FÍSICA I – 2014

CLASE 15

Mecánica de fluidos

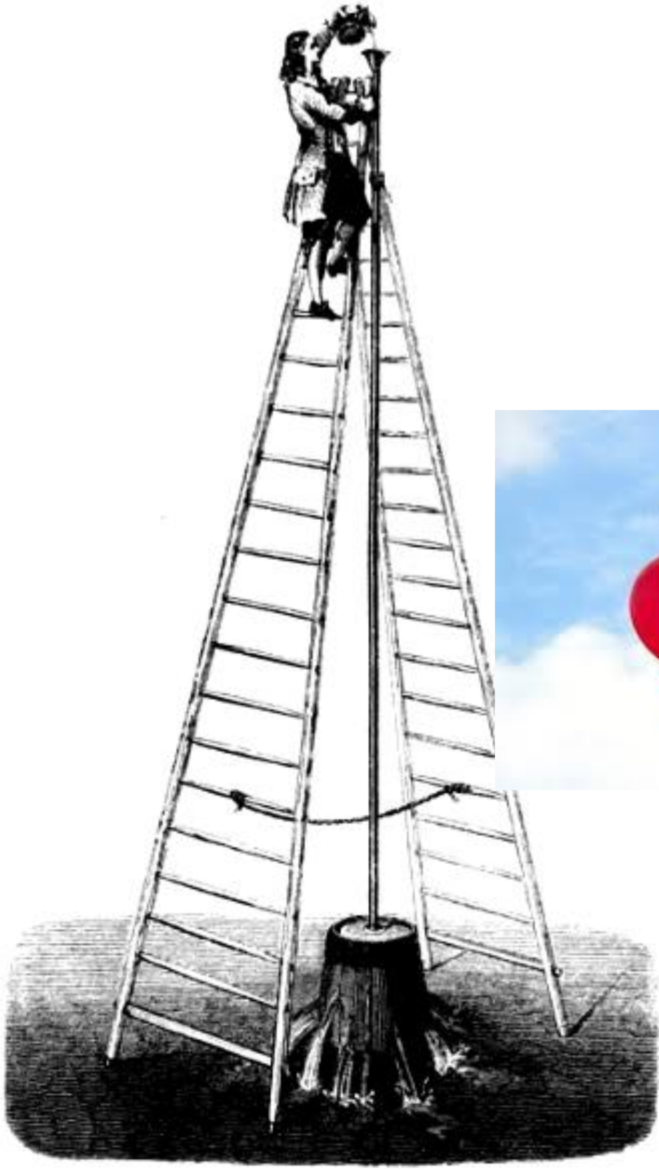


Fig. 45.—Hydrostatic paradox. Pascal's experiment.

Experimento del barril de Pascal, 1646.

Mecánica de fluidos

Estados de la materia

sólido

líquido

gaseoso

¿Qué es un fluido?

Presión en un fluido

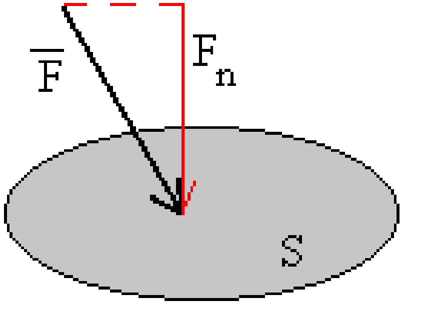
La fuerza que ejerce un fluido en equilibrio sobre un cuerpo sumergido en cualquier punto es perpendicular a la superficie del cuerpo.

El cociente entre la componente normal de la fuerza sobre una superficie y el área de dicha superficie se denomina presión:

$$p = \frac{F_n}{S}$$

La unidad de medida recibe el nombre de *pascal* (Pa):

En el S.I. 1Pa=1N/m^2



1 atm=101,325 kPa

La presión es una magnitud escalar y es una característica del punto del fluido en equilibrio, que dependerá únicamente de sus coordenadas.

Presión en un fluido

La presión tiende a comprimir al cuerpo: $B = -\dfrac{p}{\dfrac{\Delta V}{V}}$ es el módulo de compresibilidad.

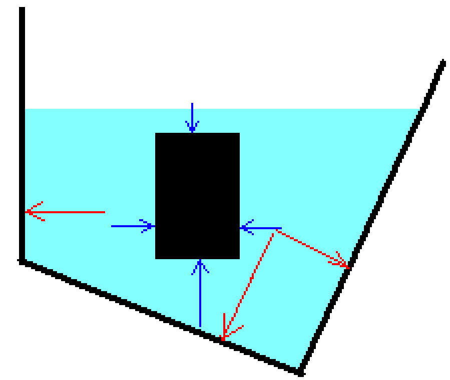
La inversa es la compresibilidad: $k = -\dfrac{1}{B} = -\dfrac{\Delta V / V}{p}$

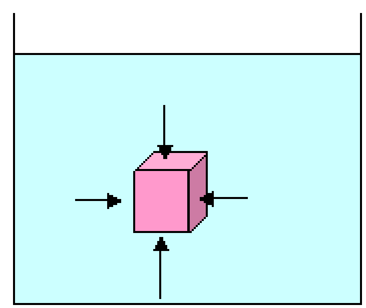
Líquidos y sólidos, k pequeños, B grandes

Gases se comprimen fácilmente, k,B=f(T,p)

Fuerzas debidas a la presión en un fluido

En la figura, se muestran las fuerzas que ejerce un fluido en equilibrio sobre las paredes del recipiente y sobre un cuerpo sumergido. En todos los casos, la fuerza es perpendicular a la superficie, su magnitud y el punto de aplicación se calculan a partir la *ecuación fundamental de la estática* de fluidos.

