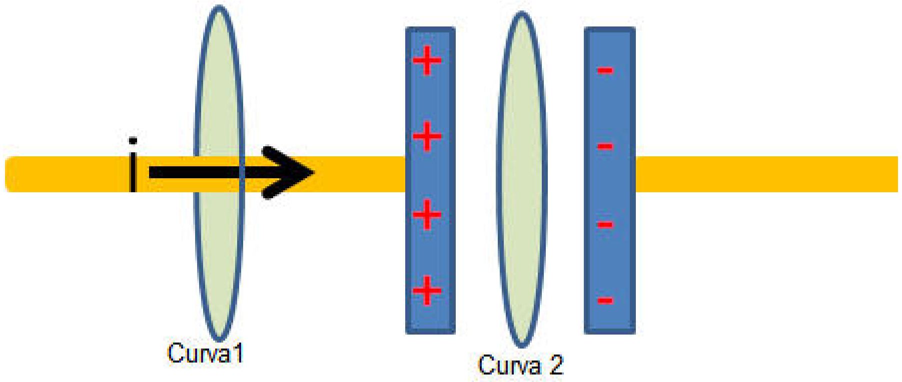
Ley de Ampère-Maxwell

Ley de Faraday

Corriente de desplazamiento

Ley de Ampere

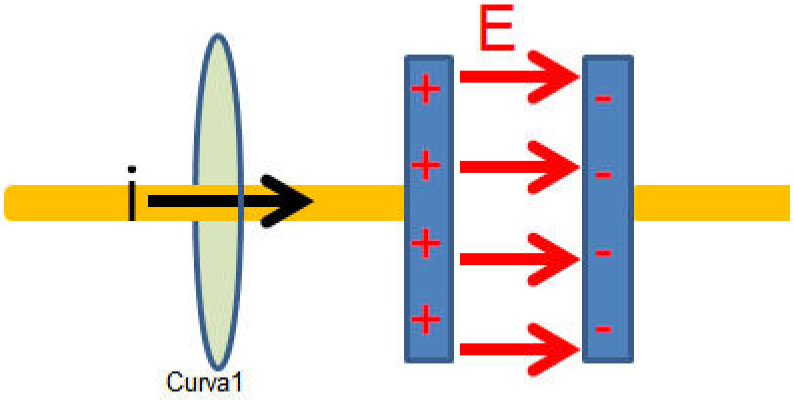
$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$



La Ley de Ampère no predice la existencia de un campo B en el interior del capacitor!

Hay que corregirla!

Si estamos cargando un capacitor, el campo **E** va cambiando con el tiempo



$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow Q = \varepsilon_0 EA = \varepsilon_0 \Phi_E$$

$$\frac{dQ}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \equiv I_d$$

Corriente de desplazamiento

Hay que modificar la ley de Ampère

$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 (I_{encl} + I_d)$$

Ecuaciones de Maxwell

$$1.\ \oint\!\!\oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q_e}{\varepsilon_0}$$

Ley de Gauss eléctrica

$$2.\ \oint\!\!\oint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

Ley de Gauss magnética

$$3.\ \oint_C \vec{\mathbf{E}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ley de Faraday

$$4.\ \oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\,\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I_{enc} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ley de Ampère-Maxwell

Ecuaciones Fundamentales del Electromagnetismo

Campo eléctrico

Ley de Gauss

$$\oint_{superficie} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho_{enc}}{\varepsilon_0}$$

Ley de Faraday

$$\oint_{curva} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \int \vec{B}.d\vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} x \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Campo magnético

Ausencia del monopolo magnético

$$\oint_{superficie} \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$$

Ley de Ampère- Maxwell

$$\oint_{curva} \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \int \vec{E}.d\vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} x \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Que expresan las leyes del electromagnetismo :

Qué los **E** se originan por:

Cargas eléctricas (Ley de Gauss)

Campos magnéticos que varían en el tiempo (Ley de Faraday)

Qué los **B** se originan por:

Movimiento de cargas eléctricas (Ley de Ampere Maxwell)

Campos eléctricos que varían en el tiempo (Ley de Ampere Maxwell)

Conservación del flujo magnético:

No existe el monopolo magnético

$$\boxed{\vec{\nabla}.\vec{E}=\frac{\rho_{enc}}{\varepsilon_0}} \quad \boxed{\vec{\nabla}x\vec{E}=-\frac{\partial B}{\partial t}} \quad \boxed{\nabla.B=0} \quad \boxed{\vec{\nabla}x\vec{B}=\mu_o\vec{j}+\mu_o\varepsilon_o\frac{\partial E}{\partial t}}$$

Al analizar las ecuaciones en ausencia de fuentes de campo E y B (vacío):

$$\boxed{\vec{\nabla}.\vec{E}=0} \qquad \boxed{\vec{\nabla}x\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}$$

Son simétricas.

$$\boxed{\vec{\nabla}.\vec{B}=0} \qquad \boxed{\vec{\nabla}x\vec{B}=\mu_o\varepsilon_o\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$$

