Física I CiBEx

Trabajo Práctico 5

Trabajo − Energía cinética − Energía potencial

El *producto escalar* entre dos vectores $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ y $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ da como resultado un escalar a (número real) dado por $a = \vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}|\,|\vec{v}| \cos\phi$, donde ϕ es el ángulo entre los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$. En términos de las componentes de los vectores se tiene $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x\, v_x + u_y\, v_y + u_z\, v_z$. Notar que si uno de los vectores es un versor en la dirección de un eje coordenado, el producto escalar da como resultado la componente del otro vector en la dirección de ese eje.

0. (a) Calcular el producto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$, donde $\vec{A} = -3\,\check{\imath} + 3\,\check{\jmath}$, y $\vec{B}$ es un vector en el plano xy que tiene módulo 2 y forma un ángulo de 30° con el eje x. Verificar que el valor de $\vec{A} \cdot \vec{B}$ que se obtiene a partir de los módulos de los vectores y el ángulo comprendido entre ellos es igual al calculado a partir de sus componentes.

   (b) Determinar el ángulo que forma el vector $\vec{r} = -\,\check{\imath} + 2\,\check{\jmath} + \check{k}$ con el eje z. Representar gráficamente.

1. Un bloque de 3 kg es arrastrado 4 metros sobre una superficie horizontal sin rozamiento mediante una cuerda tensa inclinada 30° por sobre la horizontal.

   (a) ¿Qué fuerzas actúan sobre el bloque? Si la tensión de la cuerda es de 10 N, constante en todo el trayecto, calcular el trabajo realizado por cada una de las fuerzas y el trabajo neto realizado sobre el bloque.

   (b) Suponiendo que el bloque parte del reposo, calcular su velocidad final utilizando el teorema de trabajo-energía cinética.

   (c) Verificar el resultado hallado en (b) a partir del cálculo de la aceleración del bloque y el tiempo empleado en recorrer el trayecto.

2. Ídem (a) y (b) del ejercicio anterior, pero para el caso en que sobre el bloque actúa (en lugar de la fuerza ejercida por la cuerda) una fuerza horizontal $\vec{F}$ cuya magnitud aumenta cuadráticamente con el desplazamiento del cuerpo, desde 0 en la posición inicial hasta 10 N cuando el desplazamiento es 4 m. ¿Es posible realizar en este caso una verificación como la planteada en el ítem (c)? ¿Por qué?

   Ayuda: proponer una fuerza de la forma $|\vec{F}| = \lambda\, x^2$.

3. Discutir la validez del teorema de trabajo−energía cinética para los siguientes sistemas de estudio, analizando el trabajo realizado por las fuerzas actuantes en cada caso:

   (a) Un cuerpo que se desliza sobre una superficie horizontal sin rozamiento.

   (b) Ídem (a), pero sobre una superficie inclinada.

   (c) Un paquete de harina que cae desde una góndola del supermercado y choca con el piso.

   (d) Un niño que corre para alcanzar el colectivo.

   (e) Tarzán, balanceándose colgado de una liana.

   (f) El bloque del problema 2.

   (g) Un jugador de vóley que salta para rematar.

   (h) Una viga levantada por dos cuerdas de acero.

   ¿Por qué podría no ser válido el teorema para estos sistemas? ¿Qué hipótesis podría(n) no estar siendo satisfecha(s)?

4. Un motor mueve un elevador que levanta una carga de ladrillos cuyo peso es de 800 N, desde el suelo hasta una altura de 10 m. Si se desea que el proceso se lleve a cabo en 20 segundos, ¿cuál es la potencia *mínima* que debe suministrar el motor? Indicar qué aproximaciones se han realizado. ¿Cómo podría ser el movimiento si la potencia fuera mayor que la mínima obtenida anteriormente?

5. Para los ejemplos del problema 3 en que se satisface el teorema de trabajo−energía cinética, indicar: (a) en qué casos actúan fuerzas no conservativas sobre el sistema; (b) en cuáles de estos casos una o más de estas fuerzas realiza trabajo no nulo.

6. Una caja de 2 kg se desliza a lo largo de un plano inclinado sin roce que forma un ángulo de 20° con la horizontal. Parte del reposo desde la parte superior del plano, situada a una altura de 5 m sobre el suelo.

   (a) Determinar la energía potencial inicial del sistema, fijando para ello el cero de la energía potencial para alguna configuración determinada (por ejemplo, cuando la caja está en el suelo).

   (b) Calcular la energía potencial, la energía cinética y la energía mecánica de la caja cuando ésta ha avanzado 2 m sobre el plano inclinado.

   (c) Usando el teorema de conservación de la energía mecánica, calcular la velocidad de la caja en el instante en que alcanza la parte inferior del plano. Verificar que se cumplen las condiciones necesarias para la validez del teorema.

