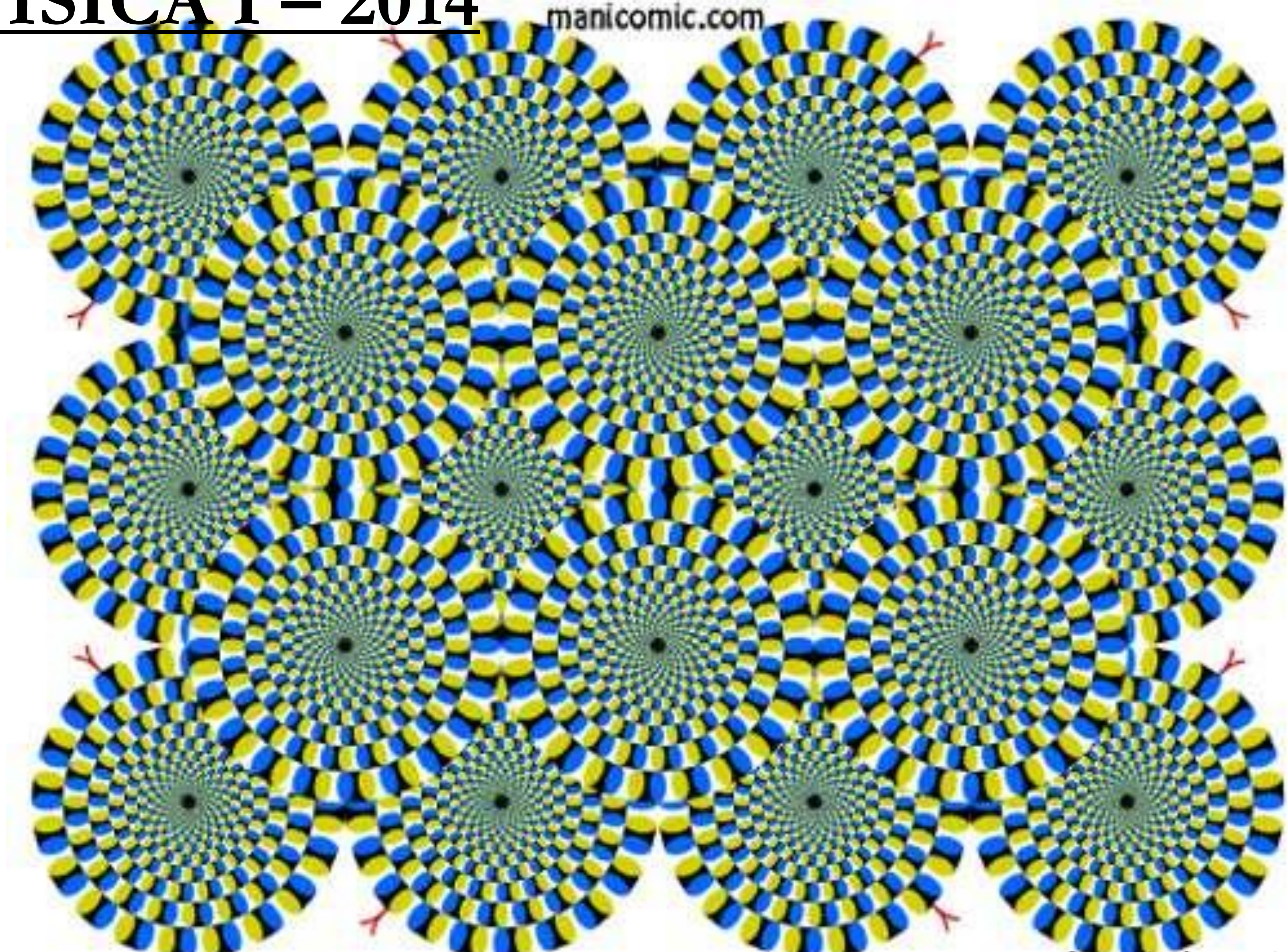
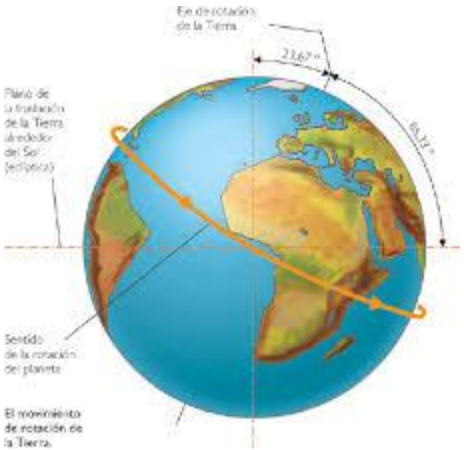
FÍSICA I – 2014