Identidad matemática: $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A})=\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})-\nabla^2\vec{A}$

Podemos probar que: $\nabla^2\vec{E}=\mu_o\varepsilon_o\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$ y $\nabla^2\vec{B}=\mu_o\varepsilon_o\dfrac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$

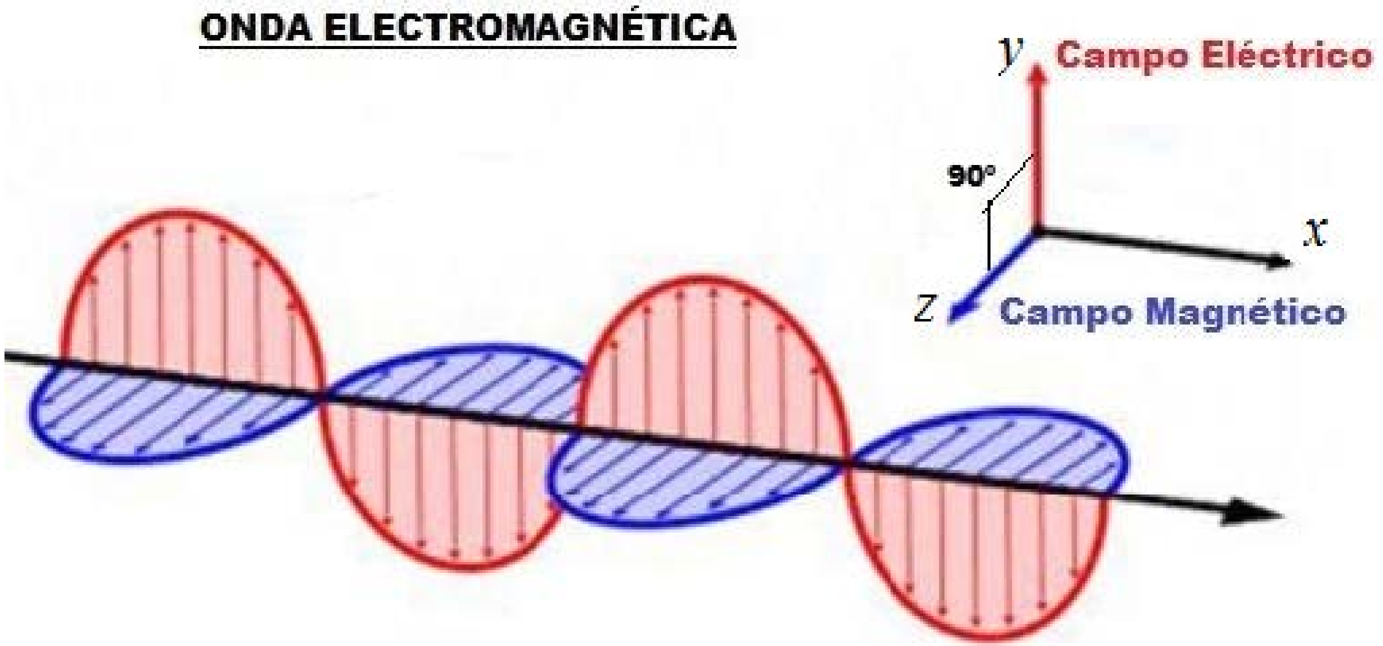
¡Los campos E y B obedecen la ecuación de una onda transversal!

Ondas planas

$$\vec{\mathbf{E}} = E_y(x,t)\hat{\mathbf{j}}:$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_z(x,t)\hat{\mathbf{k}}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{Bmatrix} E_y(x,t) \\ B_z(x,t) \end{Bmatrix} = 0$$



$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{Bmatrix}E_y(x,t)\\ B_z(x,t)\end{Bmatrix}=0 \qquad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\psi(x,t)=0$$

$$v=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=\frac{1}{\sqrt{(4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})(8.85\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2})}}=2.997\times10^8\,\mathrm{m/s}=c$$

Se concluye que la luz es una onda electromagnética !!!

