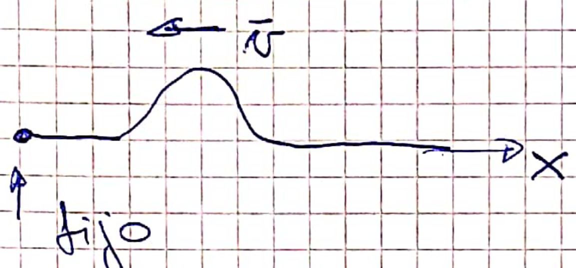
Ondas

Reflexión de ondas



¿cuál es la solución de la ec de onda?

Supongamos que el pulso viene de la derecha y se describe con $g(x+vt)$ donde g es conocida (viajera sin límite)

la condición de fijo en $x=0$ impone que $y(0,t)=0 \quad \forall t$

La solución general de una onda es

$$y(x,t) = f(x-vt) + g(x+vt)$$

la condición de contorno

$$y(0,t) = f(-vt) + g(vt) = 0$$

$$f(\underbrace{-vt}_{x'}) = -g(vt) \quad \text{para cualquier } t$$

$$f(x') = -g(-x')$$

en particular si $x' = x - vt$ tenemos

$$f(x-vt) = -g(vt-x)$$

ondas

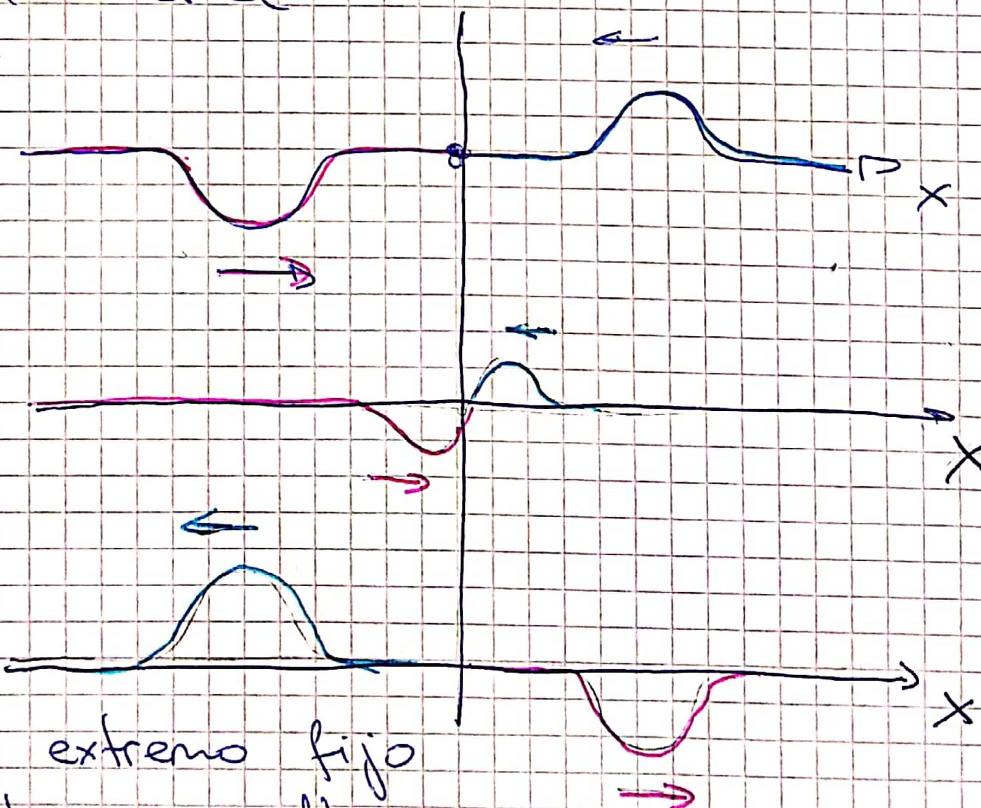
entonces, la solución que cumple la condición de contorno es

$$y(x,t) = g(vt+x) - g(vt-x)$$

es solución de la ec de onda y verifica que $y(0,t)=0 \ \forall t$

el segundo término (aparece luego de que el pulso llega al origen) se llama Onda reflejada

