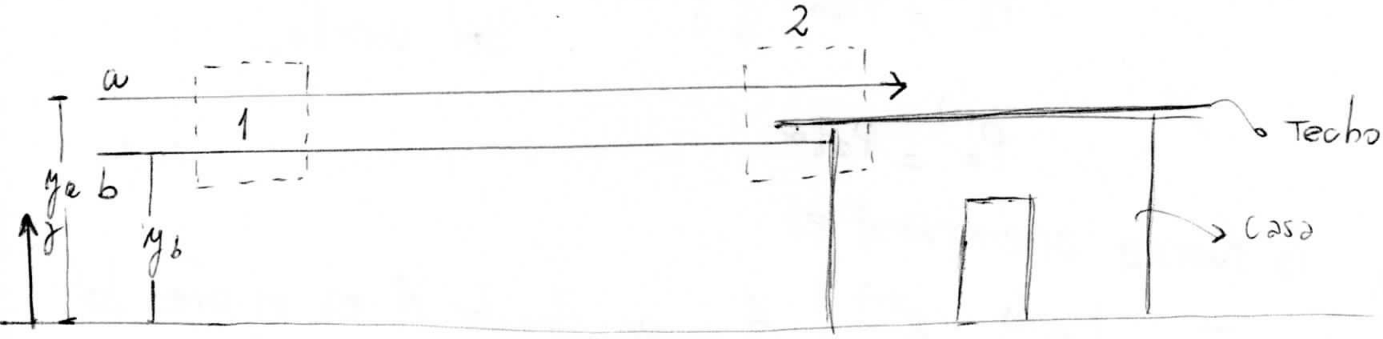
Problema 2) Para resolver este problema vamos a usar 2 líneas de corriente; a y b: 




En el punto 1 ambas líneas de corriente tienen la misma velocidad y la misma presión y, aproximadamente, la misma altura:

$$\frac{1}{2} v_a^{(1)^2} \rho + \rho g y_a + P_a^{(1)} = \frac{1}{2} v_b^{(1)^2} \rho + \rho g y_b + P_b^{(1)}$$

Como $y_a \approx y_b$ (podemos tomar las líneas muy juntas)

y $v_a^{(1)} = v_b^{(1)}$, (en donde $v_a^{(1)}$ es la velocidad de la línea a en el punto 1 y análogamente para $v_b^{(1)}$)

entonces

$$P_a^{(1)} = P_b^{(1)}.$$

Si ahora consideramos qué pasa en el punto 2, vemos que si bien la línea a permanece sin cambios, con la misma velocidad y presión, en la línea b hay cambios. Para empezar $v_b^{(2)}$ (la velocidad de la línea b en el punto 2) es cero, porque se choca contra la pared de la casa:

$$v_b^{(2)} = 0.$$

¿Cuál es la presión? Para eso usamos Bernoulli:

$$\frac{1}{2} v_b^{(1)^2} \rho + P_b^{(1)} = \frac{1}{2} v_b^{(2)^2} \rho + P_b^{(2)}$$

$$\Rightarrow P_b^{(2)} = P_b^{(1)} + \frac{1}{2} \rho v_b^{(1)^2}, \text{ porque } v_b^{(2)} = 0$$

Ahora, $P_a^{(1)}$ es la presión atmosférica y $v_a^{(1)}$ es la velocidad

del viento (ambos datos). Entonces podemos calcular $P_b^{(2)}$.
¿Cuál es la presión $P_a^{(2)}$? Es la misma que en el punto 1, es decir, la presión atmosférica. Entonces tenemos:

$$P_b^{(2)} = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho v^2,$$ con $v$ la velocidad del viento,

