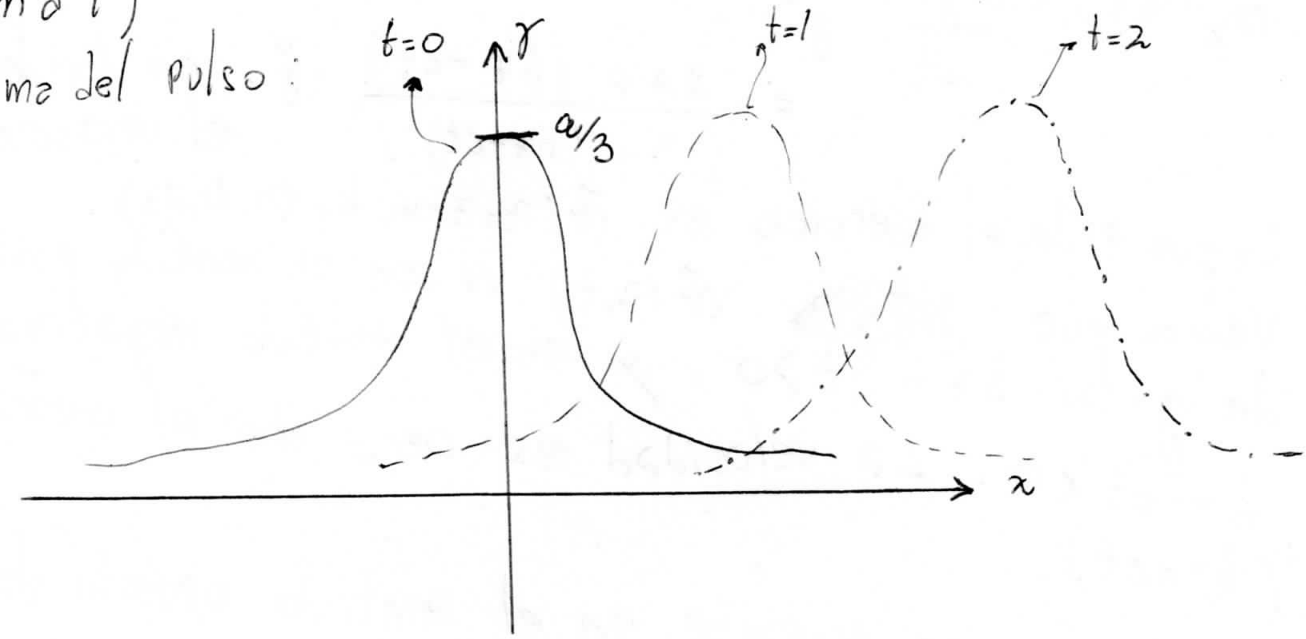
Problema 1)

a) Forma del pulso:



b) $y(x,t) = \dfrac{a}{3+(bx-ct)^2}$. Tenemos que encontrar la posición x del máximo para $t = 0, 1, 2s$.

El máximo va a estar en $bx-ct=0$, es decir, para $x = \dfrac{c}{b}t$, porque si $|bx-ct|>0$ entonces $y(x,t) < \dfrac{a}{3}$, siendo $\dfrac{a}{3}$ la altura del máximo.

c) Como $x_{max} = \dfrac{c}{b}t$, entonces $v_{max} = \dfrac{dx_{max}}{dt} = \dfrac{c}{b}$.
Esta es también la velocidad de propagación de la onda, que es constante.
Los puntos sobre la cuerda se mueven hacia arriba y hacia abajo. Ningún punto sobre la cuerda se mueve en la dirección de la onda.

d) Sí: $y(x,t) = \dfrac{a}{3+b^2(x-\frac{c}{b}t)^2}$, de donde identificamos $v = \dfrac{c}{b}$.

e) $x = 3$ cm. Esta porción de la cuerda está siempre en la misma posición del eje x, se mueve solo en la dirección y. Por lo tanto su velocidad va aser:

$$\vec{v}_y(x,t) = \frac{d\,y(x,t)}{dt}\check{y} = \frac{2ac\,(bx-ct)}{[3+(bx-ct)^2]^2}\cdot\check{y}$$, en donde $\check{y}$ es el versor en y.