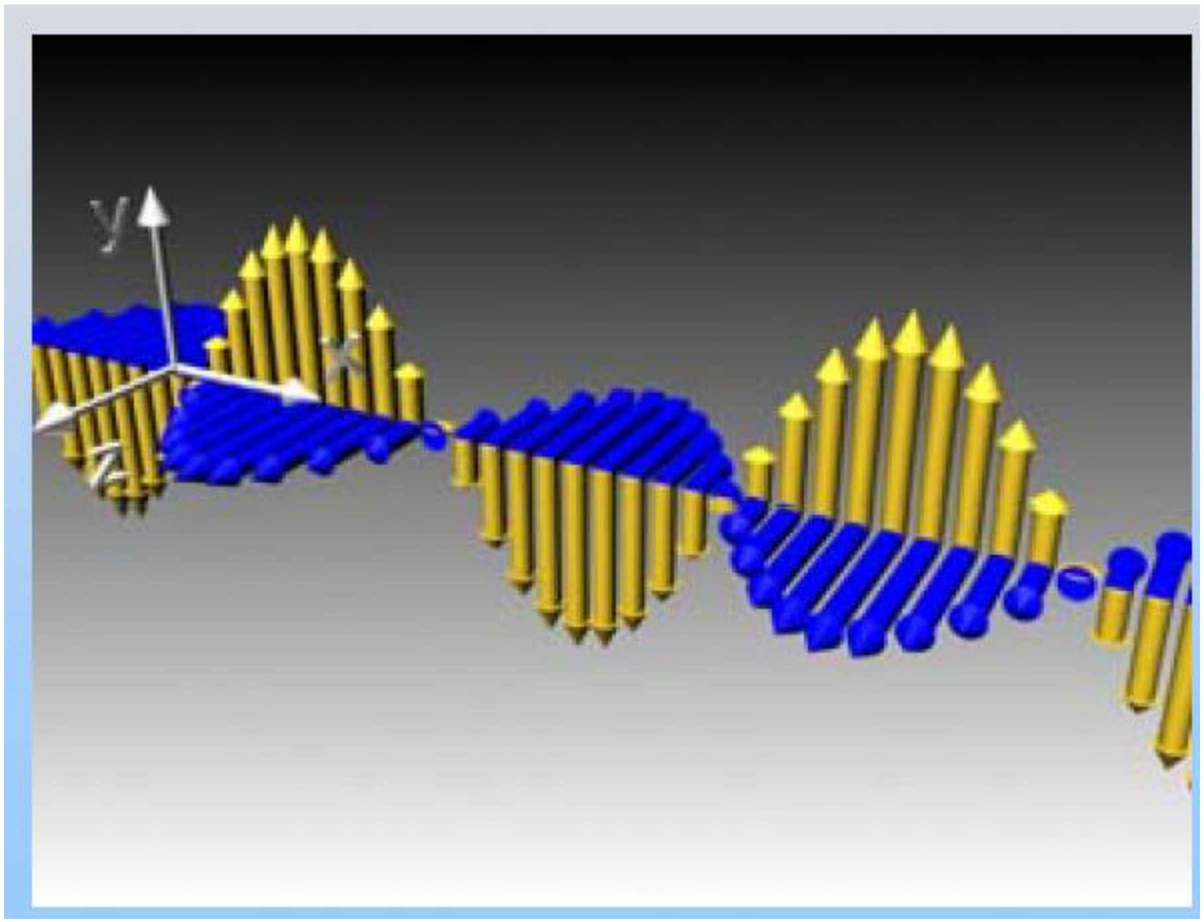
Las posibles soluciones de la ec. dif. unidimensional son:

$$\vec{\mathbf{E}}=E_y(x,t)\hat{\mathbf{j}}=E_0\cos k(x-vt)\hat{\mathbf{j}}=E_0\cos(kx-\omega t)\hat{\mathbf{j}} \qquad k=\frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\vec{\mathbf{B}}=B_z(x,t)\hat{\mathbf{k}}=B_0\cos k(x-vt)\hat{\mathbf{k}}=B_0\cos(kx-\omega t)\hat{\mathbf{k}} \qquad \omega=kv=2\pi\frac{v}{\lambda}=2\pi f$$

$$\vec{\mathbf{E}} = E_y(x,t)\hat{\mathbf{j}} = E_0 \cos k(x - vt)\hat{\mathbf{j}} = E_0 \cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{j}}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = B_z(x,t)\hat{\mathbf{k}} = B_0 \cos k(x - vt)\hat{\mathbf{k}} = B_0 \cos(kx - \omega t)\hat{\mathbf{k}}$$



E y B están en fase

$$\boxed{\frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = c}$$

$$\frac{E}{B} = c$$

Las características mas importantes de una onda EM son:

1) **E** y **B** son perpendiculares a la dirección de propagación

2) **E** y **B** son perpendiculares entre sí

3) El cociente entre sus magnitudes y amplitudes es:

$$\frac{E}{B}=\frac{E_0}{B_0}=\frac{\omega}{k}=c$$

4) La velocidad de propagación es igual a la velocidad de la luz:

$$c=1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\ .$$

5) Las ondas electromagnéticas obedecen el ppio de superposición.

VECTOR DE POYNTING

Hemos visto que los campos eléctricos y magnéticos almacenan energía. Por lo tanto una onda electromagnética que consiste de los dos campos transporta energía.

