Física I - Cibex Año 2021

Trabajo Práctico 3

Ejercicios obligatorios

1. Una partícula tiene un vector posición dado por $\vec{r}(t) = (10\text{ m} + 2\text{ m/s}^2\, t^2)\,\check{\imath} + 8\text{ m/s}^4\, t^4\,\check{\jmath}$. a) Determinar los vectores velocidad y aceleración en función del tiempo. ¿Es éste un movimiento uniformemente acelerado? b) Hallar y graficar la curva que describe la trayectoria de la partícula en el plano xy.

2. El vector posición de una partícula viene dado por $\vec{r}(t) = A\,t\,\check{\imath} + (B\,t + C)\,\check{\jmath}$, donde $A = 5$ m/s, $B = 10$ m/s y $C = 2$ m. a) Graficar la trayectoria de la partícula. b) Hallar módulo y dirección del vector velocidad $\vec{v}$ de la partícula, mostrando que éste es paralelo a la trayectoria. c) Graficar las componentes $x(t)$ e $y(t)$ del vector posición $\vec{r}(t)$.

3. Un cuerpo se mueve en el plano xy con aceleración constante $a = 10$ m/s^2 en el sentido de $\check{\imath}$. Si en $t = 1$ s el cuerpo se encuentra en $\vec{r}(t = 1\text{s}) = 8\text{ m}\,\check{\imath} + (-1)\text{ m}\,\check{\jmath}$ y tiene una velocidad $\vec{v}(t = 1\text{s}) = 13\text{ m/s}\;\check{\imath} - 1\text{ m/s}\;\check{\jmath}$, a) calcular la posición del cuerpo en función del tiempo y b) hallar y graficar la curva que describe la trayectoria del cuerpo en el plano xy.

4. Una partícula se mueve en el plano xy con aceleración constante. Para $t = 0$ la partícula se encuentra en la posición $\vec{r}_0 = 4\text{ m}\,\check{\imath} + 3\text{ m}\,\check{\jmath}$. Para $t = 2$ s la partícula se ha desplazado a la posición $\vec{r}_1 = 10\text{ m}\,\check{\imath} - 2\text{ m}\,\check{\jmath}$ y su velocidad ha cambiado en $\Delta\vec{v} = 5\text{ m/s}\,\check{\imath} - 6\text{ m/s}\,\check{\jmath}$. a) Calcular la aceleración de la partícula. b) Hallar la velocidad de la partícula en función del tiempo, $\vec{v}(t)$. c) Hallar la posición de la partícula en función del tiempo, $\vec{r}(t)$. (Atención: sólo si la aceleración es constante, aceleración instantánea y aceleración media coinciden).

5. Un cañón apoyado sobre el suelo plano y ajustado con un ángulo de tiro de 45° dispara balas con velocidad inicial de 150 m/s. a) ¿A qué altura máxima llegarán estas balas? b) ¿Cuánto tiempo estarán en el aire antes de chocar contra el suelo? c) ¿Cuál es el alcance horizontal del cañón? (Despreciar la altura del cañón).

6. Una moto debe cruzar una zanja. Para que pueda pasar por sobre ella, se ha construido una rampa con una inclinación de 10°. Si la distancia horizontal que debe atravesar la moto para alcanzar el otro lado es de 7 m, ¿con qué velocidad debe abandonar la rampa? (Suponer que la altura a la que abandona la rampa es la misma a la que llega del otro lado de la zanja). **Nota:** No olvidar que el uso del casco es obligatorio al conducir una moto.

7. Un fusil dispara balas que salen del arma con una velocidad de 250 m/s. Para que una bala choque contra un blanco situado a 100 m de distancia y al mismo nivel que la boca del arma, el fusil debe apuntar a un punto situado por encima del blanco. Determinar la altura sobre el blanco a la cual debe apuntar. (Despreciar la resistencia del aire).

8. Un cazador apunta a una ardilla que se encuentra en la rama de un árbol. En el momento en que el cazador dispara su rifle la ardilla se asusta, dejándose caer de la rama. Demostrar que, desafortunadamente para la ardilla, el cazador da en el blanco.

9. Un muchacho que está a 4 m de una pared vertical lanza contra ella una pelota. La pelota sale de su mano a 2 m por encima del suelo con una velocidad inicial $\vec{v} = (10\,\check{\imath} + 10\,\check{\jmath})$ m/s. Cuando la pelota choca con la pared se invierte la componente horizontal de su velocidad, mientras que no cambia su componente vertical. ¿A qué distancia de la pared chocará la pelota contra el suelo?

10. Un jugador patea una pelota hacia la meta, con una velocidad inicial de 20 m/s y con un ángulo de elevación de 45°. Un jugador que está en el mismo plano en que se mueve la pelota, $55\,m$ más próximo a la meta que el primero, empieza a correr con velocidad constante, en el mismo instante, para recogerla; ¿cuál deberá ser el mínimo módulo de su velocidad para que alcance la pelota antes de que ésta llegue al suelo?

11. Un aeroplano está volando horizontalmente a una altura h con una velocidad v. En el instante en que el aeroplano está directamente sobre un cañón antiaéreo, el cañón dispara al aeroplano. Calcular la velocidad mínima v_0 y el ángulo de apunte α que requiere el proyectil para darle al aeroplano.