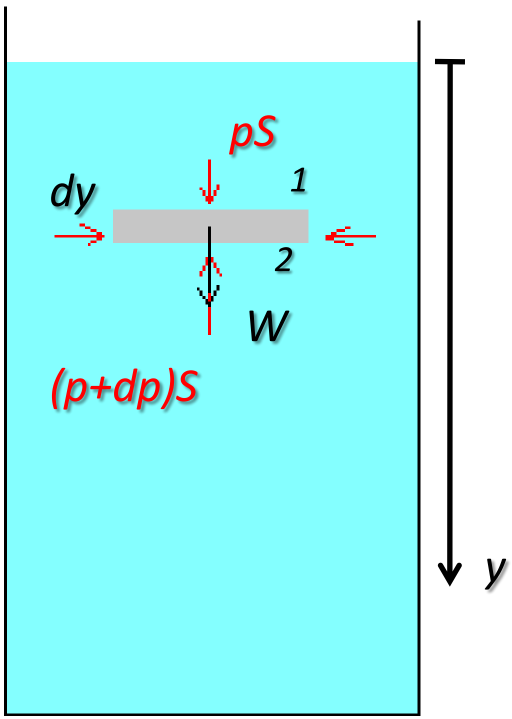




Principio fundamental de la hidrostática

Hemos experimentado que la presión disminuye con la altura y aumenta al sumergirnos en un lago o pileta

Para un fluido en equilibrio: $\sum \vec{F} = 0$



$$(p + dp)S - pS - W = 0$$

$$dpS = W = mg = \delta Vg = \delta Sgdy$$

$$dp = \delta gdy$$

$$\int_1^2 dp = \int_1^2 \delta gdy$$

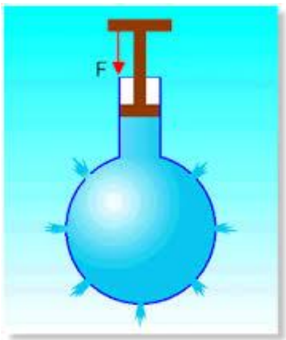
$$p_2 - p_1 = \delta g(y_2 - y_1)$$

$$\boxed{p = p_0 + \delta gy}$$

La presión es independiente de la forma del recipiente y es la misma para todos los puntos a igual profundidad.

Aplicaciones

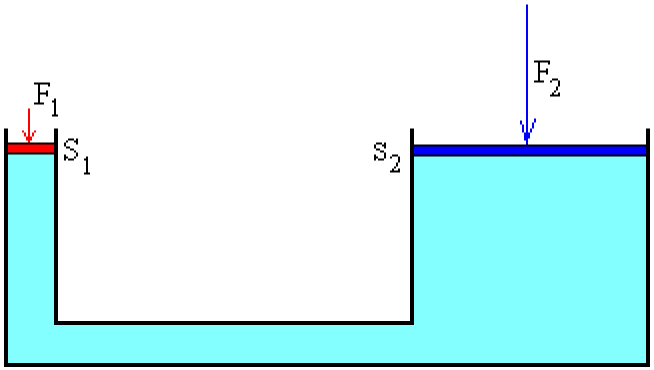
- *Principio de Pascal*: La presión aplicada a un fluido encerrado se transmite a toda porción de fluido y a las paredes del recipiente.



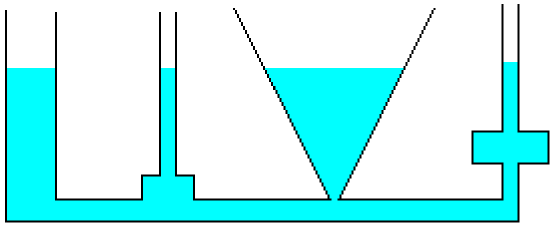
- *Prensa hidráulica*:

$$p_1 = p_2$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$



- *Paradoja hidrostática*:



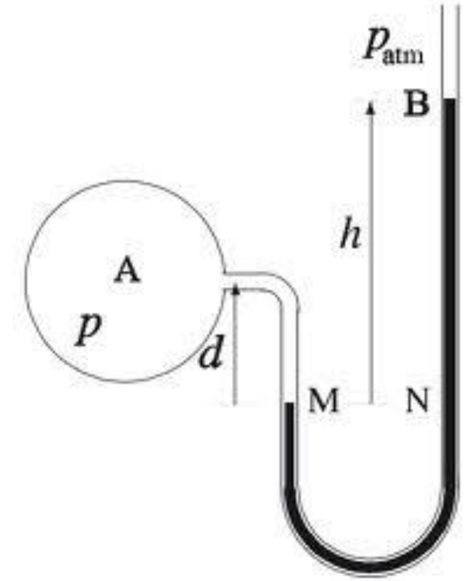
Aplicaciones

- Manómetros

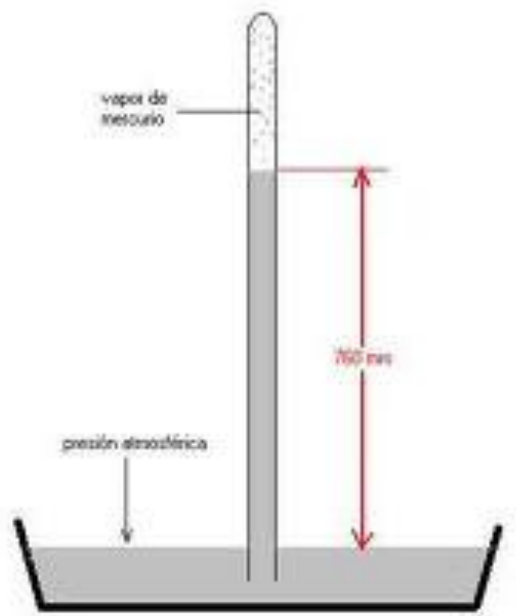
$$p_M = p_N$$

$$p = p_{atm} + \delta gh \rightarrow \textit{presión absoluta}$$

$$p - p_{atm} = \delta gh \rightarrow \textit{presión manométrica}$$



- Experimento de Torricelli



$$p_A = p_{atm} = 0 + \delta gh$$

$$p_{atm} \approx 760 mmHg$$

$$1{,}013x10^6 \, dinas/cm^2 = 1atm = 1013 milibares$$

Principio de Arquímedes

Un cuerpo sumergido en un fluido en equilibrio:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$F_2 - F_1 - mg = 0$$

