# Fluidos en Movimiento

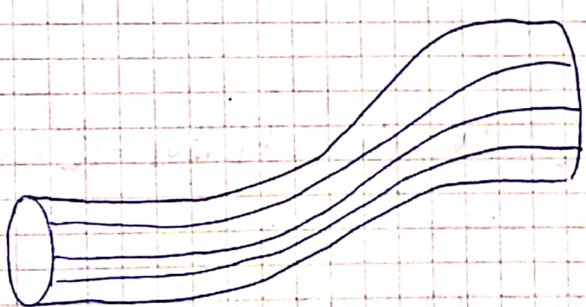
Fluidos Ideales

- INCOMPRESIBLE ($\delta$ es independiente de P)
- NO VISCOSO (sin roce interno)

Solo podemos analizar flujos estacionarios y no turbulentos.

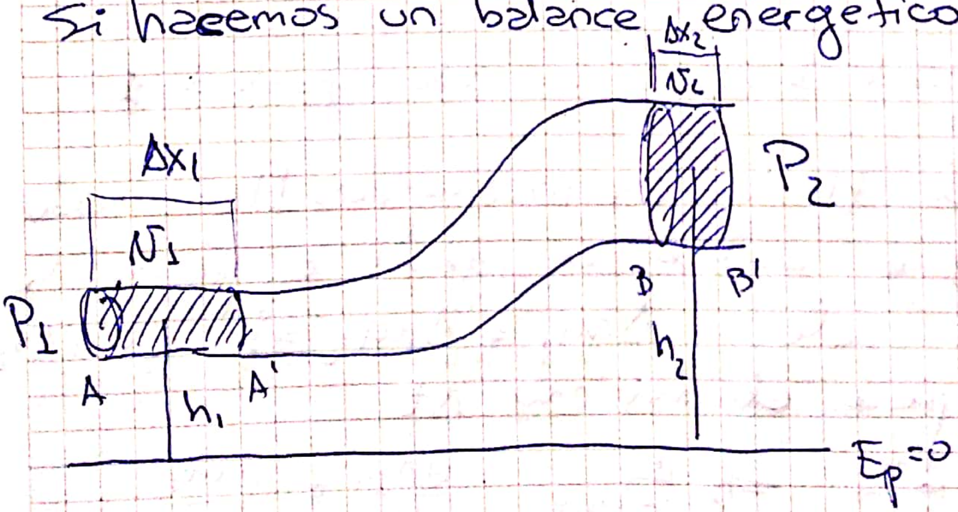
Definimos las LINEAS DE FLUJO como las Trayectorias que seguirian las partículas del fluido

- FLUJO LAMINAR (las lineas de flujo NO se cortan)
- FLUJO ESTACIONARIO (la velocidad NO cambia)



podemos definir un tubo de flujo ya que las lineas no se cortan

Si hacemos un balance energético



solo cambia la parte sombreada. El resto del fluido entre A' y B no presenta cambios ni de energía cinética, ni de energía potencial

$$\Delta E_M = W$$

$$\Delta E_K + \Delta E_p = W$$

$$\Delta E_K = \frac{1}{2}\Delta m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m_1 v_1^2$$

$$\Delta E_p = \Delta m_2 g h_2 - \Delta m_1 g h_1$$

Evaluando el trabajo

$$W = F_1 . \Delta X_1 - F_2 \Delta X_2 = P_1 A_1 \Delta X_1 - P_2 A_2 \Delta X_2$$

$$W = P_1 \Delta V_1 - P_2 \Delta V_2$$

Si reescribimos

$$\frac{1}{2}\Delta m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m_1 v_1^2 + \Delta m_2 g h_2 - \Delta m_1 g h_1 = P_1 \Delta V_1 - P_2 \Delta V_2$$

reordenando

$$\underbrace{\frac{1}{2}\Delta m_2 v_2^2 + \Delta m_2 g h_2 + P_2 \Delta V_2}_{\text{solo depende de } 2} = \underbrace{\frac{1}{2}\Delta m_1 v_1^2 + \Delta m_1 g h_1 + P_1 \Delta V_1}_{\text{solo depende de } 1}$$

dado que el fluido es incompresible, toda la masa que entra es igual a toda la masa que sale, $\Delta m_1 = \Delta m_2 \Rightarrow$ $\delta$ de $\Delta V_1 = \Delta V_2$ esto vale para el mismo $\Delta t$