Densidades de energía: $$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2, \qquad u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

La velocidad del flujo de energía por unidad de tiempo:

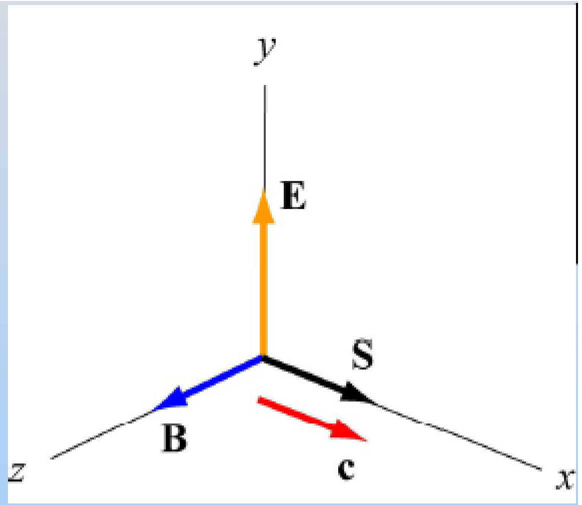
$$S = \frac{dU}{A\,dt} = \frac{c}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0}\right) = \frac{cB^2}{\mu_0} = c\varepsilon_0 E^2 = \frac{EB}{\mu_0}$$

$$\vec{\mathbf{S}} = \frac{1}{\mu_0}\vec{\mathbf{E}}\times\vec{\mathbf{B}}$$

$$S = \frac{\textit{energía / tiempo}}{\textit{área}} = \frac{\textit{potencia}}{\textit{área}}$$

Vector de Poynting

S tiene la dirección del flujo de energía y de propagación de la onda.



$$\vec{\mathbf{S}} = \frac{\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{B}}}{\mu_0}$$: Poynting vector

Unidades J/m^2s

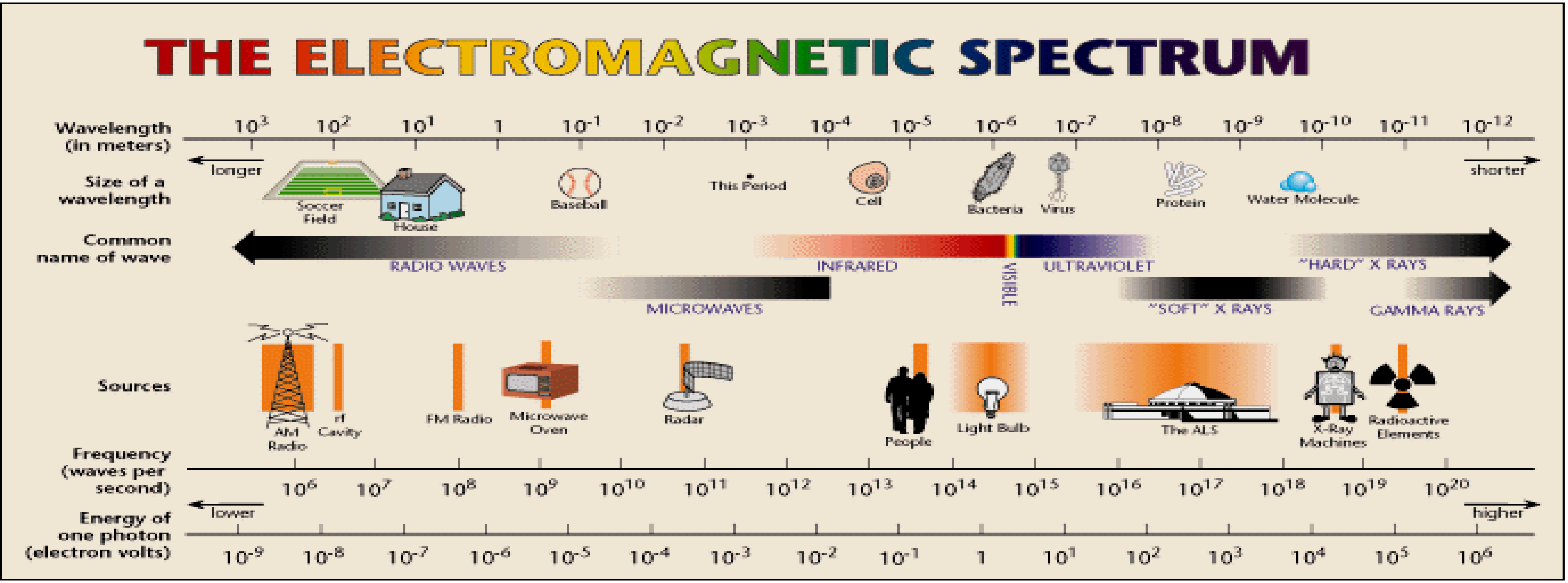
Está relacionado con la intensidad:

$$I \equiv \langle \vec{S} \rangle = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} = \frac{cB_0^2}{2\mu_0}$$

- La intensidad (I) es el valor promedio de la magnitud de S.

Las ondas EM tienen una diversidad de frecuencias.

La frecuencia (longitud de onda) determina sus características específicas.