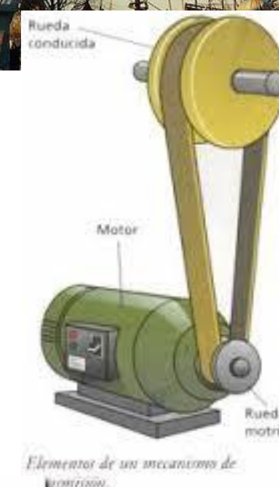


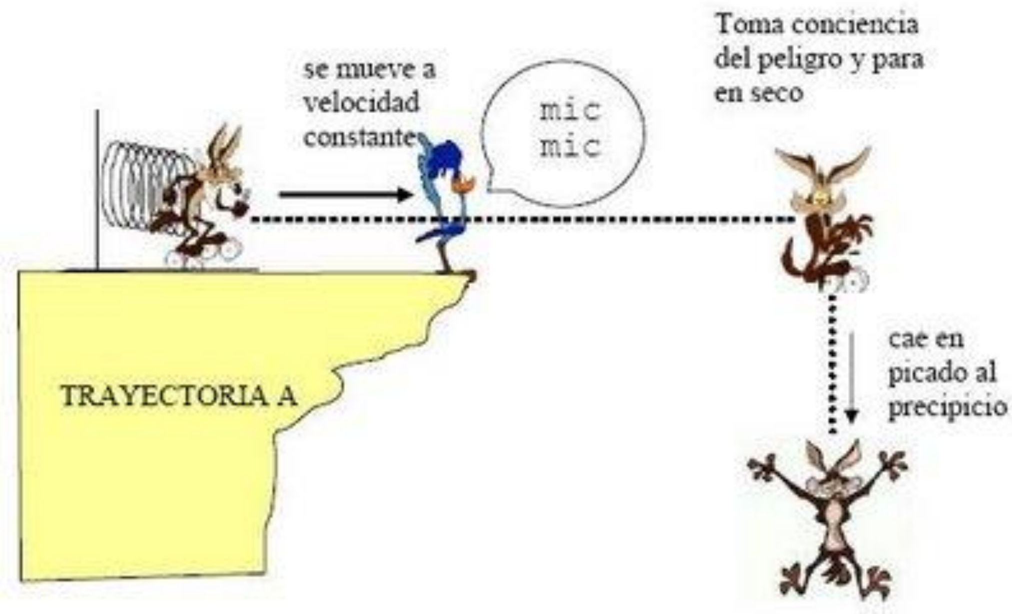
CLASE 9

Movimiento circular



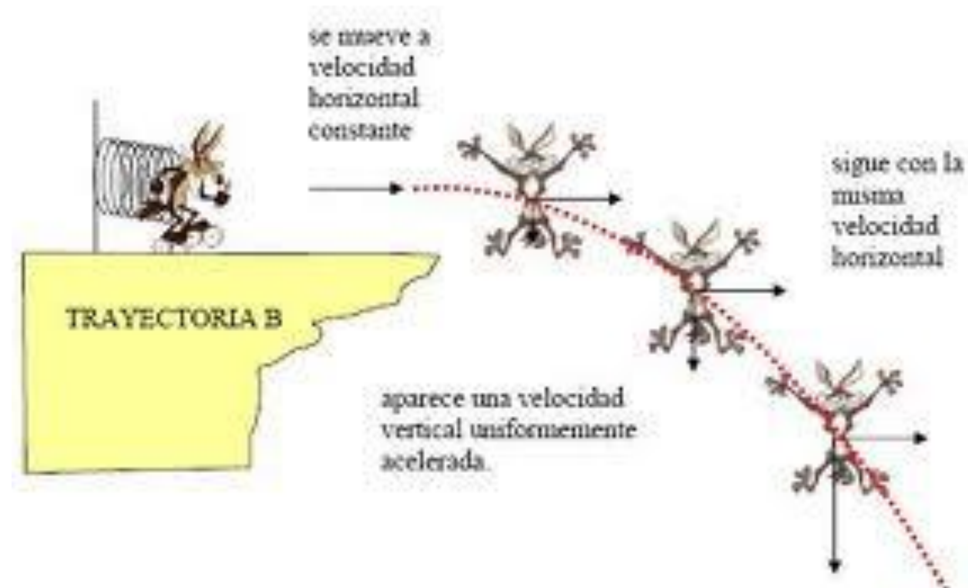
Es el más común en la naturaleza y la vida cotidiana





