Física I CiBEx

Trabajo Práctico 10

Ondas

1. La expresión $y(x,t) = \dfrac{24}{(x-3t)^2+12}$, donde x e y se miden en centímetros y t en segundos, describe la propagación de un pulso a lo largo de una cuerda horizontal tensa.

   (a) Graficar el pulso para $t = 0$, 1 y 2 s. Comparando las distintas gráficas, ¿qué puede decirse de la forma de la función?

   (b) Hallar la posición del máximo (punto de la cuerda ubicado a mayor altura) para cada uno de los instantes indicados.

   (c) Determinar con qué velocidad se mueve el máximo. ¿Es esta velocidad constante en el tiempo? Al referirse al "movimiento del máximo", ¿se está haciendo referencia al movimiento de algún punto particular de la cuerda?

   (d) La función $y(x,t)$ es de la forma $y = f(x - vt)$, característica de las funciones que representan a una onda viajera unidimensional que no se deforma. ¿Qué representa el parámetro v?

   (e) Considerar en particular una pequeña porción de cuerda ubicada en $x = 3$ cm. ¿Se mantiene esta porción de cuerda siempre en la misma posición con respecto al eje x? ¿En qué direcciones puede moverse? Determinar su velocidad (módulo, dirección y sentido) en los instantes $t = 0$, 1 y 2 s.

   (f) ¿Está propagándose la energía mecánica a lo largo de la cuerda? Justificar la respuesta.

   (g) ¿Cómo podría modificarse la función $y(x,t)$ para que describa a un pulso de la misma forma, pero que se propague en la dirección opuesta? En general, para una onda viajera descripta por una función $y = f(x - vt)$, ¿cambia la forma de la onda si se cambia el parámetro v?

2. En el instante $t = 0$, un pulso de onda transversal en un cable viene descripto por la función $y(x,0) = a\,e^{-(x-b)^2/c}$, donde $a = 0.3$ m, $b = 1$ m y $c = 4$ m^2. El pulso se mueve en el sentido positivo del eje x con una rapidez de 4 m/s.

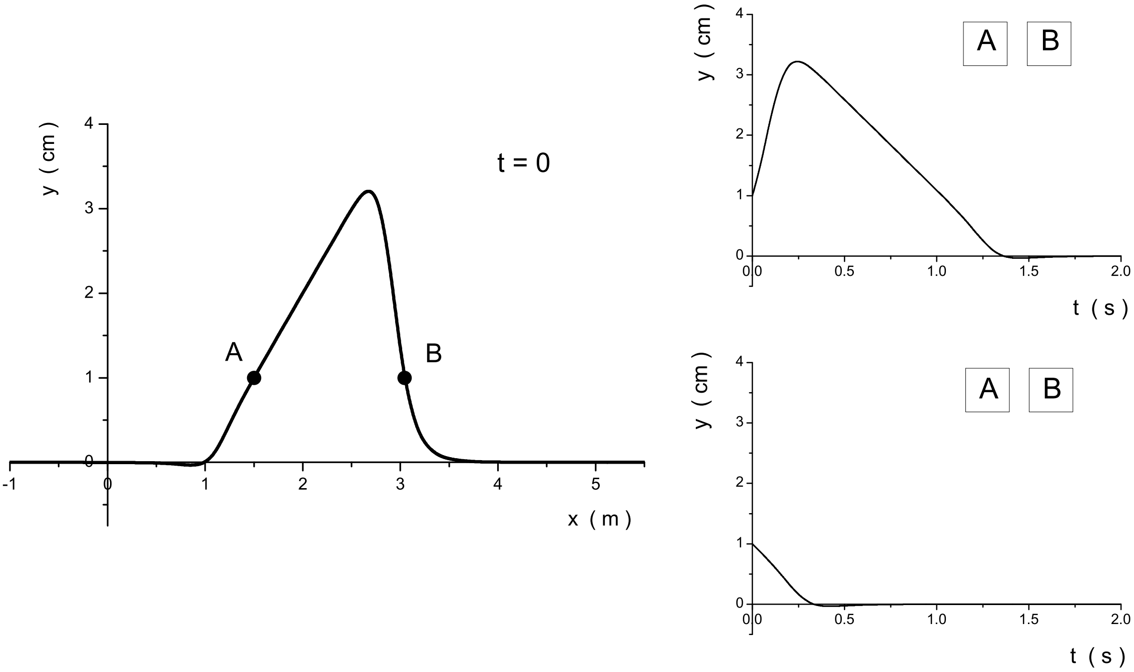
   (a) Escribir la función $y(x,t)$ que describe a esta onda y graficar su forma aproximada para $t = 0$ y $t = 1$ s.

