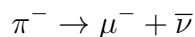


Práctica 2: Relatividad Especial - Dinámica Relativista

1. Demuestre que en el límite de bajas velocidades, $p \ll mc$, la energía total relativista se reduce a la suma de la expresión clásica y un término que corresponde a la energía en reposo.
2. Un electrón se mueve a velocidad $v = 1.8 \times 10^8$ m/s con respecto a un dado observador inercial. Indicar su energía total y su energía cinética.
3. Un protón es acelerado hasta que su energía cinética es igual a su energía en reposo. Hallar la relación v/c .
4. A partir de la conservación del momento y la energía relativistas pruebe que un electrón libre no puede absorber un fotón.
5. Muestre que para el movimiento de una partícula a altas velocidades no existe una relación vectorial del tipo $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, con $m = \gamma m_0$, a menos que su velocidad permanezca constante en módulo. (*Hint: parta de la definición $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$, con \mathbf{p} el momento relativista*).
6. Considere el movimiento rectilíneo de una partícula bajo una fuerza constante con las condiciones iniciales $v(t=0) = 0, x(t=0) = 0$. **a)** Obtenga la velocidad de la partícula en función del tiempo y analice su comportamiento para valores pequeños y grandes de t . ¿En qué caso se recupera el resultado de la mecánica no relativista?. **b)** Obtenga la posición de la partícula en función del tiempo y nuevamente analice el comportamiento para valores pequeños y grandes de t .
7. Sean dos partículas idénticas de masa m_0 que se mueven en la misma dirección con velocidades v_1 y v_2 respecto de un sistema inercial que llamaremos sistema de laboratorio. Calcule la velocidad respecto del laboratorio que ha de tener un sistema de referencia para que el momento total según el mismo sea cero. Muestre que en el límite $v_{1,2} \ll c$ el resultado obtenido se reduce a la velocidad del centro de masa en la mecánica no relativista.
8. Una partícula de masa m se mueve con velocidad $v = 0.8c$ respecto a un observador inercial O . La partícula sufre una colisión completamente inelástica con otra partícula de masa $3m$ que inicialmente estaba en reposo (respecto a O). **a)** ¿Cuál es la velocidad y la masa de la partícula resultante luego de la colisión? (obtenga las expresiones en términos de m). **b)** Calcule la energía cinética antes y después de la colisión. ¿Se conserva?.
9. Un pión en reposo ($m_\pi = 272 m_e$) se desintegra produciendo un muón ($m_\mu = 207 m_e$) y un antineutrino ($m_\nu \sim 0$). La reacción se describe mediante la expresión



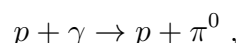
Encontrar la energía cinética del muón y la energía del antineutrino. ¿Cuánto vale la masa invariante del sistema muón-antineutrino?.

10. Un protón con una energía cinética de 437 MeV colisiona elásticamente con un protón en reposo y ambos protones salen despedidos con energías iguales. **a)** ¿Cuál es el ángulo existente entre ambos?. **b)** Calcular la Energía cinética de los protones después de la colisión.

Nota: Suponga que después de la colisión ambas partículas se dispersan simétricamente formando el mismo ángulo con la dirección de la partícula incidente. Este ángulo fue medido experimentalmente en 1955 por R. B. Sutton et al, Phys. Rev. 97, 783 (1955).

11. Uno de los remanentes de la evolución temprana del universo es la existencia de un baño cósmico de fondo de fotones. Desde aquel tiempo los fotones simplemente se han enfriado. Se espera que esta radiación cósmica de fondo lleve a un límite en la energía (conocido como límite GZK) de las partículas cósmicas que llegan a la Tierra. Esto se debe a que las partículas que viajan una gran distancia (por ej., > 20 Mpc, donde $1 \text{ Parsec} \approx 3.1 \times 10^{16} \approx 3.3$ años luz) en su camino a la Tierra experimentan colisiones con este fondo de fotones cósmicos y pierden en este proceso una cuota importante de su energía. Si esto se cumple—y las mediciones actuales parecen demostrarlo— es de esperarse que el espectro de rayos cósmicos observado en la Tierra tenga una caída abrupta para energías por encima de un cierto valor (E_{cut}).

Suponiendo que las partículas de los rayos cósmicos son protones y el principal proceso de interacción en el espacio interestelar es



calcule la mínima energía del protón (E_{cut}) para la cual se puede producir dicho proceso.

Tome como valores para las energías en reposo del protón 1 GeV , del pión 100 MeV y la energía de los fotones de la radiación cósmica de fondo igual a $0.3 \times 10^{-3} \text{ eV}$.

Problemas auxiliares (A) y de repaso (R)

- A1. Sea una partícula de masa m y con una velocidad \mathbf{u} respecto de un sistema inercial S . Considere un segundo sistema inercial moviéndose con velocidad v en la dirección $+x$ respecto de S . **a)** Utilizando la transformación de velocidades encuentre las transformaciones de Lorentz para la energía y el momento de la partícula. **b)** Comparando lo obtenido en el inciso anterior con las leyes de transformación de coordenadas, ¿cómo construiría el cuadrivector momento?. **c)** Calcule el análogo del intervalo espacio-temporal para el cuadrivector momento y a partir del mismo obtenga la expresión de la energía para partículas de masa nula.
- A2. Considere un sistema de partículas con momentos \mathbf{p}_i y energías E_i según un sistema inercial de referencia O . Un segundo sistema inercial O' se mueve respecto a O con velocidad \mathbf{V} según el vector $\mathbf{P} = \sum \mathbf{p}_i$ (momento total del sistema según O). **a)** Utilizando las transformaciones del cuadrivector momento de cada partícula individual obtenidas en el ejercicio A1, encuentre el momento total según O' . **b)** Haciendo uso de la expresión obtenida, obtenga \mathbf{V} si en el sistema O' el momento total es nulo. (*Este ejercicio funciona como generalización del ejercicio 7.*)
- A3. Aplicando la conservación del momento y la energía, deduzca la expresión para el corrimiento en λ en el efecto Compton en términos del ángulo entre el momento del fotón emergente y el momento del fotón incidente.
- R1. Una partícula inestable de masa $m = 3.34 \times 10^{-27} \text{ kg}$ se encuentra inicialmente en reposo. La partícula se desintegra en dos fragmentos que salen despedidos a lo largo del eje X con velocidades $0.987c$ y $-0.868c$, respectivamente. **a)** Encuentre las masas de ambos fragmentos. **b)** Calcule la energía cinética de cada fragmento.
- R2. Una partícula con masa en reposo nula y energía E colisiona con otra de masa en reposo m , la cual está en reposo en el sistema de laboratorio. Luego de la colisión se tienen dos partículas: una con masa en reposo m y la otra con masa en reposo M . Calcule el umbral de energía E para que ocurra el proceso.

R3. Una cierta partícula de masa m_0 inicialmente en la posición $x = y = 0$ y con momento p_0 en el eje X se mueve sujeta a una fuerza constante F a lo largo del eje Y. **a)** Obtenga la velocidad y las coordenadas de la partícula en función del tiempo. **b)** Demuestre que su trayectoria viene descrita por

$$y = \frac{E_0}{F} \left(\cosh \left(\frac{Fx}{p_0 c} \right) - 1 \right)$$

donde $E_0 = \sqrt{p_0^2 c^2 + m_0^2 c^4}$.