La trayectoria A sólo ocurre en dibujos animados.

En la realidad, se observa una trayectoria parabólica, la B.



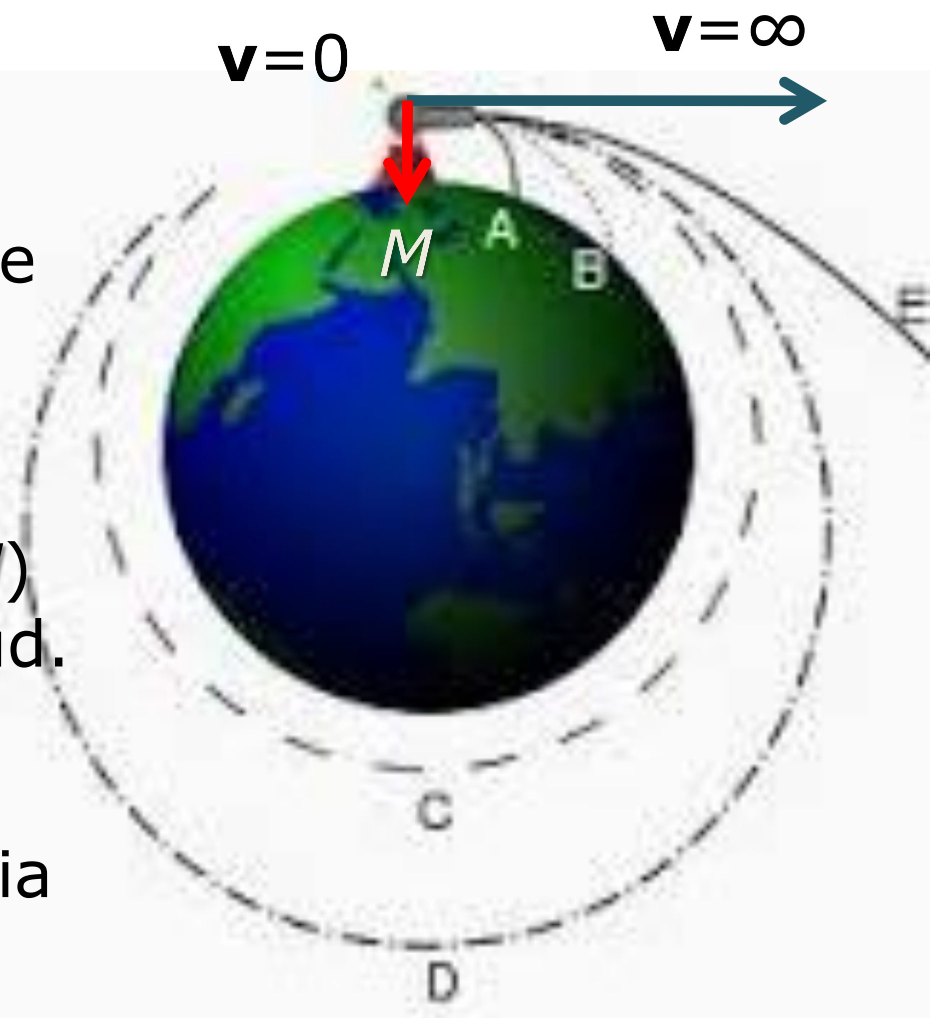
Movimiento circular

- De acuerdo a la 1^{ra} ley de Newton, si la fuerza neta sobre un cuerpo es nula, éste recorre una trayectoria recílínea a **v**=cte

- La influencia de la fuerza sobre ese movimiento dependerá de la dirección de la fuerza.

