Física General I – Año 2024

Trabajo Práctico 7 - Movimiento armónico simple (MAS). Oscilador forzado y amortiguado

1. La posición de un oscilador armónico como función del tiempo está dada por $x(t) = 4\,\cos(3\,\pi\,t + \pi)$. a) Establecer las unidades correctas, en el SI, para cada una de las constantes que aparecen en esta expresión, teniendo en cuenta que $x(t)$ se mide en m y t, en s. b) Identificar: la amplitud, la frecuencia angular y la fase inicial. A partir de ellas, determinar el período y la frecuencia de oscilación y calcular la posición para $t = 0,5\,\mathrm{s}$. c) Obtener las expresiones para la velocidad y la aceleración del oscilador como funciones del tiempo.

2. Escribir la expresión para la posición, como función del tiempo, de una partícula que ejecuta un MAS, sabiendo que, en un minuto, realiza 90 oscilaciones, en los siguientes casos: a) $x(t = 0\,\mathrm{s}) = 2\,\mathrm{m}$; $v(t = 0\,\mathrm{s}) = 0\,\mathrm{m/s}$; b) $x(t = 0\,\mathrm{s}) = 0\,\mathrm{m}$; $v(t = 0\,\mathrm{s}) = 4\,\mathrm{m/s}$.

3. Una partícula desarrolla un MAS con una amplitud de $8\,\mathrm{cm}$ y un período de $4\,\mathrm{s}$. Calcular la velocidad y la aceleración de la partícula $0.4\,\mathrm{s}$ después de haber pasado ésta por cada uno de los puntos de retorno.

4. a) Un bloque está apoyado sobre un pistón que se mueve verticalmente con un MAS cuyo período es $T = 1\,\mathrm{s}$. ¿Puede el bloque separarse mientras el pistón desciende? Justificar la respuesta. ¿Cuál es la amplitud del movimiento a partir de la cual el bloque se separa del pistón? b) Si el MAS que realiza el pistón tiene una amplitud $A = 5\,\mathrm{cm}$, ¿cuál es la frecuencia del MAS a partir de la cual se separan el bloque y el pistón?

5. Un cuerpo de $4\,\mathrm{kg}$ ejecuta un MAS. Su posición está dada por $x(t) = 0,5\,\sin(4t)$ (las unidades de las constantes en el SI están implícitas). Calcular la energía mecánica, la máxima velocidad y la máxima aceleración que alcanza el oscilador.

6. Un objeto de 3 kg en reposo (ver figura P6) se deja libre a una altura de 5 m sobre una rampa curva y sin rozamiento. Al pie de la rampa existe un resorte cuya constante es $k = 400$ N/m. El objeto se desliza por la rampa hasta que choca contra el resorte, comprimiéndolo. Suponer que puede despreciarse la pérdida de energía mecánica durante el choque. a) Hallar la máxima compresión que sufre el resorte, y la aceleración del objeto en ese instante. b) ¿Cómo es el movimiento posterior del objeto? ¿Cuál es la posición del objeto cuando queda, nuevamente, en reposo? c) ¿Cómo cambiarían cualitativamente las respuestas a) y b) si un tramo de la rampa fuera rugoso? ¿Y si cambiara la curvatura de la rampa?

7. Un péndulo simple de $1\,\mathrm{m}$ de longitud ejecuta 100 oscilaciones completas en 204 segundos en cierto lugar de la Tierra. a) Hallar el valor de la aceleración de la gravedad g_T en ese sitio. b) ¿Cuál será la frecuencia de oscilación del mismo péndulo en la Luna, si allí el valor de la aceleración gravitatoria es $g_L = g_T/6$? c) Si la amplitud del péndulo es de $10°$, escribir una expresión para el ángulo formado por el péndulo con la vertical en función del tiempo. d) Determinar el vector velocidad angular del péndulo (establecer su módulo, dirección y sentido). ¿Cuál es el valor máximo del módulo de la velocidad angular?

8. Una partícula desliza sin fricción sobre el fondo de un tazón semiesférico liso de radio R. Demuestre que, si la partícula sufre un pequeño deplazamiento desde el equilibrio, su movimiento es armónico simple, con frecuencia angular de oscilación igual a la de un péndulo simple de longitud R.

9. Un bloque de $1,52\,\mathrm{kg}$ de masa está unido a un resorte cuya constante de fuerza es $k = 8,13\,\mathrm{N/m}$. Además, está sujeto a una fuerza de fricción dada por $-\lambda\,\frac{dx}{dt}$, donde $\lambda = 227\,\mathrm{g/s}$. Suponer que el bloque se estira $12,5\,\mathrm{cm}$ y luego se suelta. Calcular el tiempo necesario para que la amplitud disminuya a $1/3$ de su valor inicial. ¿Cuántas oscilaciones realiza el bloque en ese tiempo?

10. Un oscilador forzado por una fuerza periódica y amortiguado en forma proporcional a la velocidad satisface la ecuación
$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = -k\,x - \lambda\,\frac{dx}{dt} + F_0\,\cos(\omega_f\,t)\,.$$

En el caso de amortiguamiento pequeño, si se espera suficiente tiempo a partir del inicio de su movimiento para poder despreciar la solución transitoria, se obtiene la solución estacionaria, que tiene la forma de un movimiento armónico simple de frecuencia angular ω_f y amplitud

$$A(\omega_f) = \frac{F_0/m}{\sqrt{((\omega_f)^2 - (\omega_0)^2)^2 + 4\gamma^2\,\omega_f^2}}\,,$$

donde $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ es la frecuencia angular propia del oscilador y $\gamma = \frac{\lambda}{2m} < \omega_0$ es la constante de amoriguamiento.