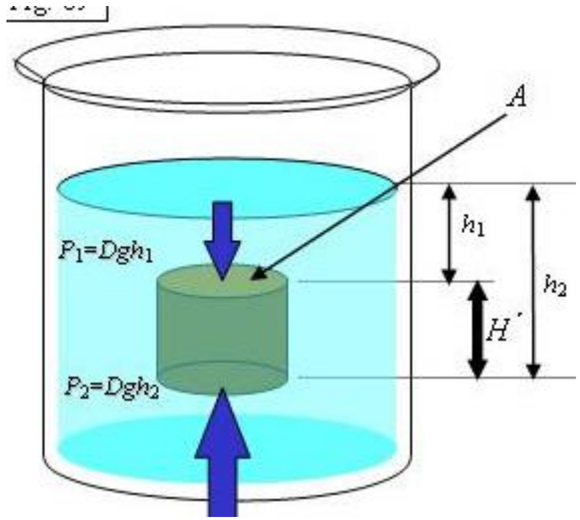
$$F_2 = p_2 A = (p_0 + \delta_L g h_2) A$$

$$F_1 = p_1 A = (p_0 + \delta_L g h_1) A$$

$$F_2 - F_1 = mg = \delta_C g A H$$

$$E = \delta_L g (h_2 - h_1) A = \delta_C g A H$$

$$E = \delta_L g V_s$$

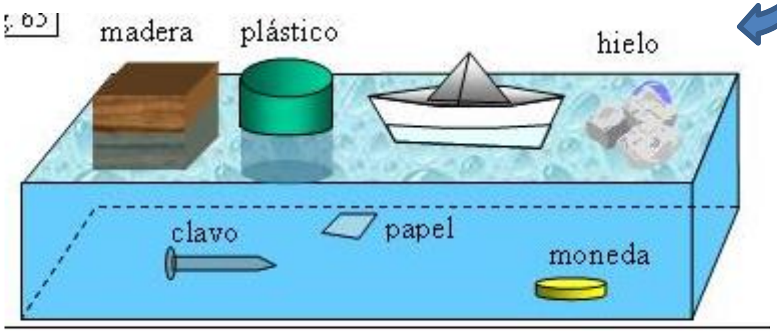


peso del volumen de líquido desalojado.

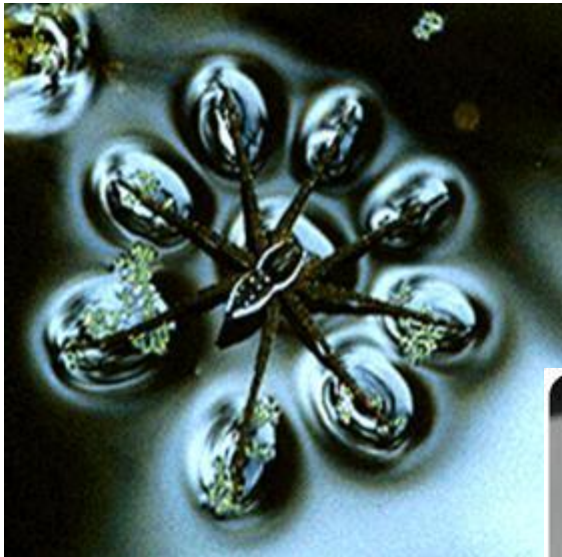
$$\delta_C < \delta_l \Rightarrow flota$$

$$\delta_C > \delta_l \Rightarrow se \quad hunde$$

Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza ascensional (empuje) igual al peso del volumen de líquido desalojado.

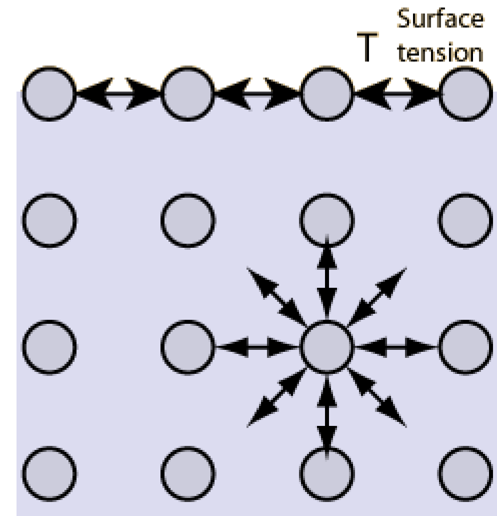


Tensión superficial



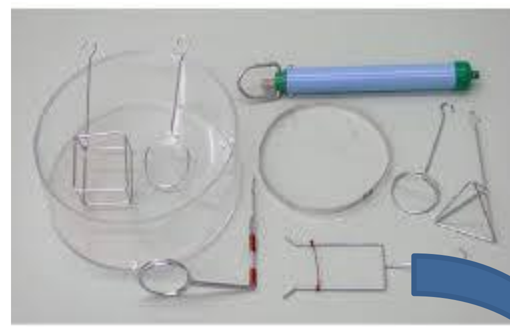
Tensión superficial

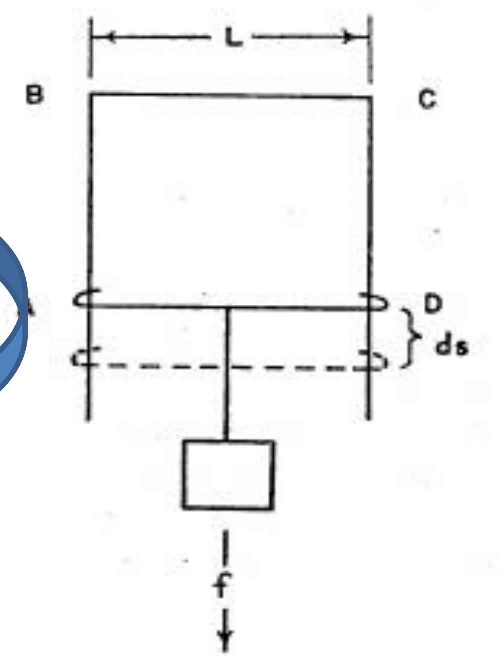
Analicemos las fuerzas entre las moléculas en el interior de un fluido.