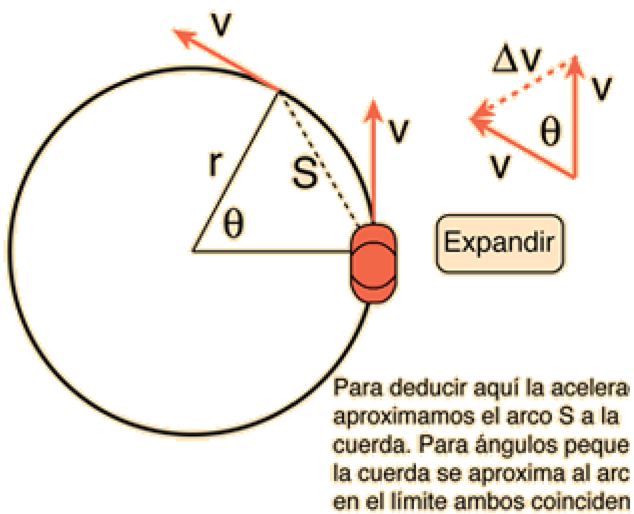
- Si la fuerza tiene la dirección de la velocidad (*M*) solo se modifica su magnitud.

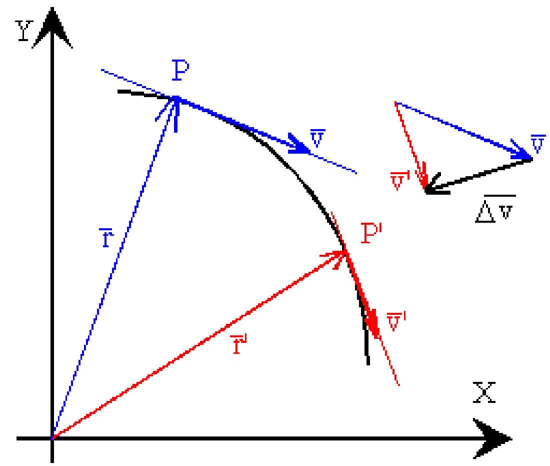
- Es necesario una fuerza perpendicular a la trayectoria para modificar su dirección.



¿Qué característica tiene esta fuerza?

Consideremos una partícula que se mueve siguiendo una trayectoria circular.





$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

Para Δt pequeño es perpendicular a la velocidad, dirigida hacia el centro de la circunferencia

$$\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r} \cong \frac{|\Delta\vec{v}|}{v}$$

Por triángulos semejantes

$$\Delta\theta = \frac{v\Delta t}{r} \cong \frac{|\Delta\vec{v}|}{v} \Rightarrow \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