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} = \frac{\Delta m_2}{\Delta t} \Rightarrow \lim_{\Delta t \to 0} \quad \frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt}$$

$$\frac{d(\delta_1 A_1 \Delta x_1)}{dt} = \frac{d(\delta_2 A_2 \Delta x_2)}{dt} \qquad \delta_1 A_1 \frac{d\Delta x_1}{dt} = \delta_2 A_2 \frac{d\Delta x_2}{dt} \qquad \delta_1 A_1 v_1 = \delta_2 A_2 v_2$$

$$si\ \delta_1 = \delta_2 \rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Si dividimos por $\Delta V$

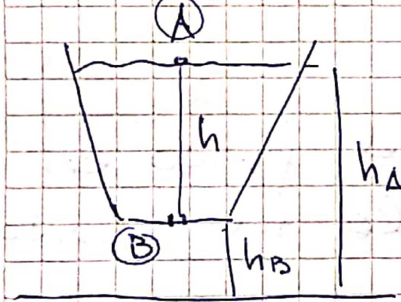
$$P_1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta m}{\Delta V} v_1^2 + \frac{\Delta m}{\Delta V} g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\frac{\Delta m}{\Delta V} v_2^2 + \frac{\Delta m}{\Delta V} g h_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta v_1^2 + \delta g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\delta v_2^2 + \delta g h_2$$

Ecuación de Bernoulli (Vale sobre una línea de corriente)

Aplicaciones

Con que velocidad saldra el agua de un balde agujereado




$$\cancel{P_A} + \frac{1}{2}\delta v_A^2 + \delta g h_A = \cancel{P_B} + \frac{1}{2}\delta v_B^2 + \delta g h_B$$

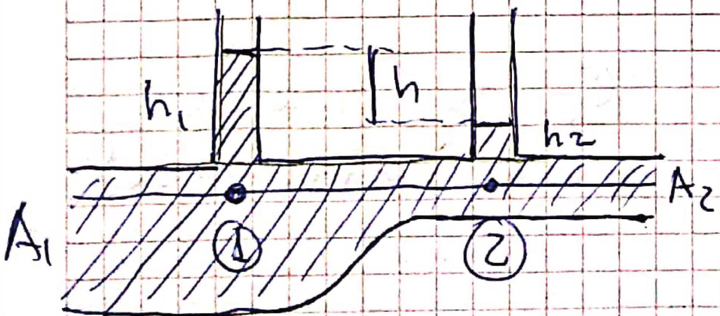
$v_A \to 0 \qquad P_A = P_B = P_{atm}$

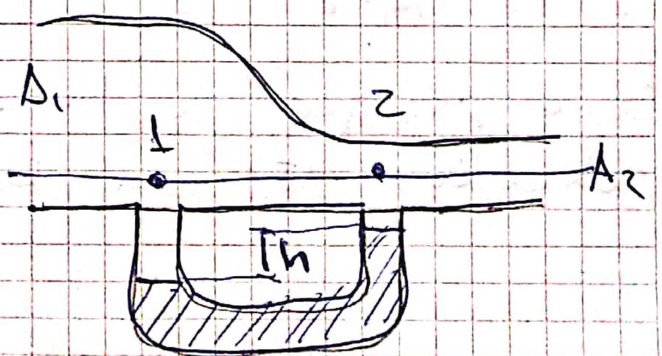
$$\cancel{\delta} g h_A - \cancel{\delta} g h_B = \frac{1}{2}\cancel{\delta} v_B^2$$

$$2g(h_A - h_B) = v_B^2$$

$$\sqrt{2gh} = v_B$$

Tubo de Venturi



Aplicando Bernoulli entre 1 y 2

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\delta v_2^2 \qquad A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\delta\left(v_2^2 - \frac{A_2^2}{A_1^2} v_2^2\right)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\delta\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) v_2^2$$

$$\delta g h_1 - \delta g h_2 = \frac{1}{2}\delta\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) v_2^2$$

$$\cancel{\delta} g h = \frac{1}{2}\cancel{\delta}\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) v_2^2$$

$$\sqrt{\frac{2gh}{\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}} = v_2 \qquad \text{caso A}$$