   (d) ¿Cambiarían las respuestas (b) y (c) en las siguientes situaciones? (i) Si el plano está inclinado 30°; (ii) si la superficie no es plana, sino que forma un arco de parábola; (iii) si la superficie del plano no es lisa. Justificar en cada caso.

7. La figura muestra una función energía potencial U de un cuerpo en función de su posición respecto de un eje coordenado x.

   (a) En cada punto indicado establecer la dirección de la fuerza $\vec{F}$ asociada a esta energía potencial.

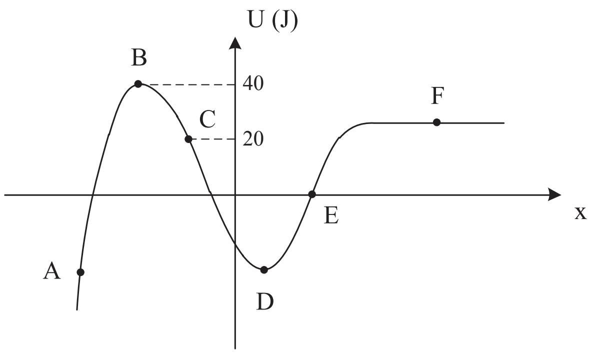
   (b) ¿En cuál de los puntos indicados la fuerza posee su magnitud máxima?

   (c) Suponiendo que la fuerza $\vec{F}$ es la única que actúa sobre el cuerpo, identificar los puntos de equilibrio y establecer si éste es estable, inestable o neutro.

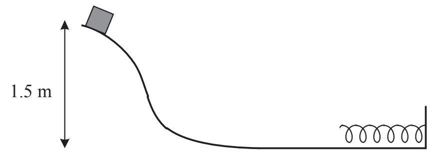
   (d) Describir las posibles trayectorias del cuerpo si su energía mecánica es 20 J (considerar para ello distintas posibles posiciones iniciales). ¿Existen regiones del espacio donde el cuerpo no puede estar? ¿Por qué?

   Ayuda: recordar que la energía mecánica es $E_{\text{mec}} = K + U$, y que la energía cinética K debe ser siempre positiva.

   (e) Indicar a partir de la gráfica bajo qué condiciones el cuerpo quedará confinado a moverse en una región acotada del espacio.



8. Un cuerpo de 3 kg se encuentra inicialmente en reposo a una altura de 1.5 m sobre una rampa curva y sin rozamiento. Al pie de la rampa existe un resorte cuya constante es $k = 400$ N/m (ver figura). El objeto se desliza por la rampa hasta que choca contra el resorte, comprimiéndolo.

   (a) Hallar la máxima compresión que sufre el resorte. Determinar la aceleración del cuerpo en ese instante.
   (b) ¿Cómo es el movimiento posterior del cuerpo? ¿Cuándo queda éste nuevamente en equilibrio? ¿Cuándo queda nuevamente en reposo?

   (c) ¿Cómo cambiarían cualitativamente las respuestas (a) y (b) si un tramo de la rampa fuera rugoso? ¿Y si cambiara la curvatura de la rampa?

   (d) ¿Qué aproximaciones se han realizado al modelar este proceso? ¿Qué interacciones podrían originar pérdida de energía mecánica en una situación real?

9. Considerar la situación del problema 15 de la Práctica 3 (niño que lanza una piedra hacia arriba desde una altura de 1.4 m). Despreciando la resistencia del aire, determinar

   (a) La energía cinética de la piedra en el instante inicial.

   (b) La altura máxima alcanzada por la piedra (usar sólo consideraciones energéticas). Indicar el marco de referencia y el sistema de ejes coordenados utilizado.

   (c) El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria en el tramo en que la piedra sube y en el tramo en que la piedra baja (hasta el instante previo a chocar contra el suelo). ¿Qué representa físicamente la suma de estas dos cantidades?

   (d) La velocidad de la piedra cuando, después de haber alcanzado el punto más alto, se encuentra nuevamente a 1.4 m del suelo.

   (e) La velocidad de la piedra cuando alcanza el suelo. Comparar este resultado y el obtenido en (b) con los encontrados previamente al resolver la práctica 3.

   (f) ¿Qué resultados cambiarían si se incluye la fuerza ejercida por el aire? Discutir, en particular, qué ocurriría con el resultado del ítem (d) y vincularlo al carácter no conservativo de esta fuerza.

10. Un albañil toma un ladrillo que se encontraba en el suelo y lo coloca sobre una pared que está construyendo. La energía cinética inicial y final del ladrillo son nulas. ¿Significa esto que el albañil no ha realizado trabajo sobre el ladrillo? ¿Se ha violado el teorema de trabajo-energía cinética? ¿Ha disminuido, o aumentado, la energía mecánica del ladrillo (o del sistema "ladrillo + Tierra")?

11. La energía potencial de interacción entre dos átomos puede aproximarse por el *potencial de Lennard-Jones*, $U(r) = 4\,\epsilon\,[(\sigma/r)^{12} - (\sigma/r)^6]$, donde r es la distancia entre los átomos y ϵ y σ son constantes positivas.