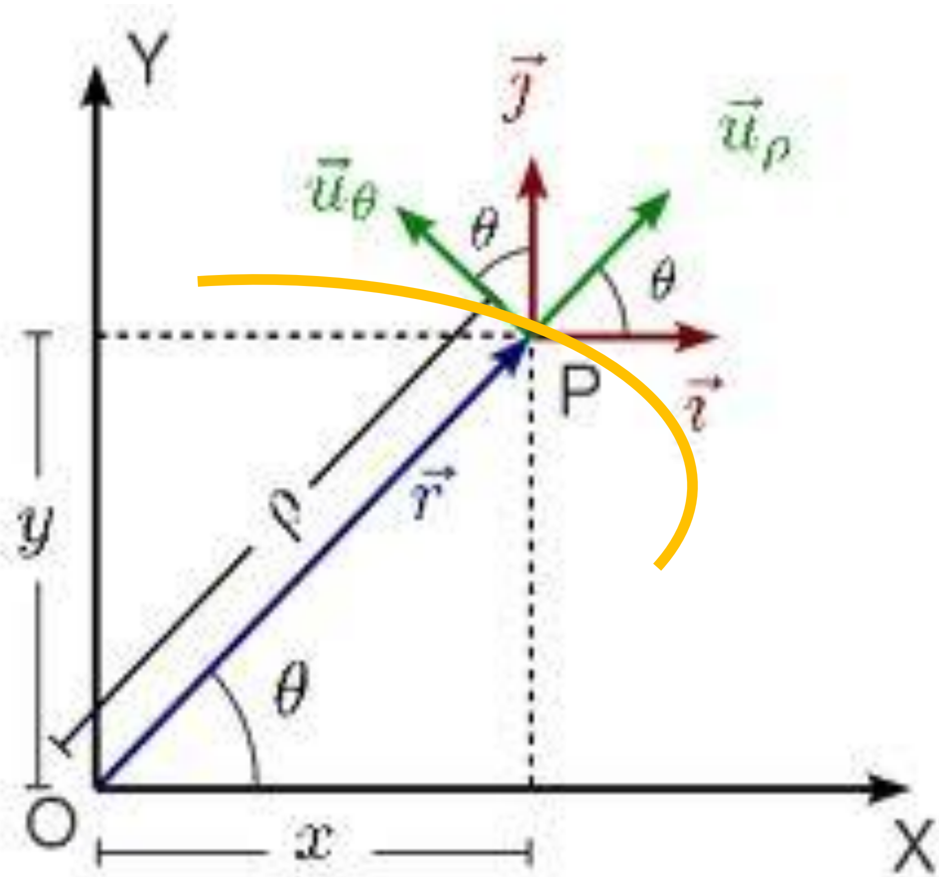
$$|\vec{a}| = \frac{v^2}{r}$$

aceleración centrípeta

Coordenadas polares

Consideremos una partícula que describe una trayectoria arbitraria, su vector posición ***r***:

$$\vec{r} = x\breve{i} + y\breve{j}$$



Donde ***x*** e ***y*** son las coordenadas cartesianas:

$$x = r\cos\theta$$

$$y = rsen\theta$$

Mientras que ***r*** y ***θ*** son las coordenadas polares ***:***

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$tg\theta = \frac{sen\theta}{\cos\theta} = \frac{y}{x}$$

Cuando un cuerpo describe una trayectoria arbitraria, no rectilínea, variarán r y θ, luego definimos:

$$v_r = \frac{dr}{dt}$$ Velocidad radial

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$ Velocidad angular

$$[\theta] = rad$$
$$[\omega] = rad/s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; f = \frac{1}{T} \Rightarrow \omega = 2\pi f$$

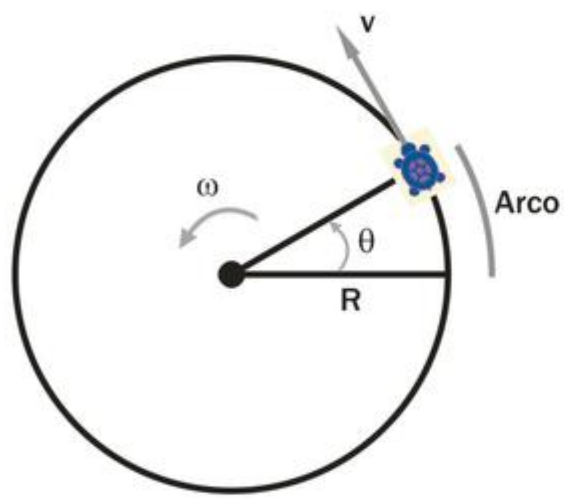
$$2\pi rad \rightarrow 1 rev \rightarrow 360^{\circ}$$