Lo que pide el ejercicio es $\vec{v}(x=3cm,\ t=0s,1s,2s)$.

Vemos que $\vec{v}(x,t)$ va en el sentido positivo de y si $bx-ct>0$, y en el sentido negativo si $bx-ct<0$. La velocidad es cero en el máximo $(bx=ct)$.

4) Para que se propague en el sentido opuesto debería ser:

$$y(x,t) = \frac{a}{3+(bx+ct)^2}.$$

Problema 8)

a) • Número de onda: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{8\pi}\ cm^{-1} = \frac{1}{4}\ cm^{-1}$.

• Frecuencia angular: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, como $v = \frac{\omega}{k}$, $\omega = v\cdot k$

$$\Rightarrow \omega = 48\frac{cm}{s}\cdot\frac{1}{4}\ cm^{-1} = 12\ s^{-1}.$$

• Para la constante de fase escribimos:

$$y(x,t) = y_{max}\ \text{sen}(kx-\omega t+\phi)$$

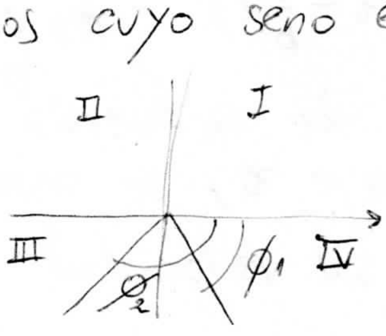
(Podríamos usar el coseno, es lo mismo mientras lo mantengamos por todo el ejercicio. Lo único que cambiaría sería el valor de ϕ).

Me dice que

$$y(0,0) = y_{max}\ \text{sen}(\phi) = -2cm$$

$$\Rightarrow \text{sen}(\phi) = -\frac{1}{3}.$$

Hay 2 ángulos cuyo seno es $-\frac{1}{3}$:



$\phi_1 = -19,5°$ (este es el valor que da la calculadora, está en el sector IV)

$\phi_2 = \phi_1 + 180° = -160,5°$ (este está en el sector III)

¿cuál de los dos es el correcto? $-\omega t)$
Para ello uso el otro dato que me dan, que es que para $x=0$, $t=0$ la rapidez de oscilación es negativa. La rapidez de oscilación es:

$$v_y(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = y_{max}(-\omega)\cos(kx-\omega t+\phi) \text{, entonces}$$

$$v_y(0,0) = y_{max}(-\omega)\cos(\phi) < 0 \Rightarrow \cos\phi > 0 \Rightarrow$$

el ángulo está en el sector IV, es decir, el correcto es ϕ_1.

b) Tengo que encontrar t tal que

$$y(0,t) = y_{max}\,\text{sen}(-\omega t+\phi) = 2cm \text{, es decir,}$$

$$\text{sen}(\phi-\omega t) = 1/3.$$ Si nos concentramos en los ángulos entre 0° y 360°, las soluciones son:

$\phi-\omega t = 19{,}47°$ (la que da la calculadora en el sector I)

$\phi-\omega t = 160{,}53°$ (sector II).

como $\phi<0$, ninguna de estas dos soluciones me va a dar un tiempo positivo. Vamos a utilizar entonces los ángulos negativos:

① $\phi-\omega t = -340{,}53°$ (sector I)

② $\phi-\omega t = -199{,}47°$ (sector II)

Son los mismos ángulos pero expresados como ángulos negativos. Ahora sí. Si elijo la primera opción:

① $\Rightarrow$ $\omega t = \phi + 340{,}53° \Rightarrow \omega t = 321° \Rightarrow t = \dfrac{321°}{12\,\frac{rad}{s}}$

uso que $321° = 0{,}9 \cdot 2\pi$ rad.

$$\Rightarrow t = \frac{0{,}9 \cdot 2\pi\ rad}{12\,\frac{rad}{s}} = \frac{0{,}9 \cdot \pi}{6}\,s = 0{,}46\,s.$$

Si elijo la segunda opción:

② $\Rightarrow$ $\omega t = \phi + 199{,}47° = 180° \Rightarrow \boxed{t = \dfrac{\pi\ rad}{12\,\frac{rad}{s}} = 0{,}26\,s.}$

Me quedo con este porque es el más pequeño, tal como pide el enunciado.