Física General I – Año 2024

Trabajo Práctico 9

Momento angular de partículas y de sistemas de partículas

1. Las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ que aparecen en la figura P1 actúan a lo largo de los lados del triángulo que se muestra en la misma figura. El punto O es la intersección de las alturas del triángulo. Encuentre una tercera fuerza $\vec{F}_3$ tal que, aplicada en el punto B y actuando con la dirección y el sentido que se muestran en la misma figura, dé por resultado un torque neto nulo con respecto al punto O.

2. Calcular el momento angular de las partículas cuyos vectores posición y cantidad de movimiento están dados por (los versores $\check{\imath}$, $\check{\jmath}$ y $\check{k}$ caracterizan los tres ejes de un sistema cartesiano) :

   a-
   $$\vec{r} = 4\,\mathrm{m}\;\check{\imath} - 5\,\mathrm{m}\;\check{\jmath} + 3\,\mathrm{m}\;\check{k}\,,\; \vec{p} = 1\,\mathrm{kg\,m/s}\;\check{\imath} + 4\,\mathrm{kg\,m/s}\;\check{\jmath} - 2\,\mathrm{kg\,m/s}\;\check{k}\,,$$

   b-
   $$\vec{r} = 1\,\mathrm{m}\;\check{\imath} - 2\,\mathrm{m}\;\check{\jmath} + 0\,\mathrm{m}\;\check{k}\,,\; \vec{p} = 7\,\mathrm{kg\,m/s}\;\check{\imath} - 1\,\mathrm{kg\,m/s}\;\check{\jmath} + 0\,\mathrm{kg\,m/s}\;\check{k}\,,$$

   c-
   $$\vec{r} = 0\,\mathrm{m}\;\check{\imath} + 2\,\mathrm{m}\;\check{\jmath} + 0\,\mathrm{m}\;\check{k}\,,\; \vec{p} = 1\,\mathrm{kg\,m/s}\;\check{\imath} + 0\,\mathrm{kg\,m/s}\;\check{\jmath} + 0\,\mathrm{kg\,m/s}\;\check{k}\,.$$

   Una vez obtenida la descomposición canónica del momento angular encontrar, en cada caso, su módulo, dirección y sentido, así como el ángulo entre posición y cantidad de movimiento.

3. Calcular el vector momento angular con respecto al origen, O, de la partícula de $2\,\mathrm{kg}$ que se mueve con velocidad de $10\,\mathrm{m/s}$, en la dirección y con el sentido que se muestran en la figura P3.

4. Un proyectil es lanzado desde el nivel de la tierra, con vector velocidad inicial de módulo v_0, que forma un ángulo θ con la dirección horizontal. Suponer que, mientras el proyectil recorre su trayectoria, sólo actúa sobre él la fuerza peso. Calcular, como funciones del tiempo, el vector momento angular del proyectil y el torque debido a su peso (ambos con respecto al punto del lanzamiento) cuando el proyectil se encuentra en cualquier punto de la trayectoria y verificar que la derivada temporal del primero coincide con el segundo.

5. La Tierra describe una órbita elíptica alrededor del Sol, estando éste en uno de los focos de la elipse, como se muestra en la figura P5. Suponiendo que puede elegirse un sistema inercial con origen en el centro geométrico del Sol, ¿cuál es el vector torque, con respecto a ese punto, de la resultante que actúa sobre la Tierra? Cuando la Tierra está en la posición más alejada del Sol (afelio), la distancia entre ambos es de $1,52 \times 10^{11}$ m, y la velocidad orbital de la Tierra es de $2,93 \times 10^{4}$ m/s. Hallar la velocidad orbital de la Tierra en la posición más cercana al Sol (perihelio), donde la distancia que los separa es de $1,47 \times 10^{11}$ m.

6. Se tiene un sistema de partículas formado por tres masas puntuales, A, B y C. La posición de las masas en el instante inicial y las fuerzas externas a las que se ven sometidas durante el movimiento son las que se muestran en la figura P6, con $|\vec{F}_A| = |\vec{F}_C| = F$.

   a) ¿Se mantiene constante el momento lineal del sistema de tres partículas? ¿Cuál es el vector aceleración del centro de masa? ¿Puede el centro de masa describir una trayectoria curva?

   b) ¿Se conserva el momento angular del sistema con respecto a O? Calcular su derivada temporal.