Pregunta:

Una onda electromagnética plana se propaga en el espacio .
Su vector de campo eléctrico es **E** = *E*o cos(*kz* – w*t*)**x**ˆ.
Su vector campo magnético es:

1. $\mathbf{B} = B_o \cos(kz - \omega t)\hat{\mathbf{y}}$
2. $\mathbf{B} = B_o \cos(ky - \omega t)\hat{\mathbf{z}}$
3. $\mathbf{B} = B_o \cos(ky - \omega t)\hat{\mathbf{x}}$
4. $\mathbf{B} = B_o \cos(kz - \omega t)\hat{\mathbf{z}}$

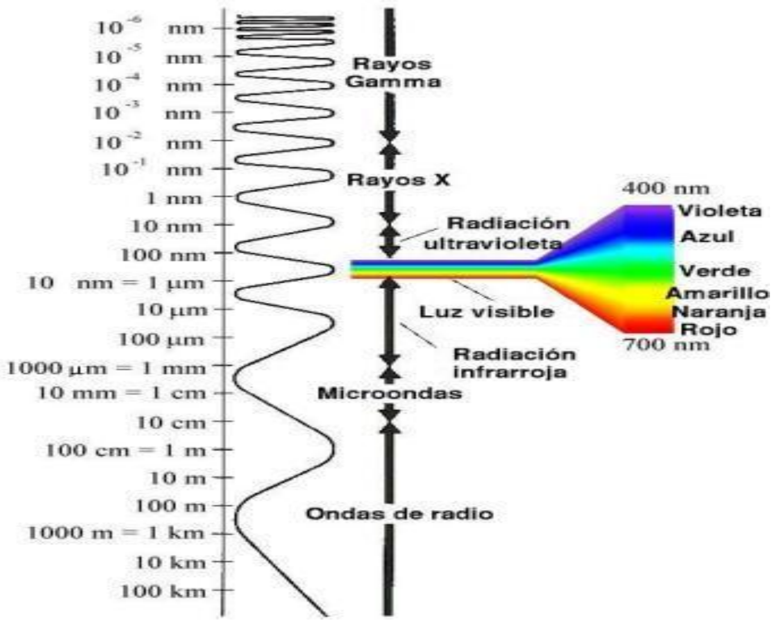
Qué pasa Cuando la Onda Viaja en un Material

- Todavía se cumple $f\,\lambda = v_{propagacion}$.
- La frecuencia es la misma que cuando viaja en un vacío.
- La velocidad de la onda es menor que en el vacío.
- Obviamente, la longitud de onda también es menor.

$$n = \frac{c}{v}$$

LA LUZ

Estudiaremos los fenómenos relacionados con las ondas de la región del espectro cuyas longitudes de onda o frecuencias corresponden a lo que llamamos “el visible”.



400 nm-700 nm

Emitida en todas direcciones

Luz

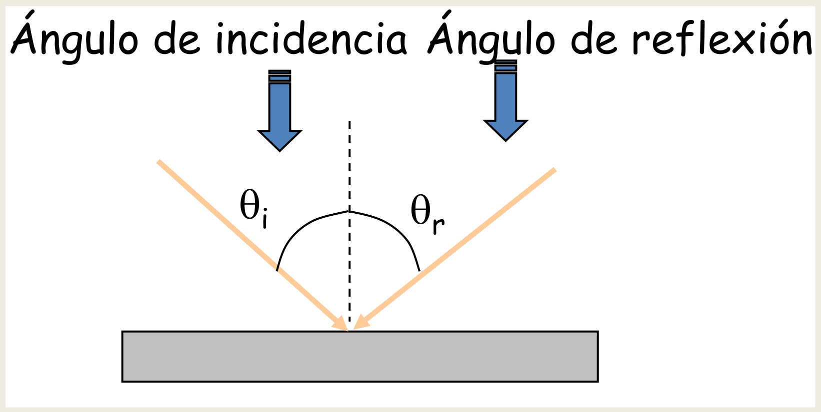
Propagación rectilínea

Aproximación: Rayos (válida cuando λ~ dimensión del obstáculo)

Óptica geométrica usa la noción de rayo luminoso (dirección de propagación)

Reflexión

•Rayo Incidente, es aquel que llega a la superficie de separación de dos medios.
•Rayo Reflejado, es aquel que "sale" de la superficie.
•Ángulo de Incidencia, el ángulo que se forma entre el incidente y la normal.
•Ángulo de Reflexión, el ángulo formado por la normal y el rayo reflejado.
•Normal, es la perpendicular a la superficie de separación de los medios trazados.



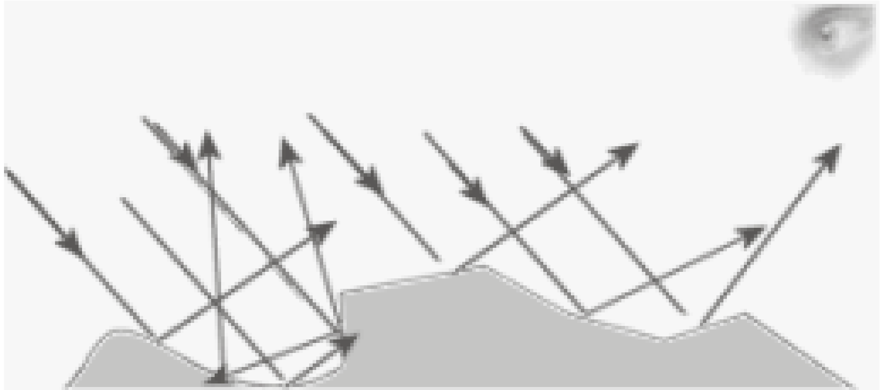
$$\theta_i = \theta_r$$

Ley de reflexión

Rayos incidente y reflejado y normal son coplanares

Trayectoria de la luz reversible

Reflexión difusa: origen en las superficies rugosas.