    (a) ¿Cómo se ha fijado el cero de energía potencial para este sistema? Discutir la conveniencia de esta convención.

    (b) Graficar la función $U(r)$, determinando extremos relativos, extremos absolutos, puntos de inflexión, etc., si los hubiera.

    (c) Interpretar físicamente la gráfica anterior, indicando cuándo la interacción es atractiva y cuándo repulsiva. ¿Existe algún "punto de equilibrio"? ¿Es éste estable o inestable? ¿Qué ocurre si la distancia entre los átomos es ligeramente diferente de la distancia de equilibrio?

    (d) Para el caso del Argón, experimentalmente se determinan $\epsilon = 997$ J/mol y $\sigma = 3.40$ Å.
    (i) Determinar la fuerza entre los átomos cuando están separados distancias de 3.5 Å y 5 Å,

indicando en cada caso si la interacción es atractiva o repulsiva. (ii) Calcular la distancia de equilibrio.

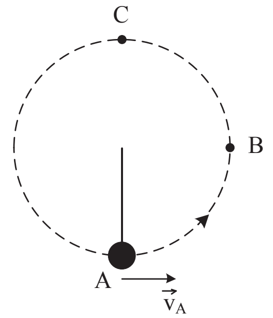
12. Una bola de 700 g se mueve con movimiento circular, fija al extremo de una cuerda de 50 cm de longitud (ver figura). El movimiento tiene lugar sobre un plano vertical, y en el punto más bajo (A) la velocidad de la bola es de 5 m/s.

    (a) Calcular la velocidad de la bola y la tensión de la cuerda en los puntos B y C. Justificar las ecuaciones utilizadas.

    (b) Determinar cuál debe ser la velocidad mínima $|\vec{v}_A|$ tal que la bola pueda completar la circunferencia.

    Ayuda: notar que para ello debe mantenerse tensa la cuerda en todos los puntos.

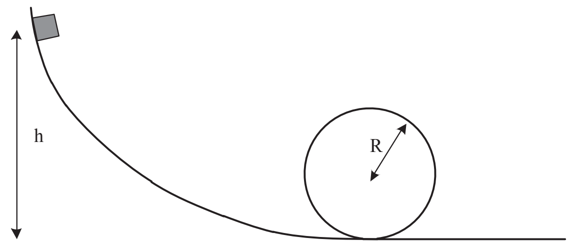
    (c) Describir cómo es el movimiento posterior de la bola si en un dado instante la cuerda se corta.



13. Un pequeño bloque de masa m se suelta desde una altura h sobre una vía, por la que desliza sin roce. La vía tiene forma de rizo circular de radio R (ver figura).

    (a) ¿Cuál es el menor valor posible de h tal que el bloque pueda recorrer el rizo sin salirse de la vía?

    Ayuda: plantear qué fuerzas actúan sobre el bloque en el punto más alto del rizo, y determinar qué condición debe satisfacer la velocidad en ese punto.



    (b) Si h es el doble del valor hallado en (a), determinar la energía cinética del bloque y la fuerza ejercida por la vía sobre el bloque cuando éste se encuentra en el punto más alto del rizo.

Algunos resultados: 0a) $\vec{A}\cdot\vec{B} = -2.20$; 0b) $\theta = 65.9°$; 1a) $W_{\text{NETO}} = 34.6$ J; 1b) $v_f = 4.80$ m/s; 2a) $W = 13.3$ J; 2b) $v_f = 2.98$ m/s; 3) es válido para (a), (b), (e), (f) y (h); 4) $P = 400$ W; 5a) en todos los casos; 5b) sólo en el (h); 6b) $K = 13.4$ J; 6c) $v = 9.90$ m/s; 6d)i) cambia (b), ii) cambia (b), iii) cambian (b) y (c); 7b) en el punto A; 8a) $x = 47.0$ cm, $|\vec{a}| = 62.6$ m/s^2; 9a) $K_i = 9$ J; 9b) $h_{\text{máx}} = 3.24$ m; 9c) $W_\uparrow = -9$ J, $W_\downarrow = 15.9$ J; 9d) $|\vec{v}| = 6$ m/s; 9e) $|\vec{v}_f| = 7.96$ m/s; 11d)i) $F = 6.48\times10^{-11}$ N (repulsiva) y 6.31×10^{-12} N (atractiva), ii) $d = 3.82$ Å ;12a) $|\vec{v}_B| = 3.90$ m/s, $|\vec{T}_B| = 21.3$ N, $|\vec{v}_C| = 2.32$ m/s; $|\vec{T}_C| = 0.70$ N; 12b) $|\vec{v}_A|_{\text{mín}} = 4.95$ m/s; 13a) $h_{\text{mín}} = 5R/2$; 13b) $N = 5\,m\,g$.