   (b) Determinar la posición que tiene en el instante $t = 1$ s un pequeño segmento de cable ubicado en la coordenada $x = 3$ m. Determinar su velocidad en ese instante.

3. Un pulso se desplaza sin deformarse a lo largo de una cuerda tensa, en el sentido de los x positivos. La figura de la izquierda muestra una "foto" de la cuerda en un dado instante $t = 0$, donde se identifican dos puntos de la cuerda denotados por A y B (notar que los ejes están representados en escalas diferentes). Las figuras de la derecha muestran las curvas correspondientes a la altura y en función del tiempo, para estos puntos A y B.

   (a) Determinar cuál de las curvas de la derecha corresponde al punto A y cuál al punto B (tachar en el gráfico lo que no corresponda).

   (b) En base a los gráficos, determinar la velocidad aproximada de la onda.



4. (a) Mostrar que la expresión que describe la propagación del pulso del problema 1 es solución de la ecuación $\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ (ecuación de onda en una dimensión), determinando el correspondiente valor de v. ¿Cualquier función de la forma $f(x \pm vt)$ es solución de la ecuación de onda?

   (b_1) ¿Bajo qué aproximaciones puede obtenerse la ecuación anterior a partir de las leyes de Newton, para el caso de una cuerda tensa? ¿De qué magnitudes depende la velocidad de las ondas que se propagan? ¿Qué propiedades debe tener la cuerda para que no se disipe la energía? (b_2) Verificar si las ondas de los problemas anteriores pueden ser compatibles con la validez de la ecuación de onda (en particular, recordar que en el caso del problema 3 los ejes están representados en escalas diferentes). ¿Qué ocurriría si en algún caso la amplitud del pulso fuera del mismo orden (o mayor) que su ancho?

5. En la superficie de un lago se propagan pequeñas olas que pueden describirse en términos de una onda armónica unidimensional transversal. En un dado sistema de ejes coordenados la propagación de esta onda viene dada por la función $y(x,t) = A\,\mathrm{sen}\,(k\,x - \omega t + \pi/4)$. La velocidad de propagación de la onda es de 15 cm/s, su amplitud es $A = 8$ cm y la distancia entre cresta y cresta es de aproximadamente 75 cm.

   (a) ¿Qué significa que la onda sea transversal? ¿Cuál es la máxima distancia que puede desplazarse una molécula de agua respecto de la superficie no perturbada?

   (b) Escribir la expresión $y(x,t)$ en la forma $f(x - vt)$. ¿En qué dirección y sentido se propaga la onda?

   (c) Determinar la longitud de onda y la frecuencia de la onda armónica. Hallar el número de onda k y la frecuencia angular ω. ¿Cuál es el significado físico de la constante $\pi/4$ en el argumento del seno?

   (d) Graficar la superficie del agua (es decir, y versus x) para el instante $t = 0$. ¿Cuál es la altura de una molécula de agua de la superficie ubicada en $x = 20$ cm? Repetir el gráfico, ahora para $t = 1$ s, determinando nuevamente la altura de la molécula ubicada en $x = 20$ cm. ¿Es ésta la misma molécula que se consideró anteriormente?

(e) Describir el movimiento de la molécula de agua ubicada en $x = 20$ cm. ¿De qué tipo de movimiento se trata? ¿Qué parámetros lo caracterizan? Determinar la velocidad de esta molécula en el instante $t = 0$. ¿Cuál es la máxima velocidad que puede alcanzar esta molécula? ¿Y las demás moléculas de la superficie? ¿Cuántas veces por segundo se encuentra una molécula en la cresta de una ola?