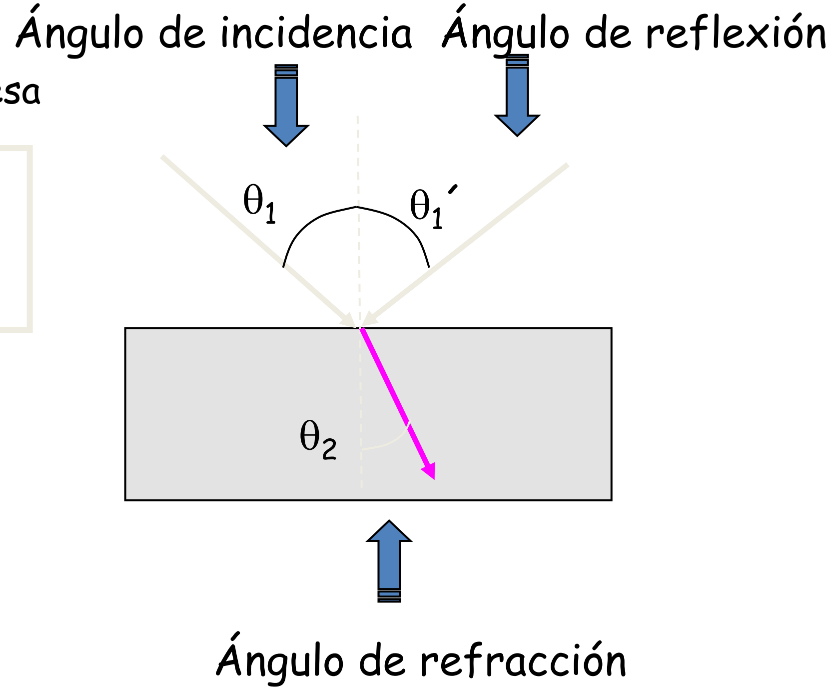


Refracción

- Rayo Incidente, es aquel que llega a la superficie de separación de dos medios.
- Rayo Refractado, el rayo que pasa al otro medio.
- Ángulo de Incidencia, el ángulo que se forma entre el incidente y la normal.
- Ángulo de Refracción, el ángulo formado por la normal y el rayo refractado.

Rayos incidente y refractado y normal son coplanares

Ángulo de refracción = depende de los materiales que atraviesa



Ley de Snell $$n_1 sen\theta_1 = n_2 sen\theta_2$$

n= índice de refracción

$$n = \frac{\text{módulo de v vacío}}{\text{módulo de v material}} = \frac{c}{v}$$

A partir de la teoría ondulatoria $$\frac{sen\theta_2}{sen\theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

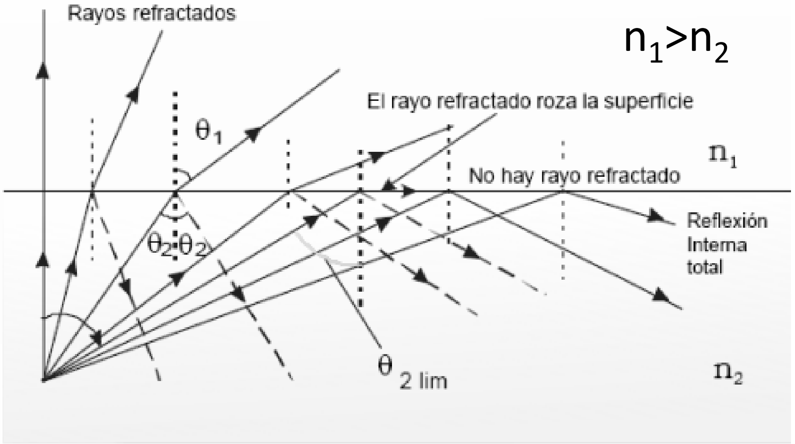
$$v_1 > v_2 \Rightarrow \theta_2 < \theta_1$$

$$v_1 < v_2 \Rightarrow \theta_2 > \theta_1$$

Frecuencia no varia al cambiar de medio $$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