T: período, es el tiempo que tarda el objeto en dar una vuelta completa.
f: frecuencia

$$[T] = s$$
$$[f] = 1/s$$

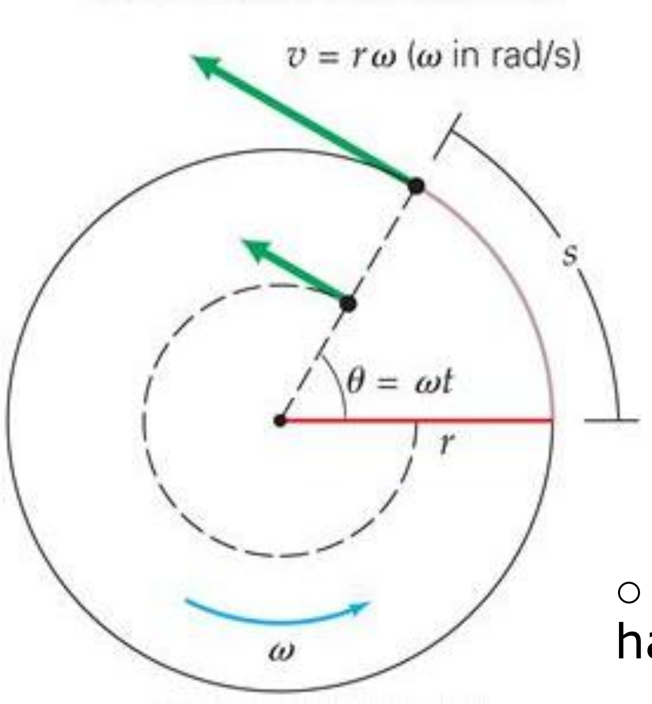
Si la trayectoria es una circunferencia, r=cte

$$v_r = \frac{dr}{dt} = 0$$



Movimiento circular

- Si una partícula se mueve sobre un circulo de radio A con velocidad angular ω:



$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Delta s = r\Delta\theta \Rightarrow \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} r\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v_t = r\omega$$ velocidad tangencial

- Si la velocidad angular ω no es constante, habrá una aceleración dada por:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$ aceleración angular

Ecuaciones de movimiento circular

Para el movimiento circular en el plano,podemos establecer las siguientes analogías con el movimiento unidimensional:

$$x \to \theta$$

$$v \to \omega$$

$$a \to \alpha$$

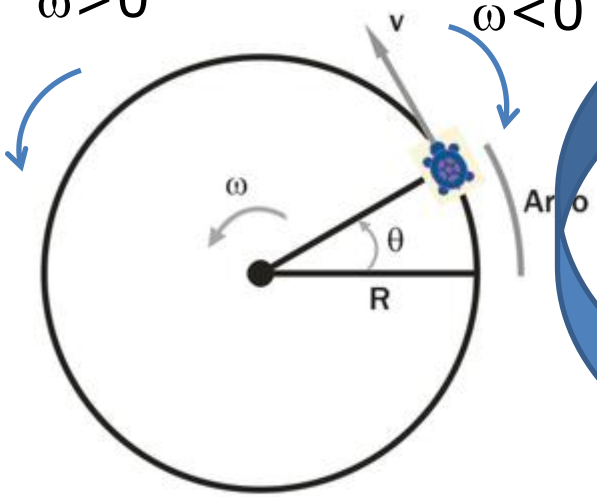
$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$ velocidad angular media

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$ velocidad angular instantánea

$$\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$ aceleración angular media

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$ aceleración angular instantánea

