FISICA GENERAL IV – Curso 2022

Práctica 3: Desarrollo de la Mecánica Cuántica.

1. A partir de la expresión de Planck para la distribución de densidad de energía en la radiación del cuerpo negro:
$$\epsilon(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$

   a) Muestre que la densidad total de energía de la radiación del cuerpo negro resulta proporcional a la temperatura a la cuarta. *Nota: utilice* $\int_0^{+\infty}\frac{x^3}{e^x-1}dx = \frac{\pi^4}{15}$.

   b) Encuentre la longitud de onda para la cual la densidad de energía monocromática de la radiación de cuerpo negro es máxima a una dada temperatura. *Nota: númericamente se obtiene que la solución a la ecuación trascendente* $e^{-x}+\frac{x}{5}-1=0$ *es* $x = 4.9651$.

2. **a)** Las estrellas se comportan aproximadamente como un cuerpo negro. Use la ley de desplazamiento de Wien para estimar la temperatura en la superficie del sol y para la estrella polar (α Ursa Minoris) sabiendo que las longitudes de onda máximas de la radiación medidas en cada caso 5100 Å para el sol y 2700 Å para la estrella polar.

   b) Use la ley de Stefan-Boltzmann para determinar la potencia irradiada en cada caso.

3. Calcule la temperatura del sol a partir de la ley de Stefan-Boltzmann y el valor de la constante solar $I_{CS} = 1367\,\mathrm{W/m^2}$ (intensidad que llega al borde de la atmósfera terrestre). *La distancia media de la tierra al sol es* 1.5×10^{11} m *y el radio del sol* 6.96×10^8 m.

4. El umbral fotoeléctrico de cierto metal es 275 nm. Determine:

   a) El trabajo necesario para arrancar un electrón de ese metal. ¿Cuál es la función trabajo mínima de un metal para que la luz visible (400 nm - 700 nm) expulse electrones por efecto fotoeléctrico?

   b) La velocidad máxima de los electrones arrancados por radiacón de 180 nm.

   c) La diferencia de potencial necesaria para detenerlos (potencial de frenado).

5. Un haz luminoso monocromático uniforme de 4.0×10^{-7} m de longitud de onda incide sobre un material cuya energía de arranque es 2 eV. El haz tiene una intensidad de 3.0×10^{-9} W/m^2. Hallar:

   a) El número de electrones emitidos por m^2 y por segundo. (*Nota: suponga que cada electrón arranca un fotón.*)

   b) La energía absorbida por m^2 y por segundo.

   c) La energía cinética máxima de los fotoelectrones.

   ¿Cómo se modifican las respuestas anteriores si la intensidad del haz se duplica? ¿Y si la longitud de onda del haz se duplica?.

6. Electrones en el interior de un tubo de televisor son acelerados con un voltaje de 25 keV. ¿Cuál es la mínima longitud de onda de los rayos X producidos cuando estos electrones chocan con la superficie interior del tubo?.

7. Rayos X de energía 300 keV sufren dispersión Compton por un blanco. Los rayos dispersados se detectan a 37° respecto de la dirección de los rayos incidentes. Calcule la longitud de onda del fotón dsipersado, la energía de los rayos X dispersados y la energía del electrón.

8. Calcule la longitud de onda de la luz emitida por un átomo que experimenta una transición desde $n+1$ a n según el modelo atómico de Bohr. ¿A qué región del espectro pertenece si $n = 1$? ¿Cuál es el menor valor de n para el cual la radiación emitida corresponde al espectro visible?.

9. Demostrar que la frecuencia de revolución para un electrón en el modelo atómico de Bohr está dada por $\nu = 2|E|/nh$, donde E es la energía del electrón. Si la vida media promedio de un estado excitado del hidrógeno es 10^{-8} s, estime cuántas revoluciones da un electrón cuando está en el estado $n = 2$ y en el estado $n = 15$, antes de experimentar una transición al estado $n = 1$. Compare con las revoluciones dadas por la tierra durante su existencia (4.5×10^9 años).