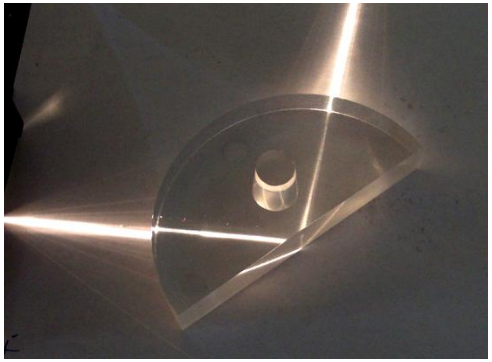
REFLEXIÓN TOTAL INTERNA

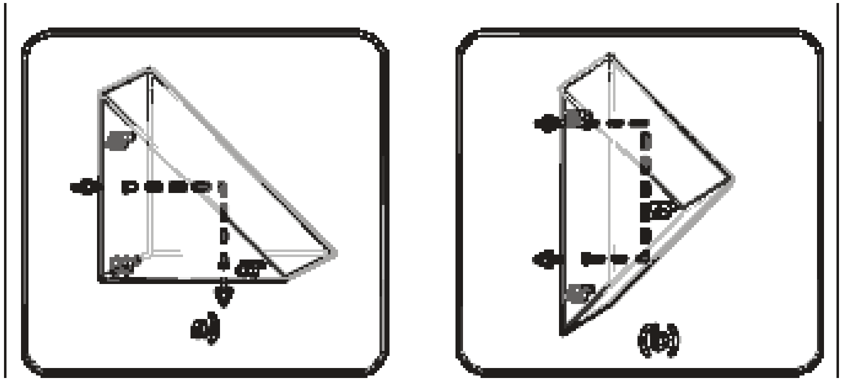
a) Cuando el rayo va de un medio más refringente hacia otro menos refringente.
b) Cuando el ángulo de incidencia sea mayor que el del límite.



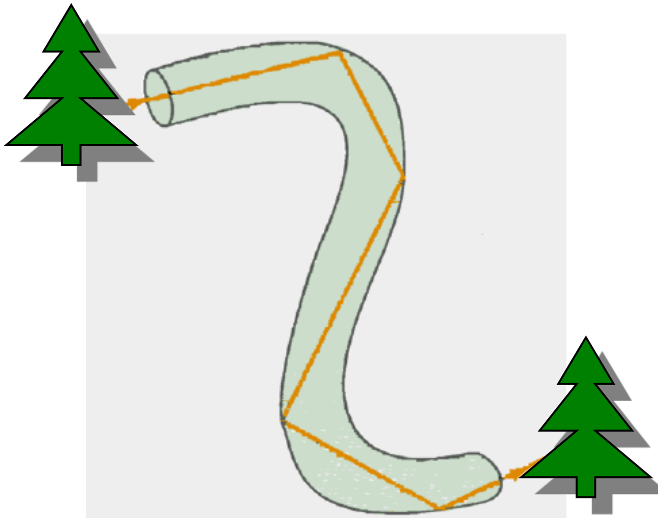
$\theta_i = \theta_{critico}$, $\theta_2 = 90°$

$$sen\,\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$





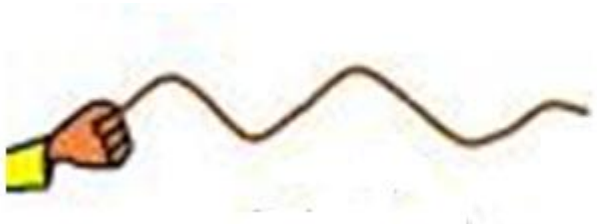
$\Theta_{critico}$(vidrio) =41.8°



Principio de funcionamiento de las fibras ópticas

Polarización

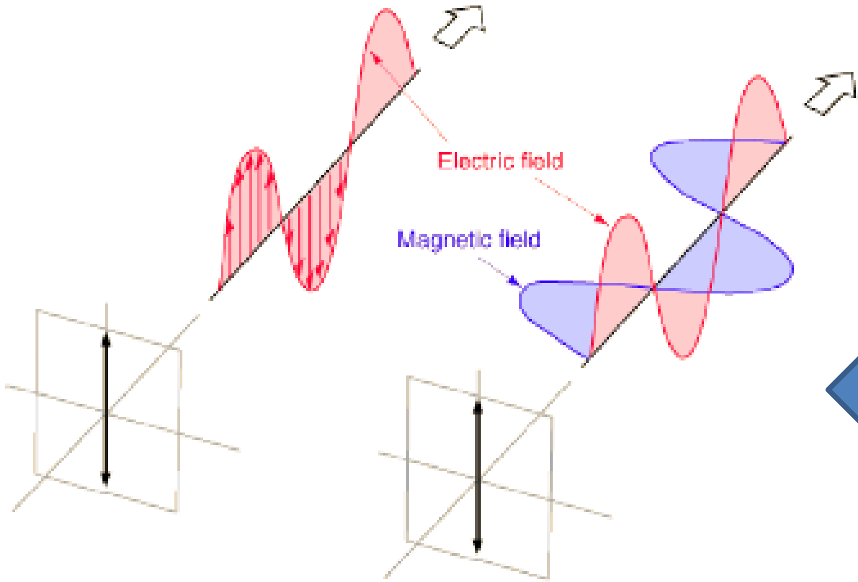
Onda en una cuerda:



Si la cuerda pone a oscilar en dirección vertical (las partículas vibran en la dirección vertical) se dice que la cuerda tiene polarización lineal y el vector polarización apunta en la dirección de vibración.