$\omega>0$ $\omega<0$

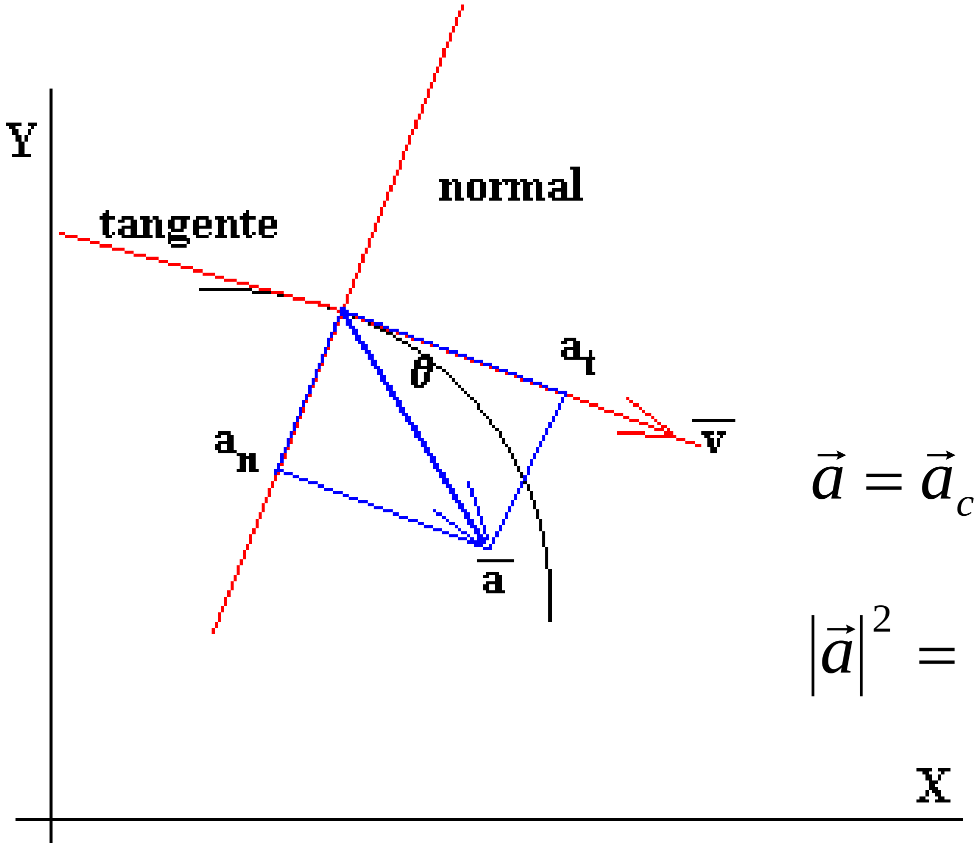


$$\theta = \theta_0 + \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

Habrá dos sentidos de rotación.

Ecuaciones de movimiento circular



$$|\vec{a}_c| = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

$$|\vec{a}_t| = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t$$

$$|\vec{a}|^2 = (\omega^2 r)^2 + (r\alpha)^2 = \left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + (r\alpha)^2$$

Al aplicar la 2da ley de Newton:

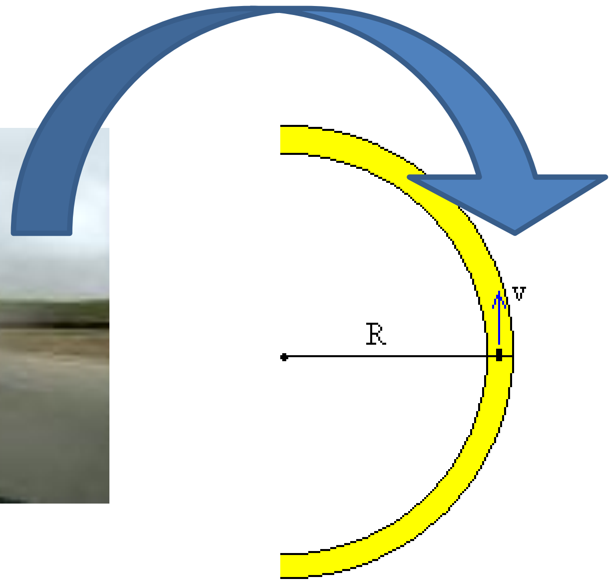
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

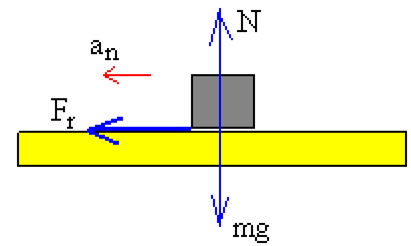
$$\sum F_r = ma_c$$

$$\sum F_t = ma_t$$

Ejemplos

Movimiento de un cuerpo en una pista circular de radio R=30cm con roce. (μ_e=0.6). Calcular la máxima velocidad sin que deslice el coche.