7. El péndulo balístico es una aplicación de la noción de choque plástico o completamente inelástico. Consta de un bloque de masa M, suspendido de una cuerda ideal, sobre el cual impacta, con velocidad $\vec{v}_1$ un proyectil de masa m, que queda incrustado en el bloque luego de chocar con él (ver figura P7). Inmediatamente después del choque, el conjunto poyectil+bloque se mueve con velocidad $\vec{v}_2$.

   a) A causa de la ausencia de fuerzas externas impulsivas, durante el choque se conserva el vector cantidad de movimiento del sistema, lo cual permite determinar la velocidad con la cual incide el proyectil midiendo la altura a la cual sube el bloque utilizando la conservación del vector cantidad de movimiento y la de la energía mecánica. Calcular, utilizando la conservación del vector cantidad de movimiento, la relación entre $|\vec{v}_1|$ y $|\vec{v}_2|$ como función de ambas masas. Utilizar la posterior conservación de la energía mecánica para expresar $|\vec{v}_1|$ en términos de h y de ambas masas.

b) ¿Cuál es el torque con respecto al punto de suspensión, O, de las fuerzas externas que actúan durante el choque? ¿Se conserva el vector momento angular con respecto a un eje perpendicular al plano que pasa por el mismo punto durante el choque? De ser válida, ¿proporciona esta conservación alguna información adicional a la provista por la conservación del vector cantidad de movimiento?

Nota: Veremos en el próximo trabajo práctico que, si se reemplazan la cuerda y el bloque por un cuerpo rígido, la conclusión obtenida en b) sigue siendo válida, pero aparece una fuerza externa impulsiva que produce un cambio en la cantidad de movimiento del sistema.

Para verificar que se adquirieron los conocimientos

8. Una partícula de masa m está, inicialmente sujeta al extremo de un asta de longitud l. El otro extremo del asta está fijo en una pared en el punto P. El asta forma un ángulo θ con la pared, como se muestra en la figura P8. Si la partícula se suelta y empieza a caer, determinar su momento angular con respecto al punto P como función del tiempo. Calcular el torque de la fuerza peso con respecto al mismo punto y mostrar que coincide con la derivada temporal del momento angular calculado.

9. Un péndulo cónico consta de una partícula de masa m que se mueve en un plano horizontal sostenida por una cuerda ideal de longitud l, como se muestra en la figura P9. Durante el movimiento, la partícula recorre una trayectoria circular y el ángulo θ en la misma figura se mantiene constante. Muestre que el módulo del momento angular de la partícula con respecto al centro del círculo está dado por:

$$|\vec{L}| = \left(\frac{m^2\, g\, l^3\, \mathrm{sen}^4(\theta)}{\cos(\theta)}\right)^{\frac{1}{2}}$$

10. Un disco de masa m está unido a un extremo de una cuerda ideal y gira sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Inicialmente, describe un círculo de radio r_i . El otro extremo de la cuerda pasa a través de un agujero situado en el centro de la mesa como se muestra en la figura P10. Calcular el momento angular del disco con respecto al centro de la mesa. ¿Cómo cambia la velocidad angular del disco si, tirando suavemente de la cuerda, se la acorta disminuyendo el radio de la trayectoria a un valor final $r_f < r_i$? ¿Cuál es el trabajo realizado al acortar la cuerda?¿Cómo depende la tensión de la cuerda del radio de la trayectoria?

11. Dos astronautas, cada uno con una masa de 80 kg, se encuentran en una estación espacial. Los astronautas se están acercando entre sí siguiendo trayectorias paralelas, separadas por 9 m, como muestra la figura P11. Cada astronauta se mueve con una velocidad de módulo 4 m/s con respecto a un sistema de referencia L fijo a la estación ¿Es inercial este sistema de referencia?

   a) Considerando a los astronautas como partículas, calcular la velocidad del centro de masa del sistema formado por los dos astronautas con respecto a la estación y la cantidad de movimiento total, $\vec{P}^L$, del mismo sistema de partículas con respecto al mismo sistema de referencia ¿Es $\vec{P}^L$ una cantidad conservada?¿Es inercial el sistema de referencia C del centro de masa?

