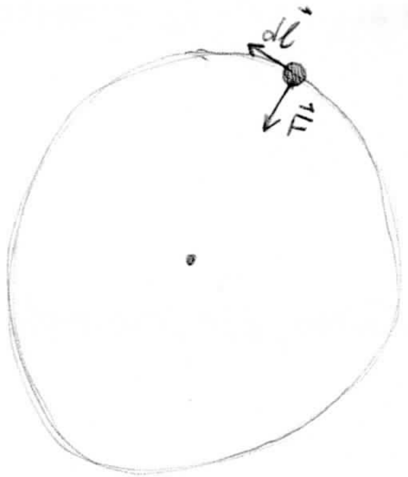
Problema 15

a)



En cada punto de la trayectoria circular, la fuerza es perpendicular al desplazamiento,

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F\, dl \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0,$$

y por eso el trabajo es nulo.

b) En una órbita elíptica el trabajo es no nulo $\Delta W \neq 0$, lo que implica que hay variaciones en la energía cinética y, por lo tanto, en el módulo de la velocidad.

c) Se los dejo a Ustedes.

Problema 17

Debemos resolver para una órbita elíptica. Nos dan 2 datos, el perihelio:

$$r_{min} = 0.57 \text{ UA},$$

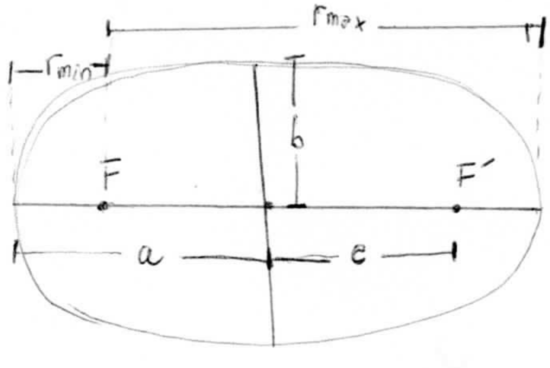
y el período:

$$T = 75.6 \text{ años}.$$

a) 1º utilizamos la tercera Ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3,$$ en donde a es el semieje mayor de la órbita.

La geometría es:



F, F´: focos
a: semieje mayor
b: semieje menor
c: semidistancia focal

Con el período podemos despejar a.

Ahora $c = a - r_{min}$, por lo tanto, podemos calcular la excentricidad, que se define como:

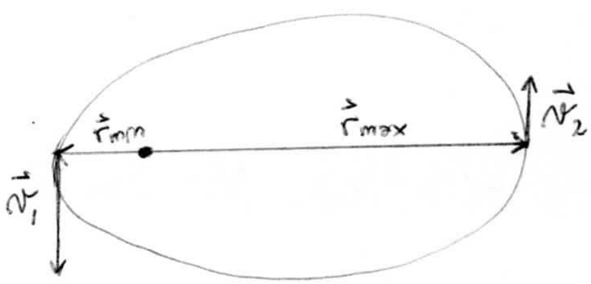
$$\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{a - r_{min}}{a} = 1 - \frac{r_{min}}{a}.$$

Por otro lado, la distancia de máximo alejamiento es

$r_{max} = c + a = 2a - r_{min}$.

Problema 18

Usamos la conservación del momento angular $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, en los puntos de mínimo y máximo alejamiento:



$$\vec{L}_1 = \vec{r}_{min} \times (m\vec{v}_1)$$
$$\vec{L}_2 = \vec{r}_{max} \times (m\vec{v}_2)$$

$$|\vec{L}_1| = L_1 = r_{min}\, m\, v_1 \operatorname{sen}(\pi/2)$$
$$|\vec{L}_2| = L_2 = r_{max}\, m\, v_2 \operatorname{sen}(\pi/2)$$

Dado que $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$

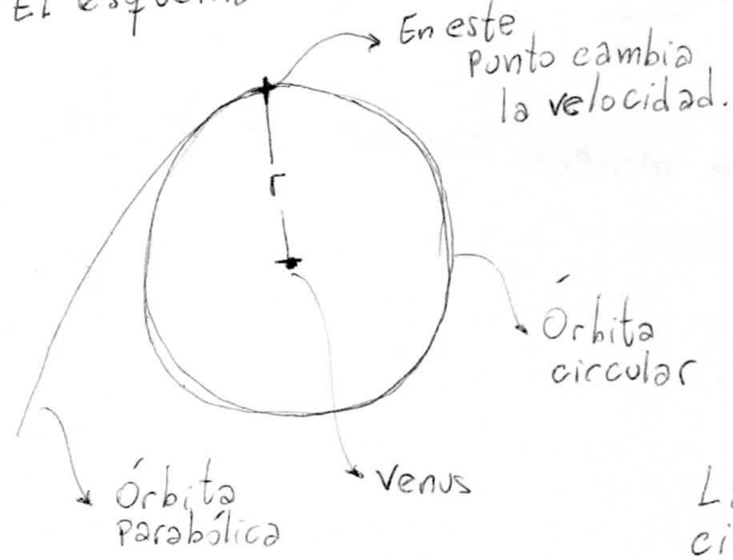
$\Rightarrow L_1 = L_2 \Rightarrow r_{min} v_1 = r_{max} v_2$.

v_1 es la velocidad máxima en la órbita y v_2 es la mínima.

Usando que $\frac{r_{min}}{r_{max}} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{n}$ y la geometría de la elipse, es posible llegar al resultado.

Problema 20

El esquema es así:



La energía de la órbita parabólica es 0:

$$\frac{1}{2} m v_i^2 - \frac{G M m}{r} = 0$$

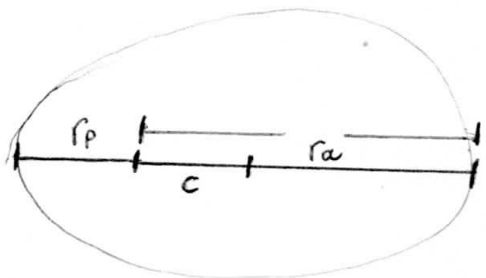
Si usamos $r = 300\,Km$, podemos despejar la v_i, la velocidad antes del cambio.

La velocidad en la órbita circular saben calcularla, esa es v_f, la velocidad después del cambio.

$\left(\frac{v_i - v_f}{v_i}\right) \times 100$ es el cambio porcentual de la velocidad.

Problema 24

En la primera etapa, el ARSAT-1 estaba en una órbita elíptica con los siguientes parámetros:



r_p = perigeo = 6700 Km

r_a = apogeo = radio de la órbita geoestacionaria = 42 164 Km.

a) El semieje mayor es $2a = r_p + r_a$.
Por otro lado $c = a - r_p$, lo que nos permite calcular la excentricidad como

$$\varepsilon = \frac{c}{a}.$$

b) Para calcular la rapidez en el apogeo podemos plantear un sistema de ecuaciones con la conservación de la energía y del momento angular en los puntos de máximo y mínimo acercamiento:

$$\begin{cases} v_{min}\, r_a = v_{max}\, r_p \\ \frac{1}{2} m v_{min}^2 - \frac{GMm}{r_a} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 - \frac{GMm}{r_p} \end{cases}$$

y resolver para v_{min} y v_{max}.

El resto de los incisos se hacen de manera similar y se los dejo a Ustedes.