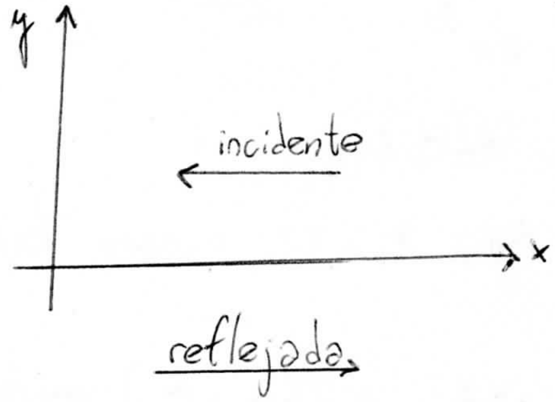
Problema 2)



a) La onda incidente puede escribirse como:

$$y_i(z,t) = A\cos(kz + \omega t)$$

con $A = 0.75\,mm$

$\omega = 2\pi f$, con $f = 440\,Hz$

y $k = \frac{\omega}{v}$.

La onda reflejada será:

$$y_r(z,t) = A\cos(kz - \omega t + \phi)$$

(se mueve en la dirección de x positivo y tiene una diferencia de fase respecto a la onda incidente)

La onda resultante será la suma de las 2:

$$y(z,t) = y_i(z,t) + y_r(z,t) = 2A\cos\left(kz + \frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\omega t - \frac{\phi}{2}\right),$$

en donde hemos usado la identidad:

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right).$$

Para determinar ϕ usamos la condición $y(0,t) = 0$, ya que el extremo $z=0$ no se mueve:

$$y(0,t) = 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(\omega t - \frac{\phi}{2}\right) = 0,$$

que tiene solución para:

$$\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) = 0. \Rightarrow \frac{\phi}{2} = \frac{(2n+1)\pi}{2} \quad n = 0, 1, \ldots$$

P. ej. $\boxed{\phi = \pi.}$

b) Los puntos para los cuales la cuerda no se moverá nunca (nodos) corresponden a: $\cos\left(kz + \frac{\pi}{2}\right) = 0$.

como $\cos\left(kx + \frac{\pi}{2}\right) = -\operatorname{sen}(kx)$, esto corresponde también a $\operatorname{sen}(kx)=0 \Rightarrow kx = 2n\pi \Rightarrow x = \frac{2n\pi}{k} = \frac{2n\pi\lambda}{2\pi} = n\lambda$.

Por lo tanto, los nodos están en

$$x_n = n\lambda, \quad n = 0, 1, \ldots$$

en particular, hay un nodo para $x_0 = 0$, como habíamos visto antes.

c) • La amplitud es $2A$.

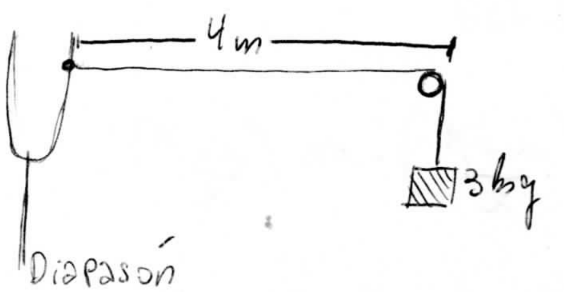
• Velocidad: $v_y(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t}(x,t) = -2A\omega \cos\left(kx + \frac{\pi}{2}\right) \operatorname{sen}(\omega t - \phi/2)$

Por lo tanto, la velocidad transversal máxima será, en módulo, $v_y^{max} = 2A\omega$.

• Aceleración: Derivando una vez más obtenemos que

$$a_y^{max} = 2A\omega^2.$$

Problema 3)



a) La velocidad de propagación es $v = \sqrt{T/\mu}$ donde T es la tensión de la cuerda y μ la densidad lineal de masa.

$$T = 3kg \cdot g \simeq 29{,}5N.$$

$$\mu = \frac{\text{masa de la cuerda}}{\text{longitud}} = \frac{0.2\ kg}{4\ m} = 0.05\ \frac{kg}{m}.$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{29{,}5\ N}{0.05\ \frac{kg}{m}}} = 24{,}3\ \frac{m}{s}.$$

b) Si $f = 240\ Hz$ y $v = 24{,}3\ \frac{m}{s}$, $\lambda = \frac{v}{f} \simeq 0{,}1\ m$

c) La frecuencia del sonido es la misma que la frecuencia de vibración de la cuerda: $f_{sonido} = 240\ Hz$.

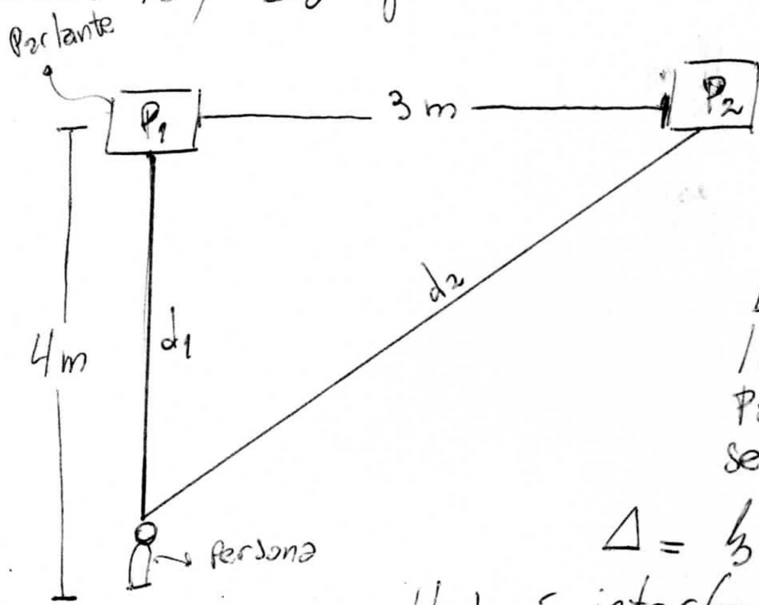
d) La longitud de onda del sonido es $\lambda_{sonido} = \frac{v_{sonido}}{f_{sonido}}$

con $v_{sonido} = 343\ \frac{m}{s}$.

La longitud de onda sí será diferente a la de la cuerda porque la velocidad de propagación es diferente.

e) Se los dejo a ustedes.

Problema 13) La geometría es así:



$d_1 = 4m$,

$d_2 = \sqrt{25m^2} = 5m$.

La diferencia de fase de las ondas emitidas por los 2 parlantes al llegar al observador será:

$$\Delta = k(d_2 - d_1) = k \cdot 1m$$

Habrá interferencia constructiva cuando

$$\Delta = k\, 1m = 2n\pi \qquad n = 0, 1, \dots$$

Habrá interferencia destructiva cuando

$$\Delta = k \cdot 1m = (2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad n = 0, 1, \dots$$

Por lo tanto, para

$k_n = 2n\pi\ m^{-1}$ va a haber interferencia constructiva

y para

$k_n = (2n+1)\pi\ m^{-1}$ será destructiva.

Usando que

$\omega_n = v\, k_n$, con v la velocidad del sonido, podemos obtener las frecuencias correspondientes.