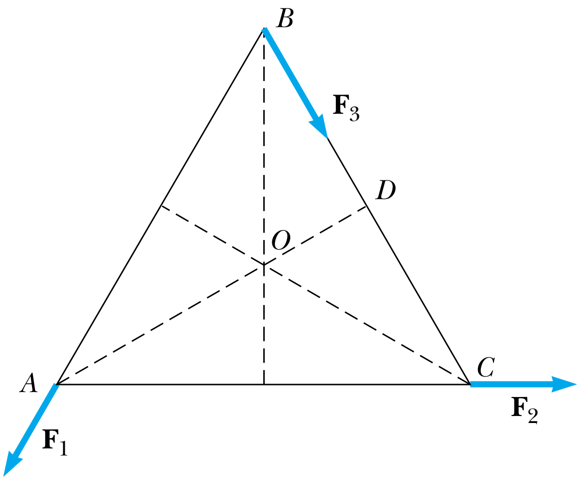
   b) Calcular el momento angular del sistema con respecto al centro de masa ¿Es este vector una cantidad conservada mientras los astronautas se desplazan como se indicó antes? Justificar.

   c) Cuando los astronautas están enfrentados, uno de ellos arroja al otro un extremo de una cuerda ideal y sostiene el otro extremo. Describir el movimiento posterior con respecto al centro de masa. Calcular la cantidad de movimiento $\vec{P}^C$ y el momento angular total $\vec{L}^C$ del sistema de dos partículas con respecto al sistema C de referencia una vez tensada la cuerda ¿Permanecen constantes en esta situación? Calcule la energía cinética del sistema de partículas formado por los astronautas.

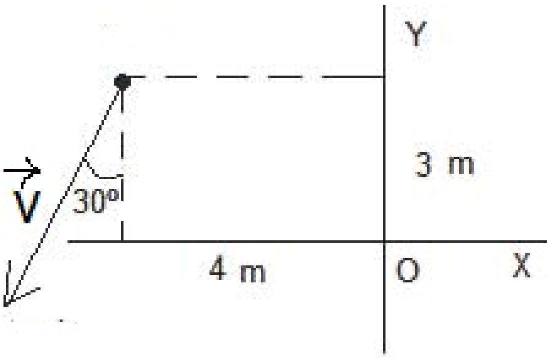
   d) Los astronautas, enrollando la cuerda en sus brazos, logran reducir la distancia entre ellos a la mitad ¿Cuánto valen ahora el momento angular del sistema y la energía cinética de rotación? ¿Qué trabajo efectuaron los astronautas?

12. Una cuerda ideal pasa alrededor de una polea ideal, que puede girar sin roce alrededor de su eje. Un cacho de bananas, de masa M, cuelga de un extremo de la cuerda y un mono de masa M se aferra al otro extremo. El mono trepa por la cuerda tratando de alcanzar las bananas antes de llegar a la polea, como se muestra en la figura P12. Considerar el sistema formado por el mono, las bananas, la cuerda y la

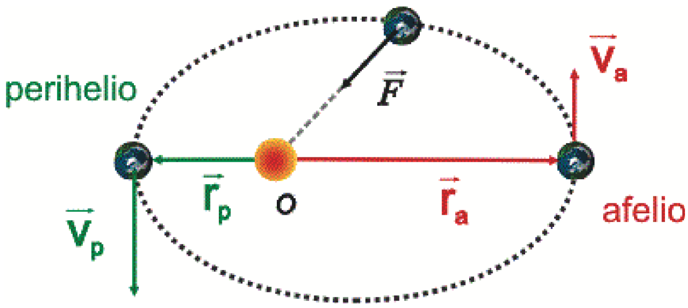
polea. Para ese sistema, a) evaluar el torque neto con respecto al eje de rotación de la polea; b) usando el resultado anterior, calcular el momento angular total del sistema con respecto al mismo eje y describir el movimiento del sistema. ¿Alcanzará el mono las bananas antes de llegar a la polea?



