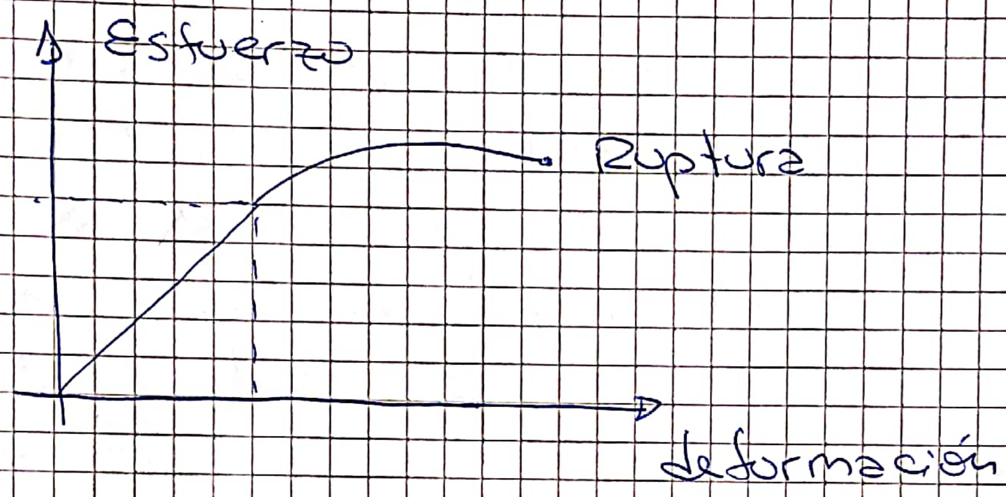
Elasticidad

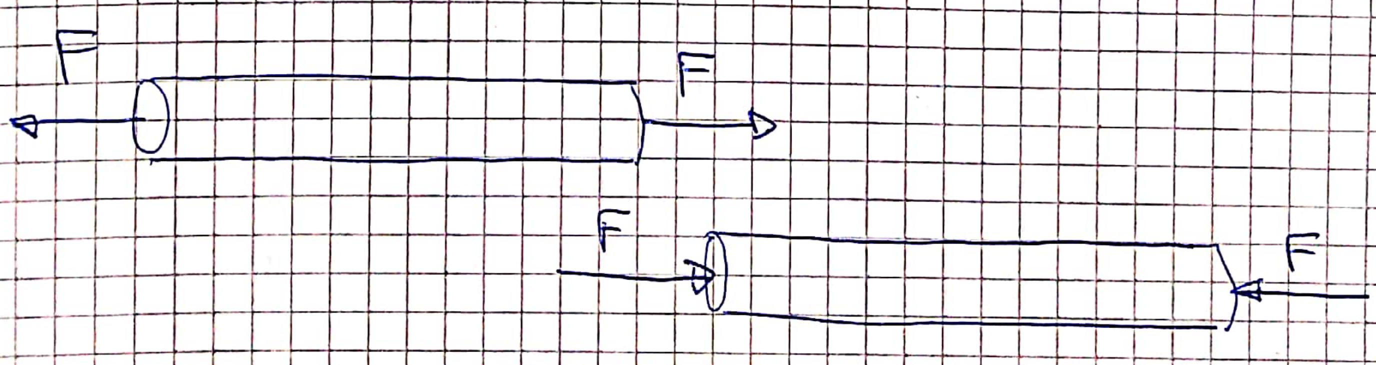
Estudia como se deforman los materiales cuando sobre ellos actúa una fuerza



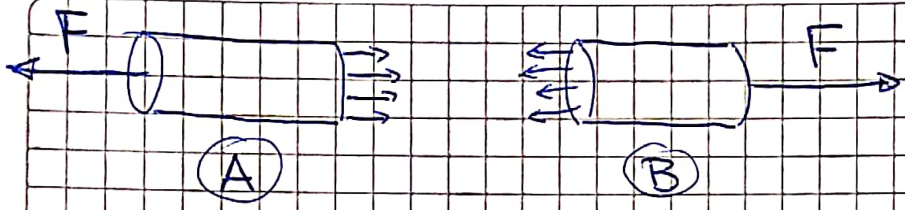
Esto es un ensayo típico de un material REAL donde se ve la relación entre el Esfuerzo y la Deformación.