La superficie actúa como una membrana elástica:

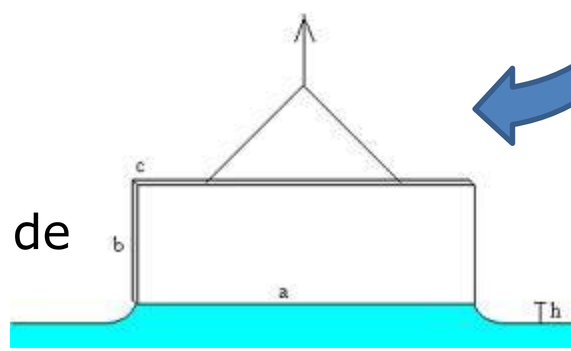
El trabajo que debe realizarse para incrementar la superficie de la película:





$$dW = \gamma dA = \gamma 2Lds = Fds$$

$$F = 2\gamma L$$



$$\gamma = \frac{dW}{dA} = \frac{F}{dl}$$

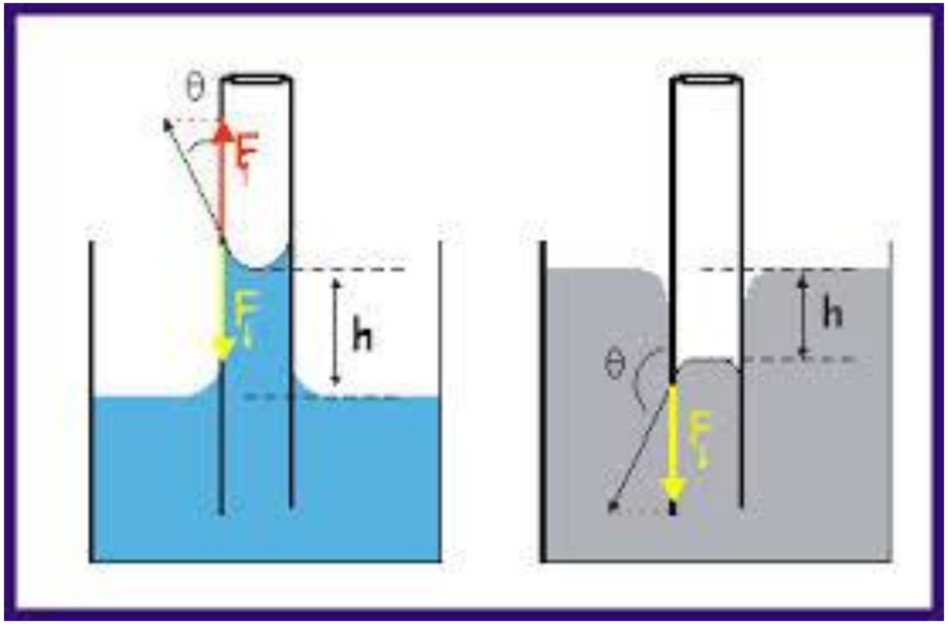
Coeficiente de tensión superficial

Capilaridad

Fuerzas de cohesión: atractivas entre las moléculas del fluido.

Fuerzas adhesivas: entre moléculas del fluido y otro medio, vidrio, aire, etc

Θ_c: ángulo de contacto



Θ_c~0º agua, moja Θ_c~140º Hg, no moja

Ascensión capilar:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$F\cos\theta - mg = 0$$

$$F_{ts} = \gamma L = \gamma 2\pi r$$

$$mg = \delta \pi r^2 hg$$

$$\gamma 2\pi r\cos\theta = mg$$

$$2\gamma \pi r\cos\theta = \delta \pi r^2 hg$$

$$h = \frac{2\gamma\cos\theta}{\delta r g}$$

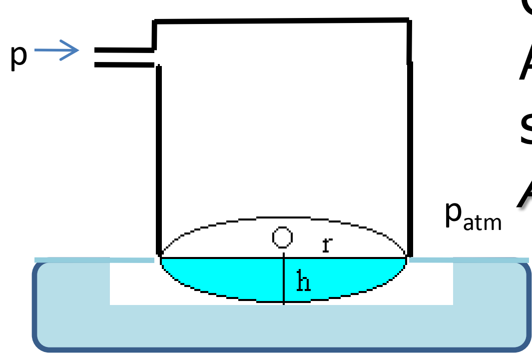
Formación de burbujas

¿Porqué las burbujas son esféricas?

Formación de burbujas

Recordemos que un sistema se encuentra en *equilibrio estable* cuando su *energía potencial es mínima.*

El estado de *equilibrio de un líquido* es aquel en que su superficie adopta el valor mínimo, por tanto, ya que *la superficie esférica* es la mínima para un volumen dado, una gota adopta la forma esférica.



Consideremos un tubo cilindrico de radio R. Al insuflar en el momento en que la burbuja se hace inestable el área del hemisferio es *$A=2\pi R^2$*

El trabajo necesario para incrementar el área en un *$dA=4\pi R dR$* será:

$$dW = FdR = \gamma dA = \gamma 4\pi R dR$$

$$F = (p - p_0)A$$

Tensión superficial

Fuerza debida a la presión

$$dW = (p - p_0)2\pi R^2 dR = \gamma 4\pi R dR$$

$$(p - p_0)R = 2\gamma \Rightarrow \boxed{p = p_0 + \frac{2\gamma}{R}}$$

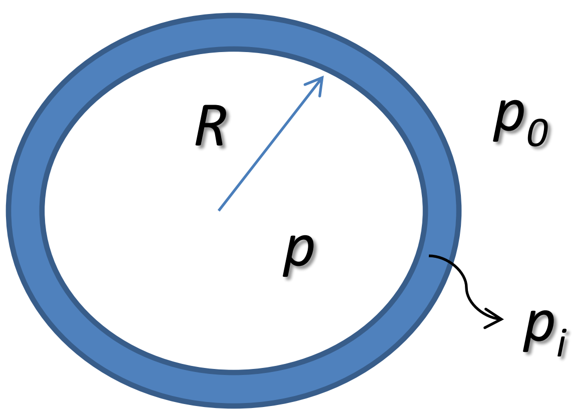
Formación de burbujas

En una superficie curva, la presión sobre la cara convexa es inferior a la existente en la cara cóncava:

