

Problema 9) Considerando el esquema del enunciado de la práctica. ①

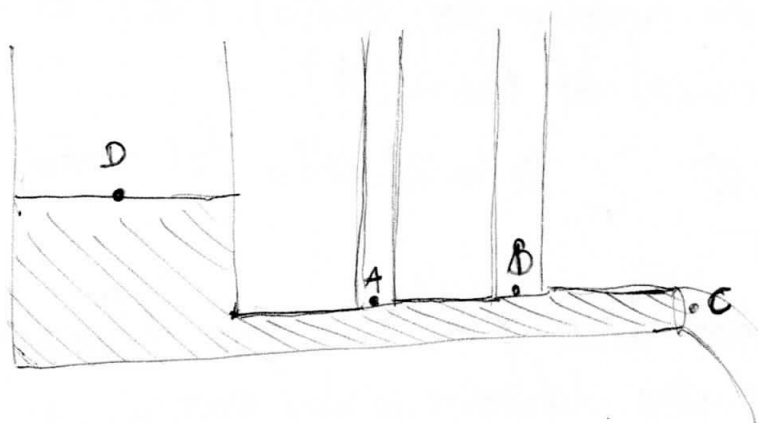
a) La presión en el fondo del tanque (la que siente la llave), es

$$P = P_{atm} + \rho g h, \text{ con } h = 40 \text{ cm.}$$

La fuerza es $F = PA$, en donde A es el área del tubo

$$A = \pi r^2, \text{ y } r \text{ es conocido.}$$

b) Supongamos que abrimos la llave y el agua está fluxendo por el tubo hasta el extremo C:



Para averiguar el caudal planteamos Bernoulli entre los puntos D y C:

$$P_D + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v_D^2 = P_C + \frac{1}{2} \rho v_C^2,$$

en donde estamos tomando el cero de la altura en el punto C.

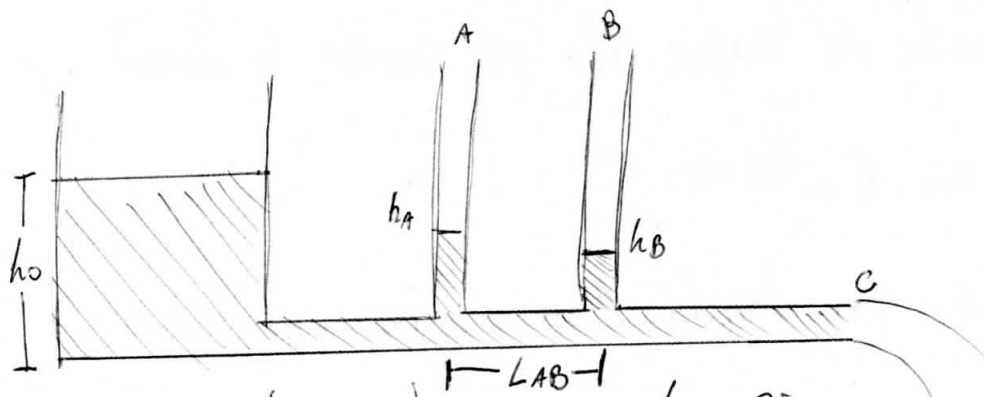
Dado que $P_D = P_C = P_{atm}$ y que $v_D \ll v_C$ (con el mismo argumento que en el ejercicio del sifón, Ej. 4) nos queda:

$$\frac{1}{2} \rho v_C^2 = \rho g h \Rightarrow v_C = \sqrt{2gh} \Rightarrow \text{el caudal es } Q = v_C \cdot A.$$

Para sacar las alturas en los puntos A y B hay que plantear Bernoulli entre A y C y entre B y C. Como $P_A = P_B = P_{atm}$ y $v_A = v_B = v_C$ (por continuidad), va a quedar que:

$$h_A = h_B = 0.$$

c) Si hay viscosidad la ~~velocidad de salida~~ situación cambia:



El enunciado nos dice que h_0 es tal que el caudal en C es el mismo que en el caso anterior (sin viscosidad). Entonces h_0 debe ser mayor que 40 cm.

Este ejercicio hay que pensarlo con la ley de Poiseuille, que relaciona la variación de presión en un caño por donde fluye un fluido viscoso en función del caudal (Q), el largo del caño (L) y la viscosidad del fluido (η):

$$\Delta P = \frac{8 \eta L Q}{\pi R^4}, \quad R \text{ es el radio del caño.}$$

Esta ley (ver teoría) nos dice que para que fluya un fluido viscoso debe haber una diferencia de presión, a diferencia de lo que pasa con un fluido ideal descrito por la ecuación de Bernoulli. En otras palabras, parece que un fluido viscoso fluya hay que "empujarlo".

Si conocemos L_{AB} , la distancia entre los puntos A y B (ver dibujo), es posible calcular la diferencia de alturas $h_A - h_B$.

Primero calculamos la diferencia de presión entre A y B:

$$P_A - P_B = \frac{8 \eta L_{AB} Q}{\pi R^4}, \quad \eta, R \text{ son dados. El caudal } Q \text{ es igual a } Q_C, \text{ que es conocido.}$$

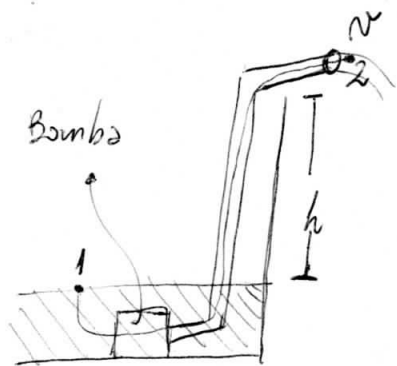
Ahora, dado que $P_A = P_{atm} + \rho g h_A$ y $P_B = P_{atm} + \rho g h_B$ entonces:

$$\rho g (h_A - h_B) = \frac{8 \eta L_{AB} Q}{\pi R^4}, \quad \rho \text{ es conocido.}$$

Problema 12) La potencia entregada por la bomba es (2)

$W = Q \Delta P$, en donde Q es el caudal y ΔP es la presión.
(ver la teoría).

$Q = v \cdot A$, en donde v y A son datos del problema.



Para calcular ΔP hacemos Bernoulli entre un punto en la superficie del agua y un punto a la salida del caño:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h$$

en donde pusimos el cero de la altura al nivel del agua.

Ahora: ~~$P_2 = P_{atm}$~~

También, si el área de la superficie del agua es mucho más grande que el diámetro del caño $v_1 \ll v_2$ (ver incisos anteriores). Entonces queda:

$$\del{P_1} - P_{atm} = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h$$

entonces $\Delta P = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h$, como $v_2 = v$ es un dato del problema y h también, con esto es posible calcular ΔP y también $W = Q \cdot \Delta P$.