Problema 16) Un problema de efecto Doppler:

a) Este es el caso de observador en reposo y fuente en movimiento. En este caso, la longitud de onda percibida, λ' sufre una corrección con respecto a la emitida, λ:

$$(1) \quad \lambda' = \lambda\left(1 - \frac{v_F}{v}\right),$$ en donde v_F es la velocidad de la fuente y v la del sonido.

Si el observador está delante de la locomotora, la fuente se está acercando, así que debemos tomar v_F como positiva: $v_F = +30\,\frac{m}{s}$.

Si el observador está detrás de la locomotora, ésta se aleja, y debemos tomar v_F como negativa $v_F = -30\,\frac{m}{s}$.

Por la ecuación (1), la justificación es que:

$$\lambda' = \frac{v}{\nu} - \frac{v_F}{\nu},$$ donde ν es la frecuencia emitida, pero podemos escribirlo así:

$$\lambda' = \lambda - \frac{v_F}{v}\frac{v}{\nu},$$ porque $\frac{v}{\nu} = \lambda$.

Entonces:

$$\lambda' = \lambda - \frac{v_F}{v}\cdot\lambda = \lambda\left(1 - \frac{v_F}{v}\right),$$ que es lo que escribí más arriba.

c) Si el observador y la fuente se mueven, la corrección a la frecuencia viene dada por:

$$\nu' = \nu\left(\frac{v + v_o}{v - v_F}\right),$$ en donde ν' es la frecuencia percibida y v_o la velocidad del observador.

Hay que tomar $v_o = 15\,\frac{m}{s}$ si el observador se acerca a la fuente.

y $v_o = -15\,\frac{m}{s}$ si el observador se aleja de la fuente.

Por ejemplo, en este caso:

$$\overset{v_o}{\longleftarrow}\!\!\overset{O}{\bullet} \qquad\qquad \overset{F}{\bullet}\!\!\overset{v_F}{\longrightarrow}$$

Hay que tomar $v_o = -15\frac{m}{s}$ y $v_F = -30\frac{m}{s}$ porque tanto el observador como la fuente se está alejando el uno del otro.

En este caso:

$$\overset{v_o}{\bullet\!\!\longrightarrow} \qquad\qquad \overset{v_F}{\longleftarrow\!\!\bullet}$$

Hay que tomar $v_o = 15\frac{m}{s}$ $v_F = 30\frac{m}{s}$ porque ambos se acercan.

En este caso:

$$\overset{v_o}{\bullet\!\!\longrightarrow} \qquad \overset{v_F}{\bullet\!\!\longrightarrow}$$

Hay que tomar $v_o = 15\frac{m}{s}$ y $v_F = -30\frac{m}{s}$, porque el observador tiende a acercarse pero la fuente a alejarse.

Y en este caso:

$$\overset{v_o}{\longleftarrow\!\!\bullet} \qquad \overset{v_F}{\longleftarrow\!\!\bullet}$$

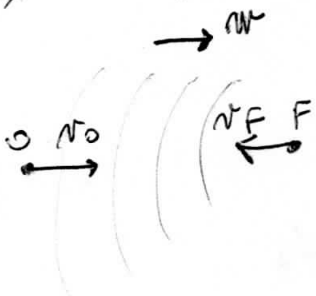
$v_F = 30\frac{m}{s}$ $v_o = -15\frac{m}{s}$.

d) Si hay viento, lo que cambia es la velocidad a la que viaja el sonido con respecto a un observador en reposo. (Notar que la velocidad de propagación en el aire no cambia, sino la velocidad a la que viaja el sonido. La velocidad de propagación depende sólo del medio!)

Entonces, donde aparece v en las fórmulas anteriores hay que poner $v + w$, en donde w es la velocidad del viento. Hay que tomar $w > 0$ si el viento va en la misma dirección que la propagación del sonido y $w < 0$ si va en la dirección opuesta. Por lo tanto, la corrección en frecuencia es:

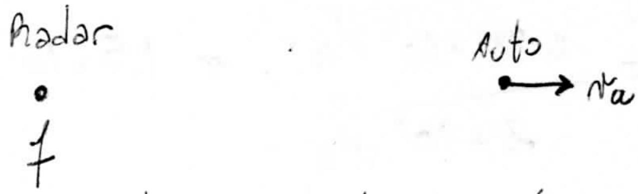
$$\nu' = \nu\left(\frac{v + w + v_o}{v + w - v_F}\right)$$

Por ejemplo, en este caso



Hay que tomar
$v_o = 15\,\frac{m}{s}$
$v_F = 30\,\frac{m}{s}$
$v = -9\,\frac{m}{s}$.

Problema 24) En este problema se combina efecto Doppler y batido (pulsaciones). El esquema es así:



El radar emite microondas con frecuencia $f = 2\,GHz = 2\times10^9\,Hz$.
Al auto llegan ondas con frecuencia:

Fuente fija
observador
en movimiento

$$f' = f\left(1 + \frac{v_a}{v}\right)$$, en donde hay que considerar $v_a < 0$ porque el auto se aleja:

$$f' = f\left(1 - \frac{|v_a|}{v}\right).$$

El auto refleja esas ondas con frecuencia f', pero al radar le vuelven ondas con una frecuencia modificada:

Observador fijo
Fuente en
movimiento

$$f'' = f'\,\frac{v}{v - v_a}$$, y hay que tomar $v_a < 0$ porque el auto se aleja del radar:

$$f'' = f'\,\frac{v}{v + |v_a|}.$$

El batido se va a dar entre el sonido original emitido y la onda que llega del auto con frecuencia f''. Entonces, la frecuencia de batido será:

$$f_{bat} = |f'' - f| = 293\,Hz.$$ Esto es una ecuación para v_a:

$$f'' = f'\,\frac{v}{v + |v_a|} = f\,\frac{\left(1 - \frac{|v_a|}{v}\right)}{\left(1 + \frac{|v_a|}{v}\right)}$$. De acá podemos ver que $f'' < f$, entonces:

$$|f'' - f| = f - f''$$

Entonces la ecuación queda:

$$f - f\,\frac{1 - \frac{|v_a|}{v}}{1 + \frac{|v_a|}{v}} = 293\ Hz$$

Entonces:

$$1 - \frac{1 - \frac{|v_a|}{v}}{1 + \frac{|v_a|}{v}} = \frac{2.93 \times 10^{2}\ Hz}{2 \times 10^{9}\ Hz} \simeq 1.5 \times 10^{-7}$$

y queda, sacando denominador común:

$$\frac{\cancel{1} + \frac{|v_a|}{v} - \cancel{1} + \frac{|v_a|}{v}}{1 + \frac{|v_a|}{v}} = \frac{2\,\frac{|v_a|}{v}}{1 + \frac{|v_a|}{v}} = 1.5 \times 10^{-7}$$

O $\quad 2\,\frac{|v_a|}{v} - 1.5 \times 10^{-7}\left(1 + \frac{|v_a|}{v}\right) = 0$

que es una ecuación lineal para v_a.