Una onda electromagnética está formada por la propagación de un campo eléctrico y otro magnético que varían con el tiempo en planos mutuamente perpendiculares y normales también a la dirección de propagación. Si ambos vectores mantienen su dirección fija, se dice que la onda está linealmente polarizada y se toma como dirección de polarización la dirección del campo eléctrico

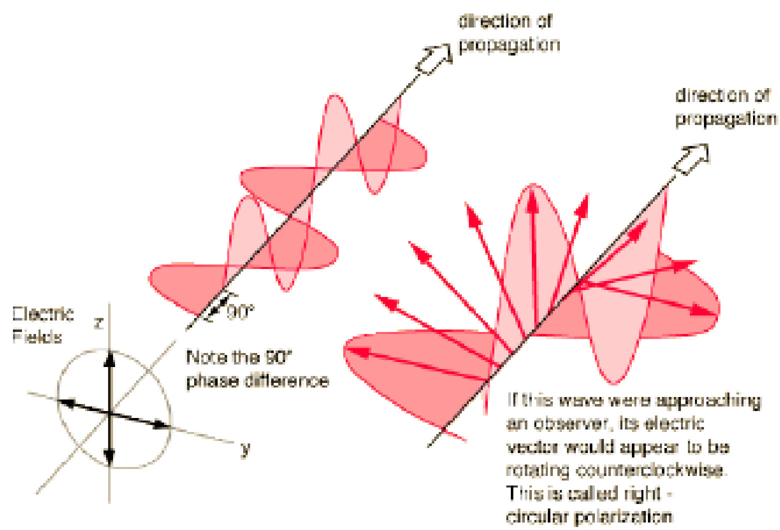
Polarización Lineal



E y **B** mantienen su dirección fija

dirección de polarización:
dirección del campo eléctrico

Polarización circular



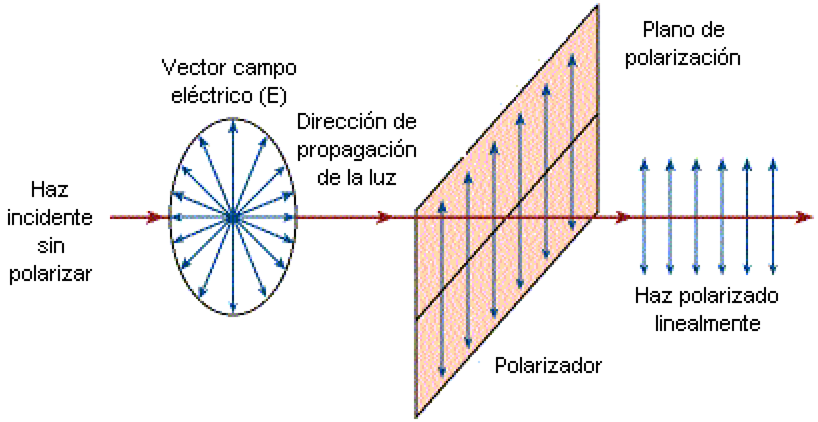
El vector campo eléctrico va rotando en el plano (**B** también, porque siempre es perpendicular a **E**)

La **luz natural no está polarizada**, es una mezcla de ondas linealmente polarizadas en todas las direcciones transversales posibles.

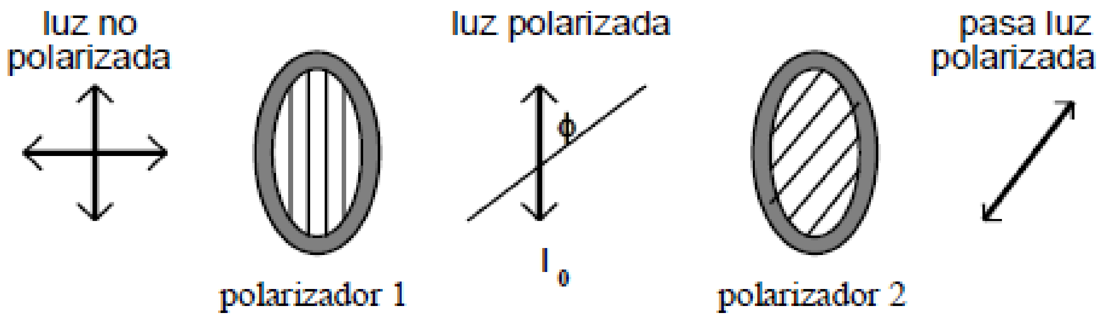
POLARIZADORES

Son dispositivos que transmiten luz polarizada

Polaroid (polarización por absorción): largas cadenas de hidrocarburos alineadas en forma paralela. Se absorbe la componente del campo eléctrico paralelo a las cadenas y pasa la componente perpendicular. La dirección perpendicular a las cadenas se llama eje de trasmisión.



Polarizadores orientados con sus ejes formando un ángulo ϕ



E_0 campo polarizado inicialmente

$$E = E_0 \cos \phi$$

La intensidad de la luz transmitida

$$\boxed{I = I_0 \cos^2 \phi}$$

Ley de Malus

¡¡¡Fin clase 6 de 8!!!