12. Un aeroplano vuela horizontalmente a una altura de 1 km y con una velocidad de 200 km/h. Deja caer una bomba que debe dar en una barco que viaja en la misma dirección y sentido a una velocidad de 20 km/h. Demostrar que la bomba debe dejarse caer cuando la distancia horizontal entre el aeroplano y el barco es aproximadamente 715 m. Resolver el mismo problema para el caso en el cual el barco se está moviendo en sentido opuesto.

13. Una partícula se está moviendo a lo largo de una parábola de la forma $y = x^2\, m^{-1}$ de modo tal que, en cualquier instante, $v_x = 4$ m/s. Calcular módulo , dirección y sentido del vector velocidad y del vector aceleración en el punto $x = 2$ m.

14. La brújula de un barco indica que está navegando hacia el norte, y la corredera señala que su velocidad respecto al agua es de 20 nudos. Si existe una corriente de 5 nudos hacia el este. a) ¿Cuál será la velocidad del barco respecto a tierra? b) ¿En qué dirección deberá el piloto fijar su rumbo para dirigirse hacia el norte? ¿Cuál sería entonces su velocidad respecto a tierra? Nota: 1 nudo = 1.852 km/h.

15. Las gotas de lluvia que caen verticalmente sobre el suelo marcan huellas sobre las ventanillas de un tren, cuya velocidad es de 20 km/h, inclinadas 30 grados respecto a la vertical. a) ¿Cuál es la componente horizontal de la velocidad de una gota respecto al suelo? , y ¿respecto al tren? b) ¿Cuál es la velocidad de las gotas respecto al suelo, y ¿respecto al tren?

16. Un río fluye en dirección oeste-este, con una velocidad de 3 m/s. Un muchacho nada hacia el norte a través del río con una velocidad de 2m/s relativa al agua. ¿ Cuál es la velocidad del muchacho respecto a la orilla?

Ejercicios opcionales

1. Un cocodrilo está en la orilla de un río, acechando a una cebra que está tomando agua en la orilla opuesta, a $20\,m$ de su coordenada a lo largo del río. El cocodrilo viaja a distintas velocidades (constantes) en el agua y en la tierra. El tiempo que le toma al cocodrilo llegar hasta la cebra puede ser minimizado si nada hasta un punto en la orilla opuesta que está a una distancia x a lo largo de la orilla y, luego, camina hasta la cebra. El tiempo, en décimas de segundo, que le toma al cocodrilo llegar a la cebra, está dado por $t(x) = 5\sqrt{36 + x^2} + 4(20 - x)$. ¿Qué es cada uno de estos dos términos? ¿Cuál es el ancho del río?) a) Calcular el tiempo que le toma al cocodrilo llegar a la cebra si nada la distancia más corta posible (cruza el rio perpendicularmente y corre por tierra $20\,m$). b) Calcular el tiempo que le toma al cocodrilo si no viaja por tierra. c) Entre estos dos tiempos hay un valor de x que minimiza el tiempo. Calcular este valor de x (dt/dx = 0 y despejar x) y el tiempo correspondiente en décimas de segundo.

2. Una partícula que se mueve en el plano xy tiene una aceleración constante $\vec{a}$, con $a_x = 6$ m/s^2 y $a_y = 4$ m/s^2. En el instante $t = 0$ la partícula está en reposo en la posición $\vec{r}_0 = 100$ m $\check{\imath}$. a) Hallar los vectores posición y velocidad en un instante cualquiera t. b) Hallar la ecuación de la trayectoria en el plano xy y representarla gráficamente. Comparar con la curva obtenida en el problema anterior. Explicar.

3. Si una piedra es arrojada desde un altura H con un vector velocidad inicial que forma un ángulo θ con el eje horizontal. Al momento de chocar la piedra contra el suelo, ¿depende el módulo del vector velocidad del ángulo θ?

4. a) Demostrar que el alcance de un proyectil que tiene una velocidad inicial cuyo módulo es v_0 y un ángulo de elevación θ es $R = \frac{v_0^2}{g} sen(2\theta)$, ¿para qué ángulo de elevación es máximo dicho alcance?
   b) ¿Qué relación hay entre los alcances y entre los tiempos de impacto para ángulos de elevación $\frac{\pi}{4} + \alpha$ y $\frac{\pi}{4} - \alpha$?
   c) Demostrar que la altura máxima del proyectil es $y_M = \frac{(v_0 sen(\theta))^2}{2g}$.
   d) Determinar cuál es el ángulo de elevación de un cañón para que el alcance y la altura máxima de un proyectil sean iguales.

5. Se desea hacer pasar una pelota de rugby sobre un larguero ubicado a una altura H y a una distancia horizontal D del punto donde se patea la misma. Sea θ el ángulo que forma el vector velocidad inicial de la pelota con la horizontal. Demostrar que hay un ángulo mínimo $\theta_{\min}$ tal que si la pelota es pateada con un ángulo de elevación menor que $\theta_{\min}$, no importa cuán grande sea su velocidad inicial, la pelota no pasará por encima del larguero.