(f) En general, en un la superficie de un lago se propagan ondas bidimensionales. ¿Bajo qué aproximación podría ser válida la descripción en términos de una onda unidimensional, como se propone en este problema?

6. En una cuerda tensa se desea producir una onda transversal armónica que se propague con una velocidad de 40 m/s. Para ello se mueve uno de los extremos de la cuerda con un movimiento armónico simple de 1 cm de amplitud, y una frecuencia de 15 Hz. La cuerda es uniforme, tiene 7 m de longitud y una masa total de 50 g.

   (a) ¿A qué tensión debe estar sometida la cuerda?

   (b) Eligiendo un sistema de ejes coordenados, obtener una función $y(x,t)$ que describa a la onda cuando ésta está a punto de alcanzar el otro extremo de la cuerda. ¿Qué ocurrirá luego?

   (c) Determinar la máxima velocidad que puede alcanzar cada pequeña porción de cuerda.

   (d) ¿Cómo se modificaría la onda si la tensión de la cuerda fuera el doble de la hallada en el ítem (a)? Indicar si se verían modificadas su frecuencia, su longitud de onda y/o su amplitud.

7. Dos ondas con la misma frecuencia y longitud de onda, ambas de amplitud A, viajan en la misma dirección produciéndose interferencia entre ambas.

   (a) Encontrar la amplitud de la onda resultante si la diferencia de fase entre las ondas es de $\pi/2$ radianes. ¿Es la resultante también una onda armónica?

   (b) Calcular la diferencia de fase necesaria para que la amplitud resultante sea $3A/2$, A y $A/2$. ¿Qué sucede si la diferencia de fase es de π radianes?

8. Describir lo que sucede con la energía transportada por una onda transversal sobre una cuerda cuando en un dado punto ésta está unida a otra cuerda de mayor densidad lineal de masa. Para el caso de un pulso como los de los problemas 1 y 2, analizar qué ocurrirá con la forma del pulso y con su velocidad de propagación a ambos lados de la interfase. Si se propaga una onda armónica, ¿que ocurre con la frecuencia, la longitud de onda, la fase y la amplitud cuando la onda alcanza el punto de contacto entre las cuerdas?

Videos: recomendamos ver y discutir con los docentes el video "Ondas transversales y longitudinales", disponible en la página web de la materia. Se trata de un breve video donde se muestra la propagación de ondas transversales y longitudinales en un muelle.

Simulaciones: recomendamos ejecutar y discutir con los docentes la simulación "Ondas transversales en una dimensión", que puede descargarse desde la página web de la materia.

Algunos resultados: 1b) $(x_M, y_M) = (0, 2\text{ cm}), (3\text{ cm}, 2\text{ cm}), (6\text{ cm}, 2\text{ cm})$; 1c) $v = 3$ cm/s; 1e) $u_y = -0.98$ cm/s, 0, -0.98 cm/s; 2) $y(3\text{ m}, 1\text{ s}) = 0.11$ m, $u_y = -0.44$ m/s; 3b) $v = 1.5$ m/s; 5a) $d_{\text{máx}} = 8$ cm; 5c) $\lambda = 75$ cm, $f = 0.2$ Hz, $k = 8.38\text{ m}^{-1}$, $\omega = 1.26$ rad/s; 5d) $h(t=0) = 5.03$ cm, $h(t = 1\,\text{s}) = 7.47$ cm; 5e) $|\vec{u}| = 7.83$ cm/s, $|\vec{u}|_{\text{máx}} = 10.1$ cm/s; 6a) $|\vec{T}| = 11.4$ N; 6c) $|\vec{u}|_{\text{máx}} = 0.94$ m/s; 7a) $A_{\text{res}} = \sqrt{2}\,A$; 7b) $\Delta\phi = 1.44$ rad, $2\pi/3$ rad, 2.64 rad.