Se puede IMAGINAR como una prolong. de la cuerda



en un extremo fijo el pulso se refleja Invertido

ondas

Supongamos que el extremo está LIBRE
Ahora la condición de contorno es que

$$y'(0,t) = 0 \quad \forall t$$

en el caso de la solución general

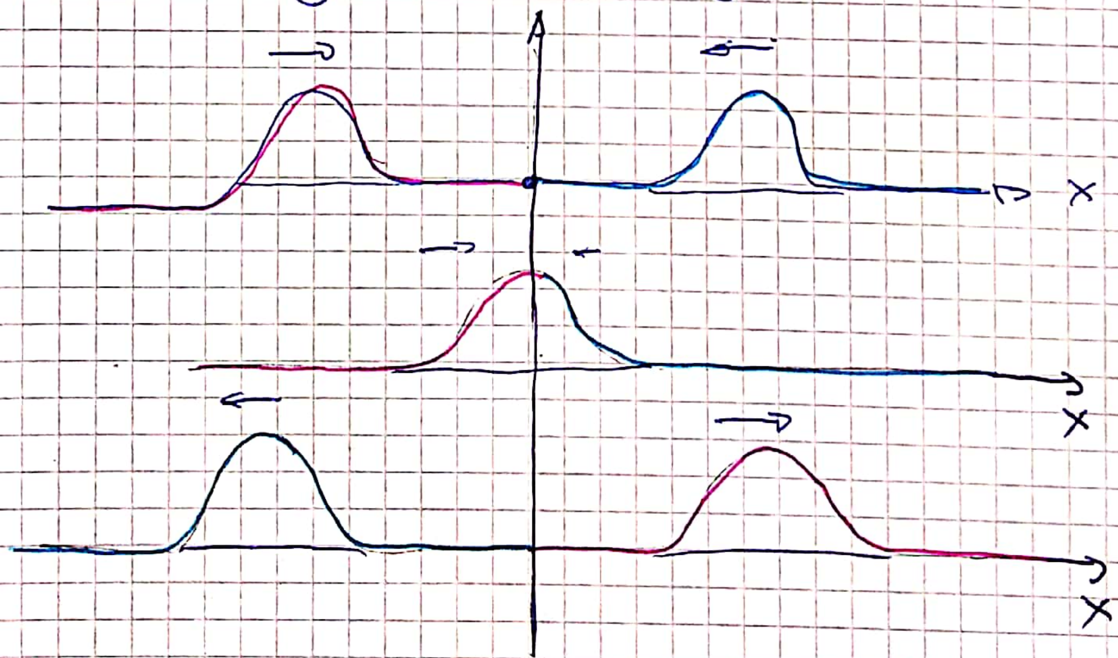
$$y(x,t) = f(x - vt) + g(x + vt)$$

$$\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x=0} = f'(-vt) + g'(vt) = 0 \qquad \forall t$$

esto se cumple si $f(x') = g(-x')$

entonces la solución queda

$$y(x,t) = g(vt + x) + g(vt - x)$$



en un extremo libre, el pulso se refleja SIN invertirse

ondas

En el caso general donde cambie la densidad habrá onda reflejada y transmit.

La solución dependerá de las condiciones de contorno.

La cuerda ni se despega ni se quiebra debemos pedir CONTINUIDAD de la función y la derivada

$$\left.\begin{aligned} f^{I}(x,t) &= g^{D}(x,t) \\ \left.\frac{\partial f^{I}}{\partial x}\right|_{x=0} &= \left.\frac{\partial g^{D}}{\partial x}\right|_{x=0} \end{aligned}\right| \quad \forall t$$