$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

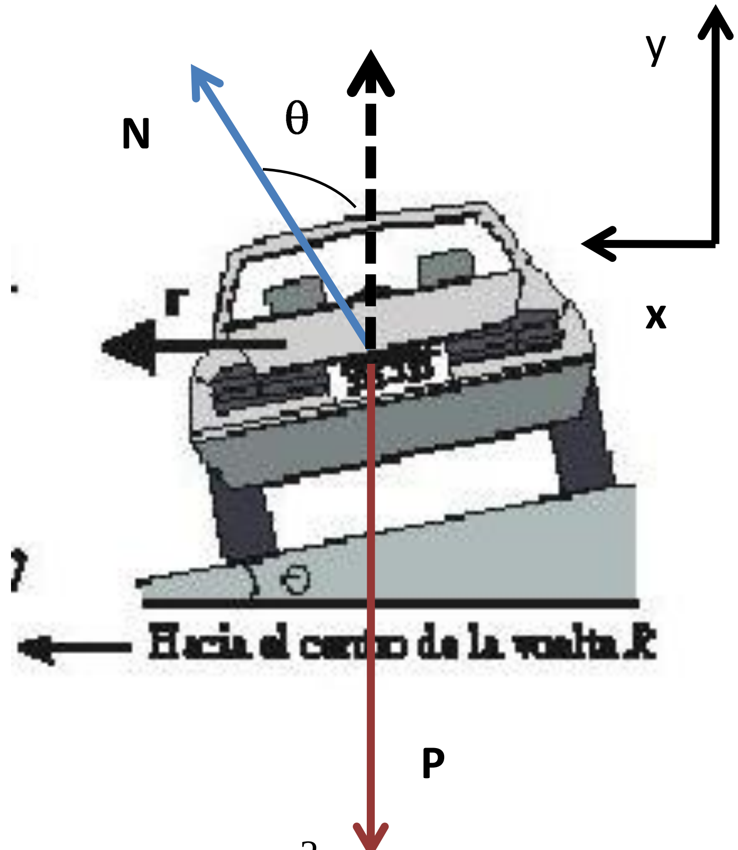
$$\sum F_x = f_r = f_{r,e\max} = \mu_e N = ma_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_e R g}$$

$$\sum F_y = N - P = 0$$

Ejemplos

Movimiento de un cuerpo en una pista circular sin roce con peralte.



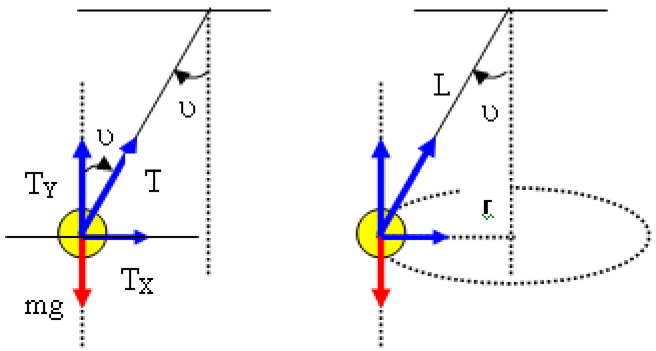
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

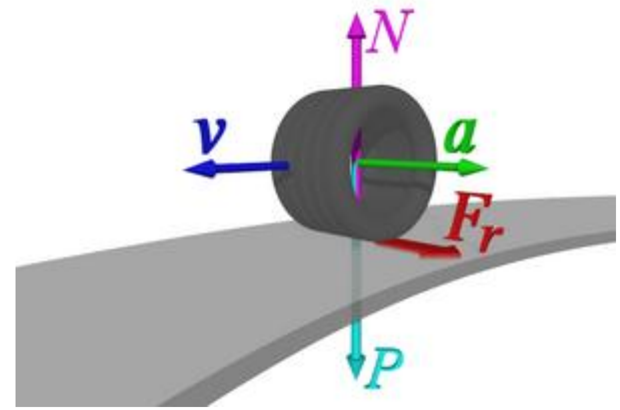
$$\sum F_x = N sen\theta = m a_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$\sum F_y = N\cos\theta - P = 0$$

$$\boxed{tg\theta = \frac{v^2}{Rg}}$$

Ejemplos


υ
υ
T
T_Y
T_X
mg
L
υ
r


N
v
a
F_r
P


WENZHOU LIANYING TEACHING INSTRUMENT CO.,LTD
www.lianying.eu

Ejemplos

http://web.educastur.princast.es/proyectos/fisquiweb/Dinamica/sistnoiner.htm