Aparecen dos nuevos conceptos $\mathcal{E}$ y D

Supongamos que sometemos a una barra a 2 Fuerzas iguales y de sentido contrario actuando sobre cada extremo



en ambos casos el sistema está en Equilibrio, eso implica que $\sum \vec{F}=0$ en cualquier parte



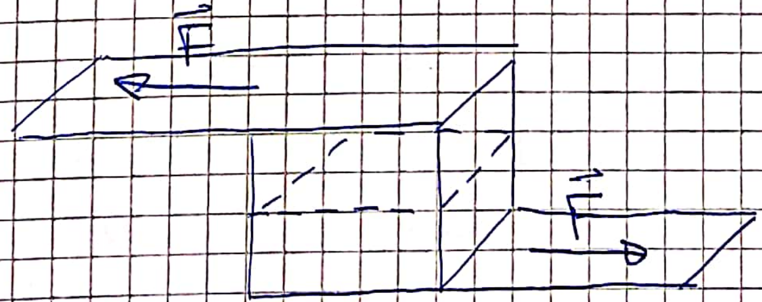
La Fuerza que (B) le hace a (A) está distribuida (uniformemente) en toda el area de la sección, y esto sucede en toda la barra. PERPENDICULAR

Se define el ESFUERZO (ε) como la fuerza por unidad de area

$$\varepsilon = \frac{|F|}{|A|} \quad \frac{[N]}{[m^2]} \Rightarrow \vec{F} = \varepsilon \cdot \vec{A}$$

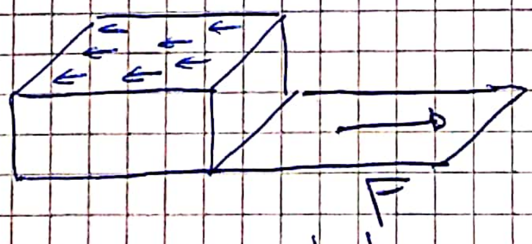
Pueden ser de COMPRESIÓN o de tracción

Supongamos ahora que tenemos un sistema así



todo el sistema está en equilibrio

si cortamos el bloque

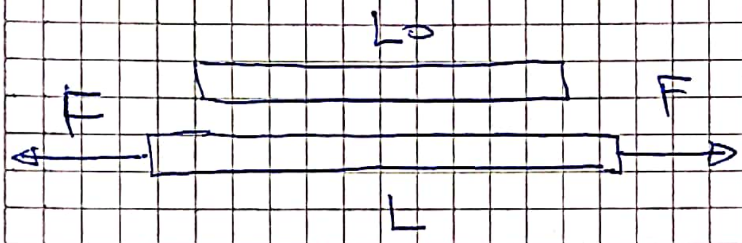


en este caso el esfuerzo es DE CORTE

La Fuerzas son Paralelas al area

Elasticidad

la deformación es el cambio que sufre un material cuando está sometido a un esfuerzo



$$L - L_o = \Delta L$$

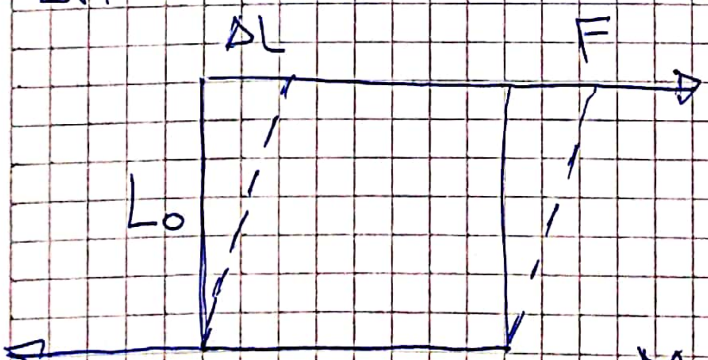
$$D = \frac{\Delta L}{L_o} = \frac{L - L_o}{L_o}$$ Deformación unitaria (tensión o compresión)

En la primera región del ensayo (zona lineal), el esfuerzo y la Deformación son proporcionales

$$\mathcal{E} = Y D \Rightarrow \boxed{\frac{F}{A} = Y \frac{\Delta L}{L_o}}$$

El coeficiente de proporcionalidad se llama Y = módulo de Young (tiene las mismas unidades que el esfuerzo)

