Física General – Ciencias Naturales **Modalidad convencional – 2019**

Práctica 0

Ecuaciones

1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones e interpretar gráficamente:

a) $\begin{cases} 4x + 2y = 6 \\ -\frac{3}{2}y + x = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + 3y = -2 \\ -9y + 3x = 6 \end{cases}$

2. Hallar el valor de x, si existe, que satisface cada una de las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 + 2x + 5 = 0$

b) $(x^2 - 2m.x + 5m^2)2 = 0$

En cada uno de los casos indicar el número de raíces reales que posee la ecuación.

Funciones

3. Representar gráficamente las siguientes funciones e indicar claramente en cada caso en qué región crecen y en cuál decrecen, así como los máximos y mínimos locales. En el caso de las funciones trigonométricas limitar el análisis al intervalo de 0 a 2π para el argumento.

a) f(x) = sen(x)

b) f(x) = cos(x)

c) f(x) = tg(x)

d) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

4. a) Sean $f_1(x) = x^2+1$ y $f_2(x) = x+3$ funciones, ¿Cuál de ellas crece más rápido en el intervalo $0 < x < 2$? ¿Y para $x > 2$?

b) Si f(α) = sen(α), g(α) = α y w(α) = tg(α), ¿qué observa usted para valores de α pequeños?

5. Cuando la razón de cambio de una cantidad es proporcional a la propia cantidad, ésta aumenta o disminuye exponencialmente (un ejemplo de esto son los modelos de crecimiento y decrecimiento de poblaciones). En tal caso, el valor de la cantidad P al instante t está dado por la función $P(t) = P_0 e^{\pm t/\tau}$, donde P_0 representa el valor P(t=0), t lo mediremos en horas y τ es un tiempo que caracteriza el ritmo de crecimiento (signo +) o decrecimiento (signo –) del proceso. Supongamos que la función P(t) describe el crecimiento en una colonia de bacterias.

a) Graficar P(t) suponiendo que $P_0 = 100$ y $\tau = 1.44$h.

b) Hallar el tiempo t para el cual se duplica la población, es decir $P(t)=2\ P_0$, y el tiempo para el cual $P(t)=16\ P_0$.

c) Graficar ln(P(t)) y analizar qué información contiene la pendiente y ordenada al origen de dicha gráfica.

Sistemas de unidades

6. En las ecuaciones siguientes la distancia x se mide en metros (m), el tiempo t en segundos (s), la velocidad (v) en m/s y la aceleración (a) en m/s². Hallar las unidades de las constantes C_1 y C_2 en cada caso:

a) $x= C_1\, t$;

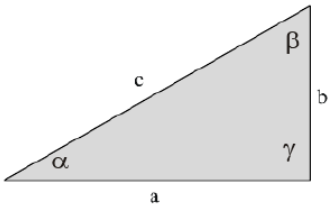
b) $x= C_1 + ½\, C_2\, t^2$;

c) $v^2 = C_1 + 2\, C_2\, x$;

d) $v= C_1.\cos(C_2)$;

e) $a= C_1.e^{-C2.t}$

Trigonometría



$$sen[\alpha] = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$$

$$cos[\alpha] = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$

$$tan[\alpha] = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente} = \frac{b}{a}$$

7. Considerar el triángulo rectángulo de la figura. Las tres funciones trigonométricas básicas definidas para este triángulo son:

Una forma de determinar la altura de un árbol es a través de la proyección de la sombra proyectada sobre el piso. Evaluar *h* (altura de un árbol) en función de *l* (sombra proyectada sobre el piso) y α (ángulo de elevación del sol). Aplicar para el caso particular *l* = 9,25m y α = 50°.

8. Una persona camina 3,7 km hacia el Este. Hallar, mediante métodos gráficos, la magnitud de su desplazamiento final desde su punto de partida si la persona recorre:
a) 2 km adicionales hacia el Norte.
b) 2 km adicionales (desde donde había quedado) hacia el Oeste.
c) 2 km adicionales (desde donde había quedado) hacia el Sur.
d) Comparar la magnitud del desplazamiento con la distancia recorrida por la persona en cada etapa.