$$p = p_0 + \frac{2\gamma}{R}$$ Superficie esférica

$$p = p_0 + \frac{\gamma}{R}$$ Superficie cilindríca

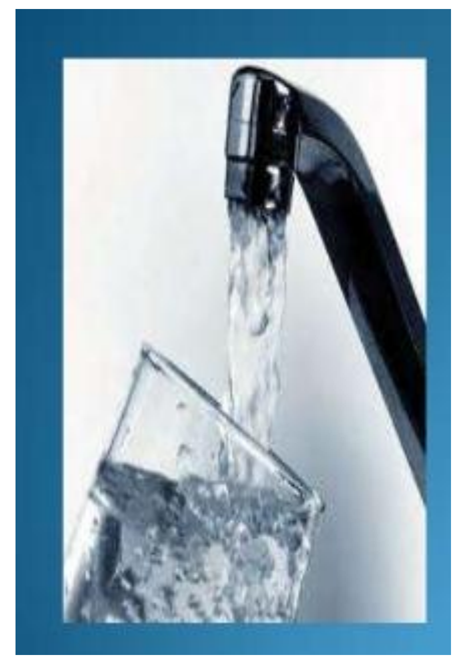
Una burbuja tiene dos superficies esféricas



$$p_i = p_0 + \frac{2\gamma}{R}$$

$$p = p_i + \frac{2\gamma}{R} = \boxed{p_0 + \frac{4\gamma}{R} = p}$$

Hidrodinámica



Hidrodinámica

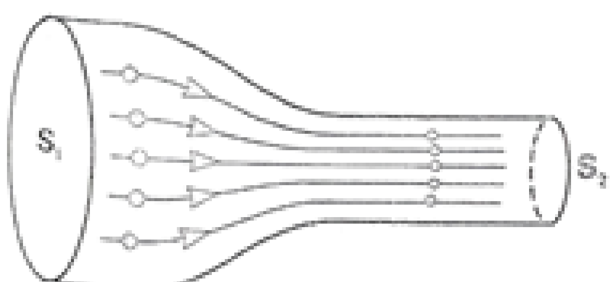
Fluido perfecto: incompresible, sin rozamiento interno, es decir, no viscoso.

Régimen de flujo: las condiciones en las que el fluido fluye a traves de una tubería

Línea de corriente: Es la trayectoria seguida por una partícula del fluido.

✓ En cualquier punto de la línea de corriente, el vector velocidad es siempre tangente a la misma.

✓ La velocidad de una partícula varia, en general, tanto en magnitud como en dirección a lo largo de la línea de corriente, pero en el *régimen estacionario* todas las partículas que pasen por un punto dado *P* tendrán la misma velocidad *v*. Es decir, que en cada punto hay un solo vector velocidad.



Régimen sin rozamiento

Hidrodinámica

Tubo de corriente: conjunto de todas las líneas de corriente que atraviesan una superficie cerrada dada.

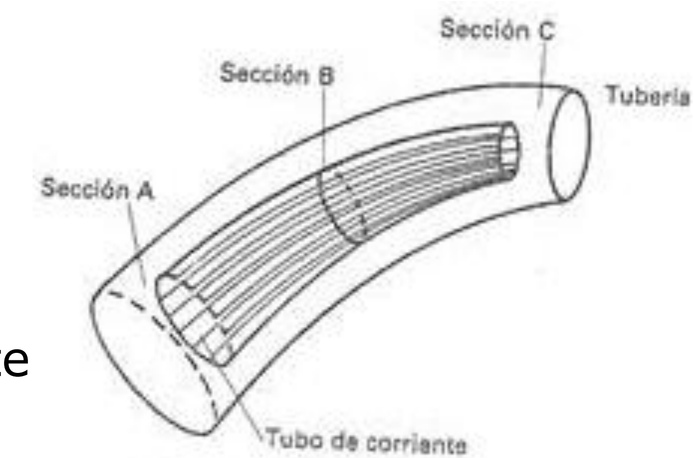
✓ Un tubo de corriente puede tener distinta sección a lo largo de las líneas de corriente.

✓ El número de líneas de corriente es el mismo para cualquier sección del tubo de corriente.

✓ Las líneas de corriente nunca se cruzan unas con otras en el tubo de corriente.

✓ El flujo del fluido a través del tubo de corriente es constante. Esto quiere decir que no existen perdidas de flujo a través de las paredes laterales del tubo.

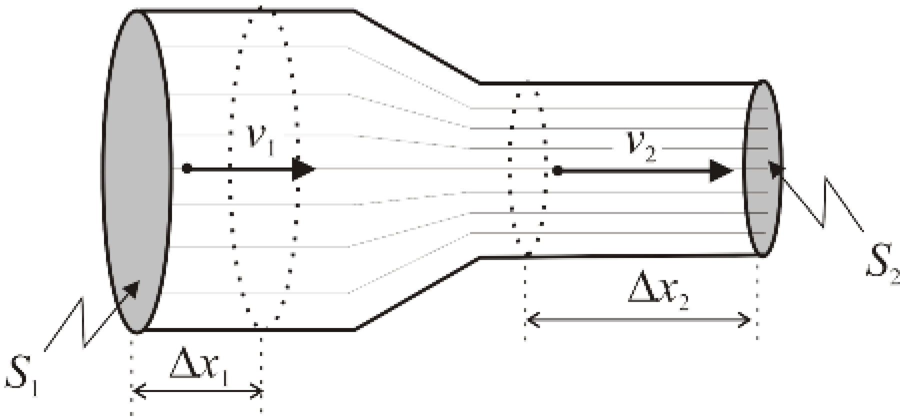
✓ Para cualquier sección de un tubo de corriente la velocidad de las partículas que atraviesan la sección A tienen todas la velocidad v_A