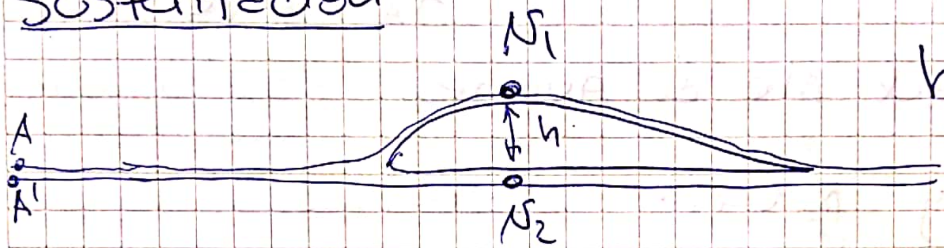
En el segundo caso la $\delta$ del fluido en movimiento es distinta de la del fluido en reposo

$$\delta_{liq}\, g h = \frac{1}{2}\delta_{gas}\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right) v_2^2$$

$$\sqrt{\frac{2\delta_{liq}\, g h}{\delta_g\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}} = v_2$$

Una vez que se tiene $v_2$ se puede calcular $v_1$ con la ec de continuidad

## Sustentación




h pequeño

$v_1 > v_2$

$v_1^2 > v_2^2$

$$P_1 + \frac{1}{2}\delta v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\delta v_2^2$$

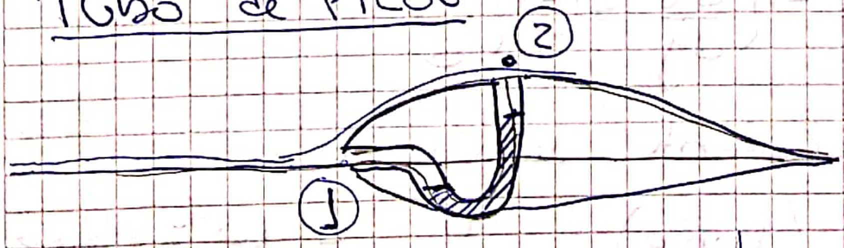
$$\frac{1}{2}\delta \underbrace{(v_1^2 - v_2^2)}_{>0} = \underbrace{P_2 - P_1}_{>0} \Rightarrow P_2 > P_1$$

Si multiplicamos por el area del ala resulta una Fza neta hacia arriba!

Sucede lo mismo con una esfera rotando y trasladandose


Ver video de la página Efecto Magnus

## Tubo de Pitot




$$P_1 + \cancel{\frac{1}{2}\delta_A v_1^2} = P_2 + \frac{1}{2}\delta_A v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\delta_A v_2^2$$

$$P_1 = P_2 + \delta_L g h$$

$$P_1 - P_2 = \delta_L g h$$

$$\frac{1}{2}\delta_A v_2^2 = \delta_L g h$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\delta_L g h}{\delta_A}}$$ en general $\delta_L$ = Alcohol

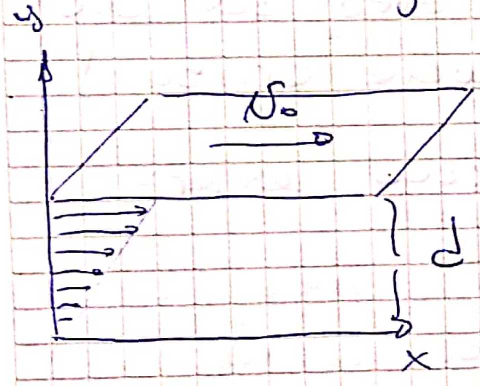
$\delta_A$ = Aire

dispositivo del Ala de Aviones

<u>Perfumero</u> y <u>Arteria obstruida</u>

Los fluidos reales tienen Roce interno llamado viscosidad

Vamos a seguir trabajando con flujos laminares y No turbulentos




$$\vec{v}(y) = \frac{v_0}{d} \cdot y \, \hat{i}$$

En este caso el esfuerzo es proporcional a la derivada de la velocidad

$$\frac{F}{A} = -\eta \frac{\Delta v}{\Delta y} = -\eta \frac{dv}{dy} = -\eta \frac{v_0}{d}$$