9. Un punto se localiza en un sistema de coordenadas polares mediante las coordenadas $r = 4$ m y $\theta = 30°$. Determinar sus coordenadas en el correspondiente sistema de ejes cartesianos.

10. Dos puntos en el plano "xy" tienen coordenadas canónicas $(2, 4)$ y $(-3, 3)$.
a) Determinar las coordenadas polares correspondientes.
b) Calcular la distancia entre los puntos.

11. Dado un sistema de dos ejes cartesianos, calcular las componentes y el módulo de un vector cuyo origen está en el punto (1,2) y su extremo en el punto (5,5). Graficar este vector y escribirlo en forma canónica.

12. Sean los vectores **A**, **B** y **C** tales que: Ax = -2, Ay = -2; Bx = 3, By = 5 y C que forma un ángulo de 120° con el eje de las xy su magnitud es de 8 unidades.
a) Encontrar las magnitudes y direcciones de los vectores **A** y **B**
b) Encontrar las componentes del vector **C**. Graficar **A**, **B** y **C** en un sistema de coordenadas.
c) Encontrar y graficar el vector **G** tal que **G** + **C** = **A**.
d) Encontrar un vector de magnitud 6 en la misma dirección que el vector **A.**

13. Dados los vectores, **A** = (2,-3) y **B** = (1,4) Calcular:
a) |A+B|, |A-B|; |A|+|B| y |A|-|B|.
b) **A.B** (producto escalar entre **A** y **B**), **B.A** ¿este resultado es coincidente con **B.A**?
c) **A**x**B** (producto vectorial entre **A** y **B**) ¿este resultado es coincidente con **B**x**A**?

14. Sea el sistema de coordenadas cartesiano "s-t" con origen en (3, 2) respecto al sistema "x-y". Representar los vectores **A**, **B**, **C** y **G** del ejercicio 9, en el nuevo sistema de coordenadas s-t, y dar la expresión canónica de ellos.

15. Considere un plano inclinado que forma un ángulo $\alpha = \pi/6$ con la horizontal. Definamos un sistema de coordenadas eligiendo el versor $\check{\imath}$ horizontal apuntando hacia la derecha y el versor $\check{\jmath}$ vertical apuntando hacia arriba.
a) encuentre las componentes de los versores $\check{n}$, normal al plano inclinado, y $\check{t}$, paralelo al mismo, respecto a $\check{\imath}$ y $\check{\jmath}$.
b) Definamos el vector **A** $= 3\,\check{n} + 2\,\check{t}$. Escriba el vector **A** como combinación lineal de $\check{\imath}$ y $\check{\jmath}$, esto es, encuentre a y b tal que **A** = a $\check{\imath}$ + b $\check{\jmath}$. Observe que los versores $\check{n}$ y $\check{t}$ definen un sistema de coordenadas cartesianas con ejes rotados respecto a la horizontal. La última operación equivale a transformar las coordenadas de **A** pasando de componentes dadas en el sistema definido por $\check{n}$ y $\check{t}$ a las componentes en el sistema $\check{\imath}$ y $\check{\jmath}$.
c) Calcule ahora las componentes del vector **B** $= 2\,\check{\imath} + 4\,\check{\jmath}$ en el sistema $\check{n}$ y $\check{t}$.

Derivadas

16. Hallar las derivadas primera y segunda de las siguientes funciones:
a) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 9$
b) $f(x) = 3e^x - 6.x^2$
c) $f(x) = 3x.\log(x/2)$

17. Calcular las siguientes integrales:
a) $I = \int (10 + 2.t^3 - t/2)dt$
b) $I = \int (30/x)dx$
c) $I = \int 5.\cos(w.t)\,dt$
d) $I = \int (-3e^{-\omega t})dt$