Sección del tubo de corriente

Ecuación de continuidad

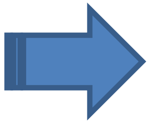
Para un *fluido perfecto* (incompresible, no viscoso) bajo un *régimen de flujo estacionario* sin fuentes ni sumideros, el volumen de fluido que entra al tubo debe ser el mismo que el que sale:



$$m = \delta V = \delta S_1 \Delta x_1$$

$$\delta S_1 v_1 \Delta t = \delta S_2 v_2 \Delta t$$

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$



Ecuación de continuidad

Luego, se define *Q* como el caudal a través del tubo:

$$Q = Sv$$

$$[Q] = m^3 / s$$

Ecuación de Bernoulli

Para un *fluido perfecto* (incompresible, no viscoso) bajo un *régimen de flujo estacionario,* un elemento de fluido *Δm*, estará sometido a fuerzas debidas a la presión que lo hacen desplazarse desde la posición 1 a la posición 2.
El trabajo realizado por estas fuerzas será:

$$W = \int_a^c F_1 dx - \int_b^d F_2 dx = \int_a^c PAdx - \int_b^d PAdx$$

$$W = \int_a^b PAdx + \int_b^c \cancel{PAdx} - \int_b^c \cancel{PAdx} - \int_c^d PAdx$$

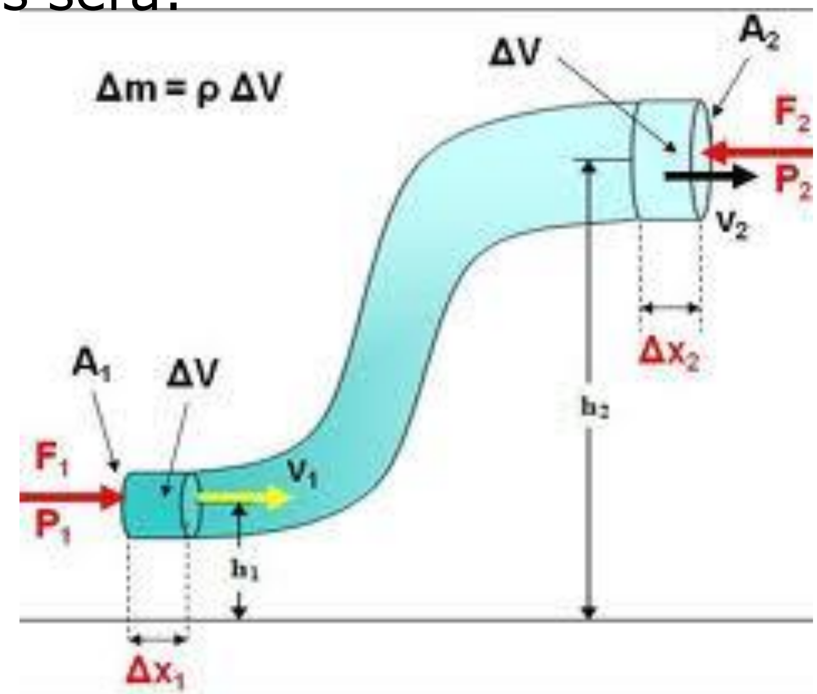
$$W = \int_a^b PAdx - \int_c^d PAdx$$

$$W = P_1 A_1 \Delta x_1 - P_2 A_2 \Delta x_2 = (P_1 - P_2)V$$

$$W = \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$(P_1 - P_2)V = (1/2mv_2^2 - 1/2mv_1^2) + (mgh_2 - mgh_1)$$

$$(P_1 - P_2) = 1/2\delta(v_2^2 - v_1^2) + \delta g(h_2 - h_1)$$

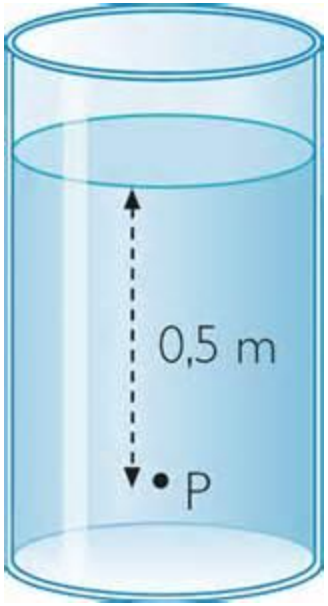


Ecuación de Bernoulli

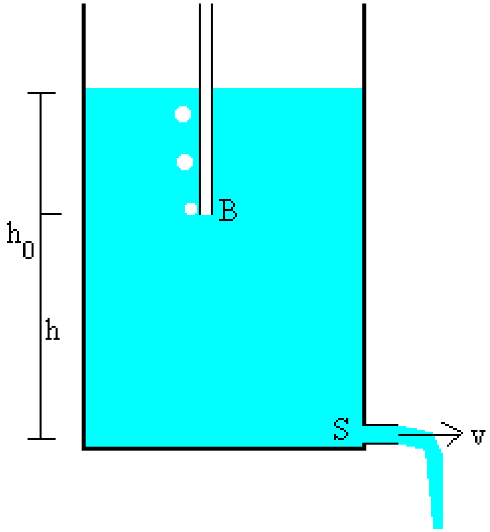
$$P_1 + 1/2\delta v_1^2 + h_1 = P_2 + 1/2\delta v_2^2 + \delta g h_2 = cte$$

Aplicaciones

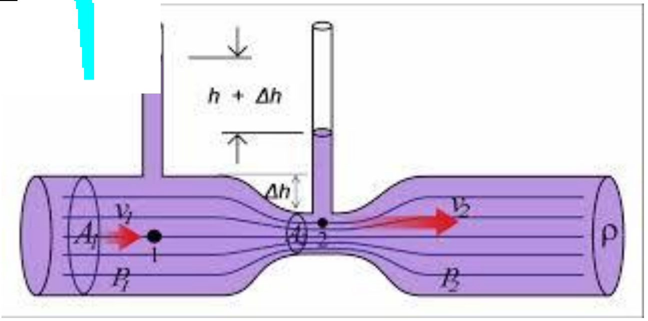
- *Hidrostática*: es un caso particular del teorema de Bernoulli:



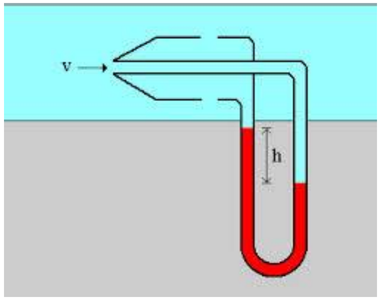
- *Teorema de Torricelli*:



- *Tubo de Venturi*:

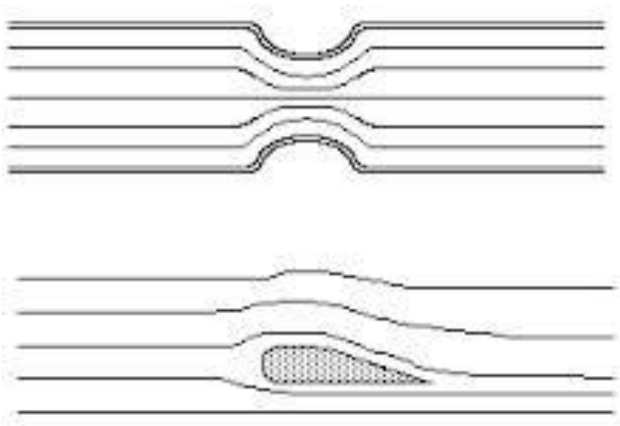


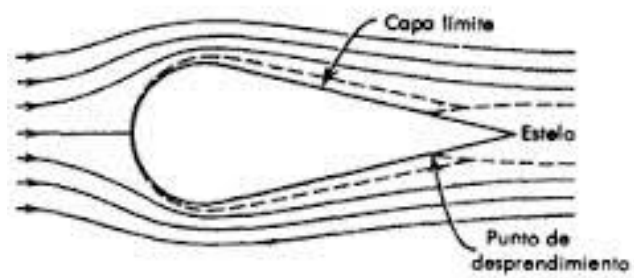
- *Tubo de Pitot*:



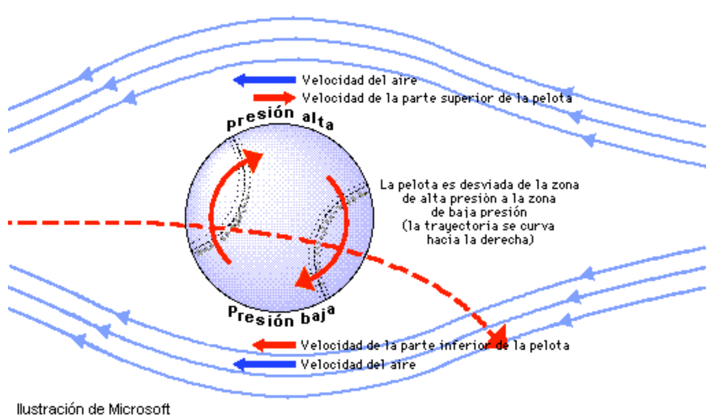
Aplicaciones

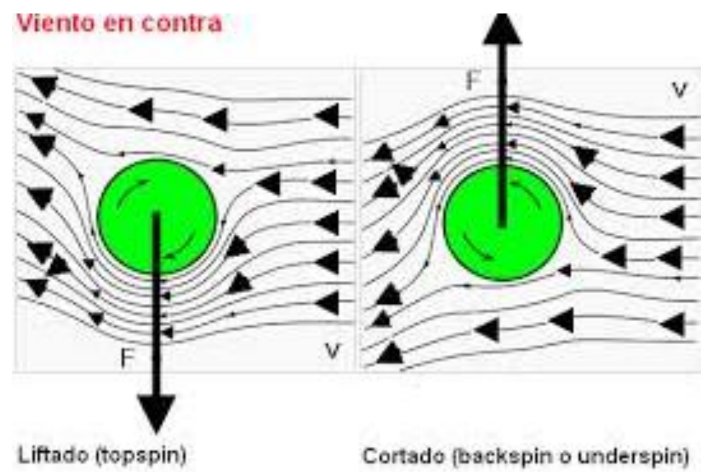
- ✓ El efecto Venturi se aplica también para explicar el empuje ascensional que experimenta un ala de avión:





- ✓ Explica también el lanzamiento de una pelota con efecto





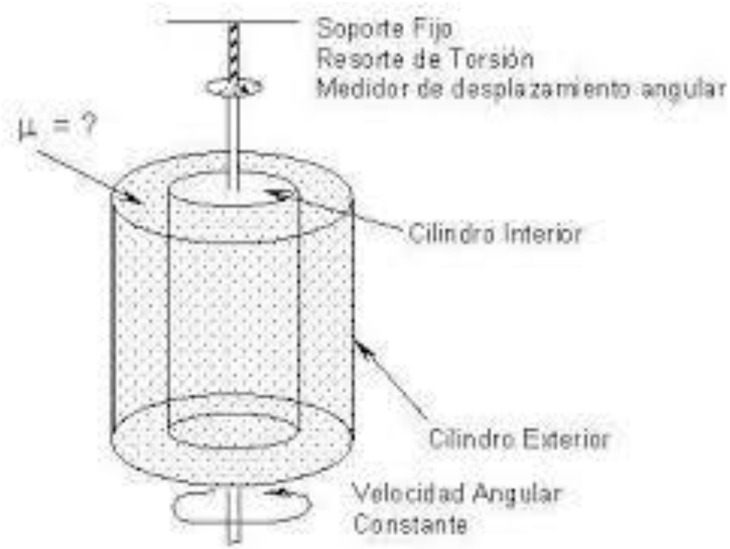
Viscosidad

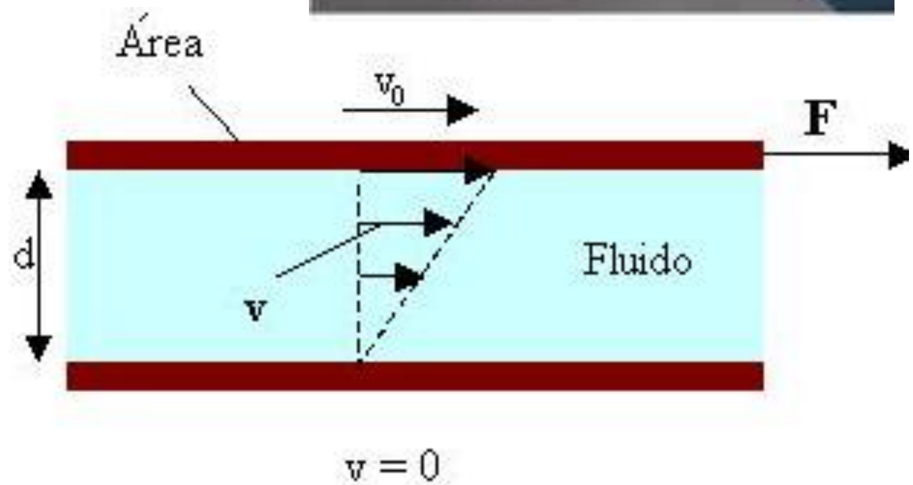
Viscosidad

La viscosidad puede considerarse como el rozamiento interno entre dos capas de un fluido.