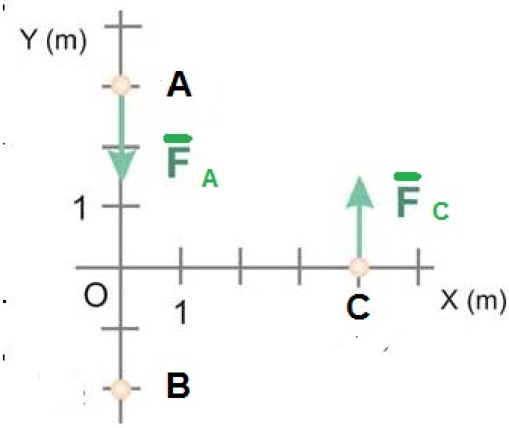
P1



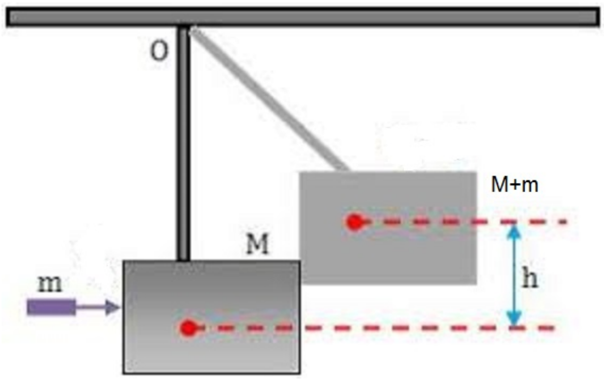
P3



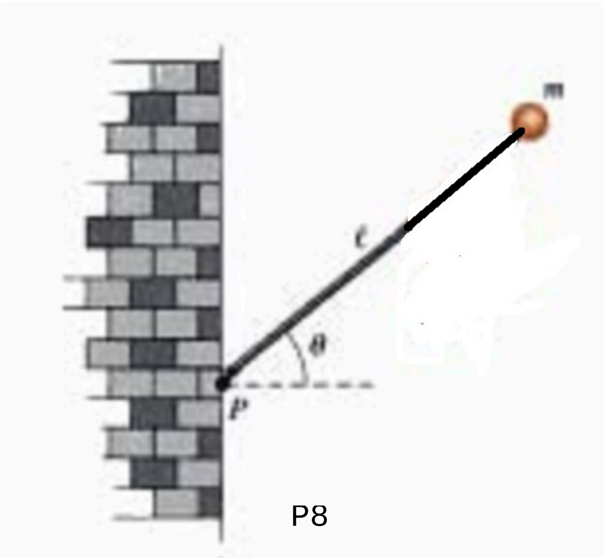
P5



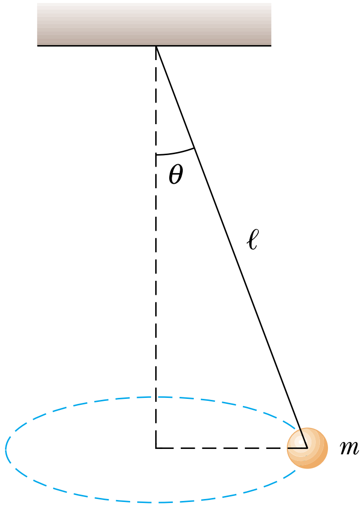
P6



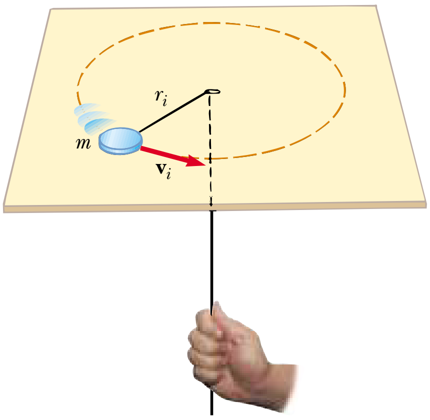
P7



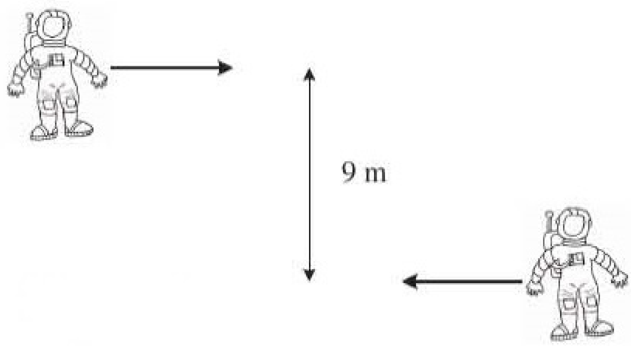
P8



P9



P10



P11

P12