En el caso de un esfuerzo de corte



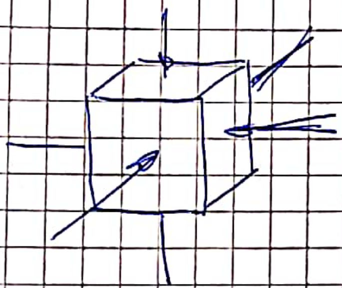
$$\mathcal{E} = M D$$

$$\frac{F}{A} = M \cdot \frac{\Delta L}{L_o}$$

M = módulo de corte

Elasticidad

En el caso en que la fuerza esté aplicada a todo el volumen



$$\frac{F}{A} = -B\,\frac{\Delta V}{V_0}$$

el signo - es porque $\Delta V < 0$

B = módulo de compresibilid.

Se define a la inversa de B como el coeficiente de compresibilidad $k = \frac{1}{B}$

$$\frac{F}{A} = -\frac{1}{k}\,\frac{\Delta V}{V_0} \Rightarrow |\Delta V| = k \cdot V_0 \cdot \frac{F}{A}$$

Los Módulos Y, M y B son característicos del material y están tabulados

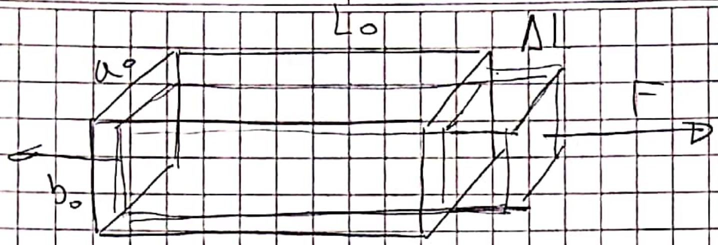
También se ve que además de cambiar la dimensión sobre la que se aplica el esfuerzo, las dimensiones perpendiculares también se ven afectadas.

Ambas deformaciones están relacionadas con el COEFICIENTE de POISSON

$$\frac{\Delta a}{a} = -\sigma\,\frac{\Delta L}{L}$$

donde "a" son las dimensiones perpendic. al esfuerzo

Elasticidad



$$\frac{F}{A} = Y\frac{\Delta L}{L_0} \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1}{Y}\frac{F}{A}$$

Usando la definición de σ

$$\frac{\Delta a}{a_0} = -\sigma\frac{\Delta L}{L_0} \quad y \quad \frac{\Delta b}{b_0} = -\sigma\frac{\Delta L}{L}$$

El nuevo volumen lo podemos calcular

$$V = (L_0+\Delta L)(a_0+\Delta a)(b_0+\Delta b)$$

$$V = L_0 a_0 b_0 + (a_0 b_0 \Delta L + L_0 a_0 \Delta b + L_0 b_0 \Delta a)$$

$$+ \cancel{O(\Delta b^2)} + \cancel{O(\Delta L^3)}$$

$$V - V_0 = \Delta V = a_0 b_0 \Delta L + L_0 a_0 \Delta b + L_0 b_0 \Delta a$$

Si dividimos por $V_0 = L_0 a_0 b_0$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta L}{L_0} + \frac{\Delta a}{a_0} + \frac{\Delta b}{b_0} = \frac{\Delta L}{L_0} - \sigma\frac{\Delta L}{L_0} - \sigma\frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\frac{\Delta V}{V_0} = (1-2\sigma)\frac{\Delta L}{L_0} = (1-2\sigma)\frac{F}{A}\cdot\frac{1}{Y}$$

Experimentalmente $\sigma < 1/2 \Rightarrow \Delta V > 0$

la expansión NO se compensa con el achica//

Haciendo el mismo razonamiento pero para el caso de una compresión

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -(1-2\sigma)\frac{1}{Y}\frac{F}{A} \quad (1)$$

Ahora supongamos que aplicamos esfuerzos de compresión en las 6 caras del prisma, por cada par de caras tendremos una variación (1) de modo que finalmente queda

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -3(1-2\sigma)\frac{1}{Y}\cdot\frac{F}{A}$$

Recordando la definición del Modulo de Compresibilidad

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{1}{B}\cdot\frac{F}{A}$$

Se obtiene que $\frac{1}{B} = \frac{3}{Y}(1-2\sigma)$

$$B = \frac{Y}{3(1-2\sigma)}$$

además

$$M = \frac{Y}{2(1+\sigma)}$$

de lo que se deduce que B, Y, M y σ NO son Independientes