y

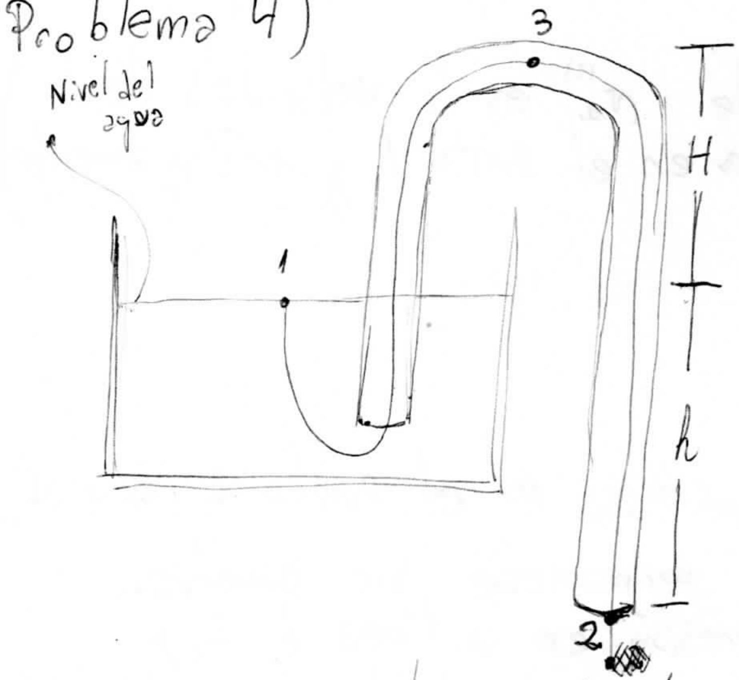
$$P_a^{(2)} = P_{atm}.$$

Ahora, la fuerza ascensional es

$$F = \left(P_b^{(2)} - P_a^{(2)}\right).A$$ , en donde $A$ es el área del techo.

<u>Pregunta</u>: ¿Qué es lo mejor que podemos hacer con las ventanas de la casa durante un huracán?
¿Las dejamos abiertas o cerradas?

Problema 4)




a) Para resolver este punto usamos la línea de corriente entre el punto 1 y 2:
El punto 1 está en la superficie del agua del tanque,
el punto 2 está justo a la salida del caño.
Tomamos el cero de la altura en el punto 2, de manera que Bernoulli se escribe como:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2,$$

$p_1$ y $p_2$ son la presión atmosférica, porque el tanque está abierto a la atmósfera:

$$p_1 = p_2 = p_{atm}.$$

Entonces queda:

$$v_2 = \sqrt{2gh + v_1^2}$$

Necesitamos otra ecuación porque no conocemos $v_1$. La ecuación de continuidad es:

$v_1 . A = v_2\, a$, en donde $A$ es la

superficie del tanque y $a$ es la sección del caño. Entonces:

$$v_1 = v_2 \frac{a}{A}, \quad \text{si consideramos que } A >> a$$

(como es el caso generalmente) entonces $v_1 \approx 0$ (el nivel del agua baja muy lentamente).

En ese caso $v_2 \approx \sqrt{2gh}$.

b) Para resolver este inciso planteamos Bernoulli entre los puntos 2 y 3:

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = p_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 + \rho g (h+H).$$

Ahora, $v_1 = v_2$, porque la sección del caño es la misma en ambos puntos (recordar ecuación de continuidad). Entonces queda:

$$p_2 = p_3 + \rho g (H+h),$$ como $p_2$ es la presión atmosférica, queda

$$p_{atm} = p_3 + \rho g (H+h).$$

Como $p_{atm}$ está fijo, al aumentar $H+h$, $p_3$ debe disminuir para satisfacer la última ecuación. Como $p_3$ no puede ser negativa, el $H+h$ máximo se da cuando $p_3 = 0$:

$$p_{atm} = \rho g (H+h)_{max} \Rightarrow (H+h)_{max} = \frac{p_{atm}}{\rho g}.$$

Si subimos más $H+h$ el sifón deja de funcionar.

Problema 7) Vamos a deducir la velocidad límite de una esfera en un medio viscoso (ya está en la teoría pero lo repetimos con fines didácticos). La esfera está sujeta a 3 fuerzas:


$\vec{P}$ : Peso

$\vec{E}$ : Empuje

$\vec{F}_v$ : Fuerza viscosa.

Asumimos que la esfera está cayendo (velocidad hacia abajo).

Los módulos de estas fuerzas son

$P = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_e g$, en donde $r$ es el radio de la esfera y $\rho_e$ su densidad.

$E = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$, en donde $\rho$ es la densidad del líquido.

$F_v = \gamma v$, en donde $\gamma$ es una constante y $v$ es la velocidad del curpo. Esta fuerza siempre se opone al movimiento. Si la esfera cae, $F_v$ apunta hacia arriba (como en el dibujo) y viceversa.

La 2ª ley de Newton es:

$$F_v + E - P = ma \, .$$

La velocidal límite corresponde a $a = 0$; entonces

$$\underbrace{\gamma v_{lim}}_{F_v} - \underbrace{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_e g}_{P} + \underbrace{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g}_{E} = 0$$

Despejando $v_{lim}$:

$$v_{lim} = \frac{1}{\gamma} \, \frac{4}{3}\pi r^3 g \, (\rho - \rho_e) \, .$$

Según la ley de Stokes:

$\gamma = 6\pi r \eta$, en donde $\eta$ es el coeficiente de viscocidad del fluido. Entonces:

$$v_{lim} = \frac{2}{9} r^2 g \, \frac{(\rho - \rho_e)}{\eta} \, .$$

Conociendo los valores de $\rho$, $\rho_e$, $r$ y $\eta$ es posible calcular $v_{lim}$.