donde $\eta$ es coeficiente de viscosidad

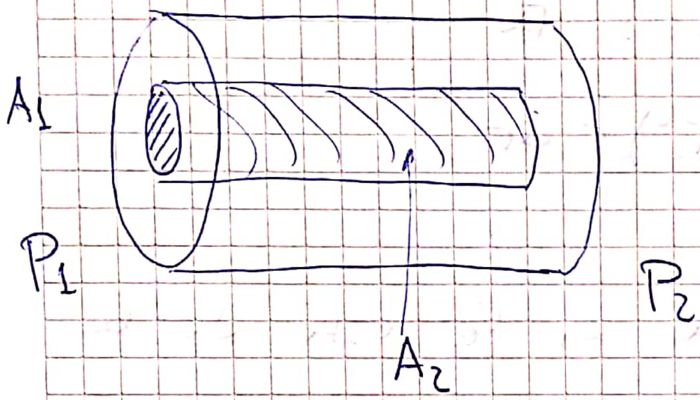
$$[\eta] = \frac{N \cdot seg}{m^2} \quad (\text{Poise})$$

$\eta_{H_2O} = 10^{-2}$ Poise

$\eta_{Aire} = 1,2 \times 10^{-4}$ Poise

$\eta_{\text{dulce de leche}} \approx 2$ a 5

Con este modelo veamos como son las velocidades




$$\frac{F}{A_2} = \frac{\Delta P . A_1}{A_2} = \frac{\Delta P \pi r^2}{2 \pi r L}$$

$$\frac{F}{A_2} = \frac{\Delta P r}{2L} = -\eta \frac{dv}{dr}$$

$$dv = \frac{-\Delta P}{2\eta L} . r dr$$

Si integramos entre r y a y recordamos que $v(a) = 0$

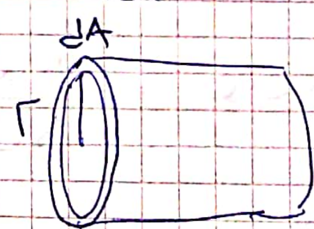
$$\int_r^a dv = \frac{-\Delta P}{2\eta L} \int_r^a r dr$$

$$v(a) - v(r) = \frac{-\Delta P}{2\eta L} \frac{r^2}{2} \Big|_r^a = \frac{-\Delta P}{4\eta L}(a^2 - r^2)$$

$$v(r) = \frac{\Delta P}{4\eta L}(a^2 - r^2)$$

en $r=0$ es máxima y cero en los bordes

Calculemos ahora el caudal




$$dq = v(r) . dA$$

$$dq = v(r) . 2\pi r dr$$

$$dq = \frac{\Delta P}{\overset{\cancel{4}}{_{2}}\eta L}(a^2 - r^2) \cdot 2\pi r\, dr$$

Para encontrar el caudal total integramos entre 0 y a

$$Q = \frac{\cancel{4}\pi \Delta P}{2\eta L} \int_0^a (a^2 - r^2)\, r\, dr$$

la integral de la resta es la resta de las integrales

$$\int_0^a a^2 r\, dr - \int_0^a r^3 dr = a^2 \frac{r^2}{2}\Big|_0^a - \frac{r^4}{4}\Big|_0^a = \frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4} = \frac{a^4}{4}$$

$$Q = \frac{\pi a^4 \Delta P}{8\eta L}$$

N° de Reynolds $\quad Re = \frac{\delta v D}{\eta}$

Fuerza Viscosa de Stockes $\quad F = 6\pi r \eta v$ esfera

Potencia $= \frac{\Delta W}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = \Delta P \cdot A \cdot v = \Delta P \cdot Q$