10. Bohr supuso que el núcleo atómico está fijo, lo cual es equivalente a considerar que su masa M_n es infinita. Para corregir esta hipótesis es necesario reemplazar la masa del electrón m_e por la masa $\mu = m_e M_n/(m_e + M_n)$. ¿Cuál es la justificación para esto? Calcule la diferencia porcentual que esta corrección introduce en la diferencia de energía entre los niveles $n = 2$ y $n = 1$ del átomo de hidrógeno.

11. Demuestre que la diferencia en frecuencia entre un fotón emitido en la transición $a \to b$ de un cierto sistema (átomo, molécula, núcleo) y uno absorbido en la transición $b \to a$ viene dada, según la conservación de la energía y el momento, por:

$$|\Delta\nu| = \frac{(\Delta E)^2}{hMc^2},$$

donde ΔE es la diferencia de energía entre los niveles a y b, y M es la masa del sistema. *Nota: Suponga que $h\nu \ll Mc^2$ y que el sistema está inicialmente en reposo. A su vez, considere la energía cinética del sistema como no relativista.*

12. Calcule el umbral de energía cinética para que un proyectil de masa m excite un blanco de masa M en una colisión inelástica en la que parte de la energía cinética del proyectil se transfiere al blanco como energía interna. *Nota: considere que tanto el proyectil como el blanco son no relativistas y recuerde la condición que debe imponer según lo aprendido en la práctica 2.*

Problemas auxiliares (A) y de repaso (R)

R1. Sobre la misma muestra de potasio del problema 5 incide luz de longitud de onda 400 nm e intensidad 10^{-2} W/m^{-2}.

a) Clásicamente, ¿cuánto tiempo habría que esperar para observar la emisión electrónica?. *Nota: Suponer que el radio del potasio es $r = 10^{-10}$* m.

b) ¿Cuántos fotones inciden sobre la muestra por segundo y por m^2?.

R2. Se utilizan dos fuentes luminosas en un experimento fotoeléctrico para determinar la función trabajo de una superficie de metal determinada. Cuando se utiliza luz verde de una lámpara de mercurio ($\lambda = 546.1$ nm), un potencial de frenado de 0.376 V reduce la corriente de fotoelectrones a cero. En base a esta medida, ¿Cuál es la función trabajo de este metal? ¿Qué potencial de frenado es necesario cuando se usa luz amarilla procedente de una lámpara de descarga de helio $\lambda = 587.5$ nm?.

R3. A partir de la conservación del impulso y la expresión para el corrimiento en la longitud de onda del efecto Compton, encuentre la relación

$$\cot\frac{\theta}{2} = \left(1 + \frac{h\nu}{mc^2}\right) \cdot \tan\phi$$

entre la dirección de movimiento del fotón dispersado (θ) y la del electrón (ϕ).

A1. Calcule la fracción de un haz incidente de partículas α de energía cinética 5 MeV que se espera observar en el experimento de Rutherford a ángulos $\theta \geq 80^\circ$ para una lamina de oro ($Z = 79$) y de 5×10^{-5} m de espesor.

A2. Un haz de partículas α de energía cinética 5.3 MeV e intensidad 10^4 partículas/s incide normalmente sobre una lámina de oro de densidad 19.3 g/cm^3, $A = 197$ y espesor 10^{-5} cm. A una distancia de 10 cm se coloca un detector de área 5 mm^2. Encuentre el número de conteos por hora para $\theta = 45^\circ$, donde θ es el ángulo entre el haz incidente y el detector.

A3. A partir del principio de incerteza muestre que la energía cinética media de una partícula confinada a un segmento de longitud L es no nula. Aplique el resultado encontrado para calcular la energía cinética mínima y la correspondiente velocidad de una partícula macroscópica de masa 10^{-6} g confinada a un segmento de longitud 10^{-6} m.

A4. Utilizando el principio de incerteza estime el *tamaño* del átomo de hidrógeno y el valor mínimo de la energía.