Viscosimetros, para medir viscosidades

empírico





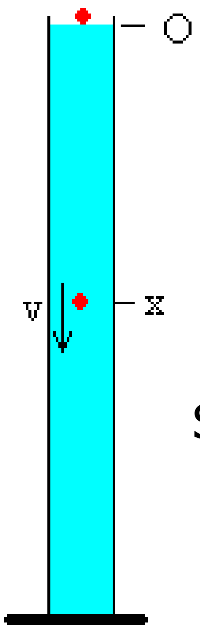
$$F = \eta A \frac{dv}{dy}$$

$$\int_0^d F\,dy = \int_0^{v_0} \eta A\,dv \Rightarrow F = \eta A \frac{v_0}{d}$$

η: coef. de viscosidad

Ley de Stokes

Consideremos una esfera que se mueve en un líquido viscoso:



En semejanza a la deformación por cizalladura, puede mostrarse que la fuerza viscosa es proporcional a la velocidad y se opone a la misma:

$$F = 6\pi\eta r v$$

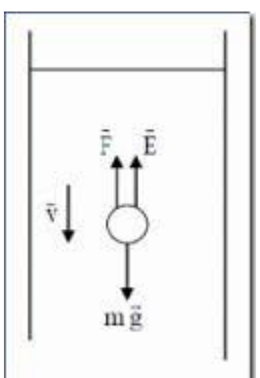
η: coef. de viscosidad, $[\eta]$= poise=dina seg/cm^2

$[\eta]$=Nseg/m^2=Pa seg ⇨ 1Pa seg=10 poise

Según la segunda ley de Newton: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$mg = \delta g V = \frac{4}{3}\pi r^3 \delta g \qquad mg - E = \frac{4}{3}\pi r^3 \delta g - \frac{4}{3}\pi r^3 \delta_l g$$

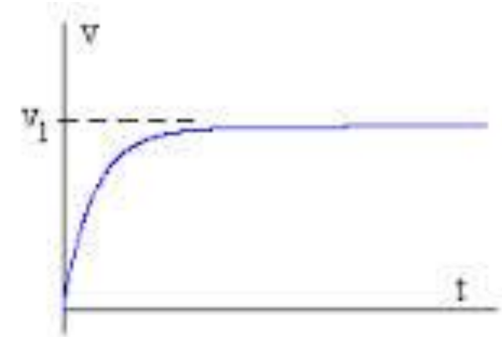
$$E = \delta_l g V = \frac{4}{3}\pi r^3 \delta_l g \qquad mg - E = \frac{4}{3}\pi r^3 \delta a \Rightarrow a = \frac{\delta - \delta_l}{\delta} g$$



A medida que aumenta la velocidad, aumenta la fuerza viscosa, luego se alcanzará un equilibrio, v_{lim}

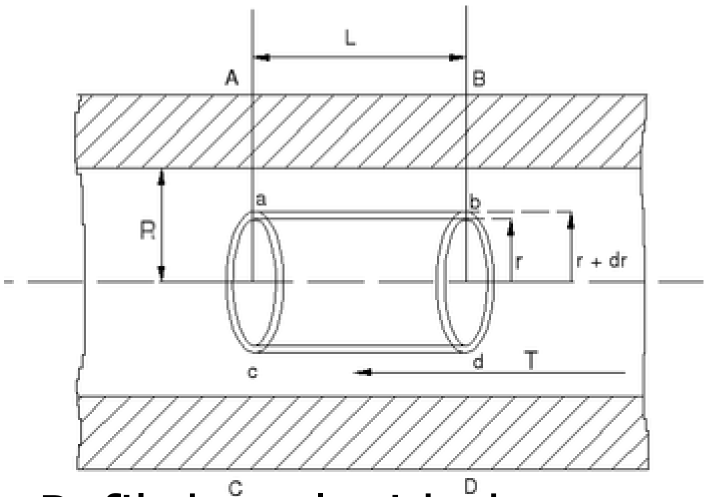
$$P - E = F_\eta \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 (\delta - \delta_l) g = 6\pi\eta r v_{\lim}$$

$$v_{\lim} = \frac{2}{9} r^2 \frac{\delta - \delta_l}{\eta} g$$



Ley de Poiseuille

Consideremos un fluido viscoso a traves de un tubo de sección circular de radio *R*



$$F = \eta A \frac{dv}{dy} \Rightarrow F = -\eta A \frac{dv}{dr}$$

$$\Delta p = F / A \Rightarrow F = \Delta p A = (p_1 - p_2)\pi r^2$$

$$F = -\eta 2\pi r L \frac{dv}{dr}$$

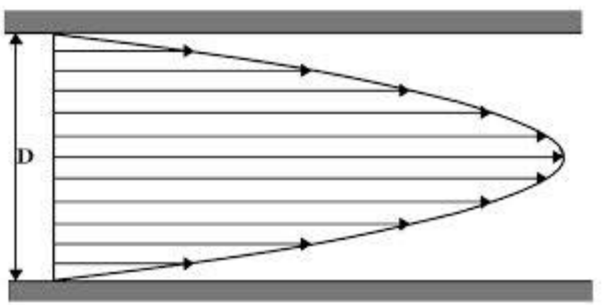
$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = -\eta 2\pi r L \frac{dv}{dr}$$

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{(p_1 - p_2)}{2\eta L} r$$

$$\int_0^v dv = -\int_R^r \frac{(p_1 - p_2)}{2\eta L} r dr$$

$$-v = \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta L}(r^2 - R^2)$$

Pefil de velocidades



$$v = \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta L}(R^2 - r^2)$$