La amplitud es máxima cuando $\omega_f^2 = \omega_0^2 - 2\gamma^2$ (frecuencia angular de resonancia).

Considerar el caso en que $m = 0,1\,\mathrm{kg}$, $k = 1000\,\mathrm{N/m}$ y $\lambda = 2\,\mathrm{kg/s}$. En este caso, calcular el valor de la frecuencia angular de resonancia dada en la última expresión y la amplitud correspondiente. Comparar con la amplitud que se obtiene para un valor ligeramente distinto de la frecuencia de forzado.

Graficar $x(t)$ para esos y otros valores de ω_f usando la herramienta dada en:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/oscilaciones/forzadas/forzadas.html

Para verificar que se adquirieron los conocimientos

11. Un cuerpo de 2 kg se suspende de un resorte que cuelga verticalmente. Se observa que, en su posición de equilibrio, el resorte se estira 4 cm. a) Determinar la constante del resorte.

    El mismo resorte se coloca, luego, sobre una superficie horizontal sin roce, fijándose uno de sus extremos a una pared y el otro a un bloque de 5 kg. Se aparta al bloque 10 cm desde la posición de equilibrio y, en el instante $t = 0\,\mathrm{s}$, se lo suelta de modo que comienza a oscilar describiendo un MAS. b) Hallar el período T del movimiento oscilatorio del bloque. c) Suponiendo que la elongación en función del tiempo está dada por $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, hallar la amplitud y la fase inicial del movimiento. ¿Dónde se eligió el origen de coordenadas para que $x(t)$ tenga la expresión anterior? d) Ídem c), pero considerando $x(t) = B\,\mathrm{sen}\,(\omega t + \xi)$. e) Calcular la posición del bloque para $t = T$, $t = T/2$, $t = T/4$ y $t = T/8$.

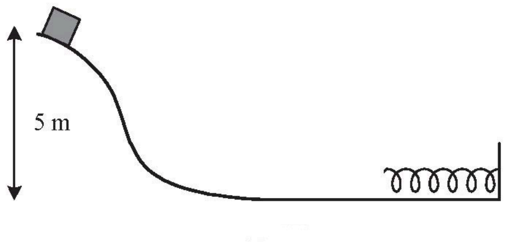
12. a) Representar gráficamente la posición $x(t)$ del inciso c) del ejercicio anterior. b) Hallar las expresiones correspondientes para $v_x(t)$ y $a_x(t)$, verificando que se cumple la relación $F_x = ma_x$. Comparar gráficamente $x(t)$, $v_x(t)$ y $a_x(t)$. ¿Qué valores toman en $t = 0\,\mathrm{s}$? c) Hallar la velocidad y la aceleración en el instante en que el bloque pasa por primera vez por la posición de equilibrio. d) Calcular las energías potencial y cinética del sistema en función de t y en función de x. ¿En qué posiciones alcanza su valor máximo cada una de ellas? Hallar la energía mecánica del sistema oscilante.

13. El bloque P de la figura P13 realiza un movimiento armónico simple, con frecuencia ν sobre la superficie horizontal lisa. El bloque B descansa sobre P. El coeficiente de fricción estático entre ambos bloques es μ_s. ¿Cuál es la máxima amplitud de oscilación admisible para que B no deslice sobre P?

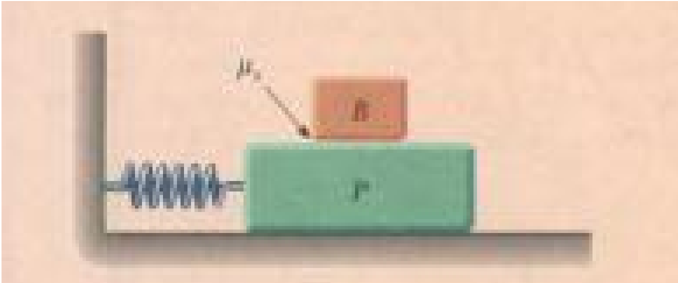
14. Una partícula de masa $m = 3\,\mathrm{kg}$ ejecuta un MAS. Su posición está dada, como función del tiempo, por $x(t) = 4\,\mathrm{cm}\,\cos \frac{\pi 4}{}\mathrm{s}^{-1}\,t - \frac{\pi 6}{s}$. ¿Para qué posiciones es su energía cinética igual a su energía potencial?¿Cuál es el tiempo transcurrido cuando la partícula llega, por primera vez, a esa situación y cuál es la posición correspondiente?

15. Un péndulo simple se utiliza para determinar la aceleración gravitatoria. Con ese fin se mide, para pequeños desplazamientos y tres longitudes L: $0,5\,\mathrm{m}$, $0,75\,\mathrm{m}$ y $1\,\mathrm{m}$, el tiempo que insumen 50 oscilaciones completas. Dichos tiempos resultan $71,1\,\mathrm{s}$, $86,6\,\mathrm{s}$ y $99,8\,\mathrm{s}$ respectivamente. a) Determine el período medido para cada caso. b) Determine el valor medio obtenido para g y compárelo con el generalmente aceptado. c) Grafique $[T(L)]^2$ usando esos datos y dibuje la recta cuya pendiente surge del valor obtenido en b).

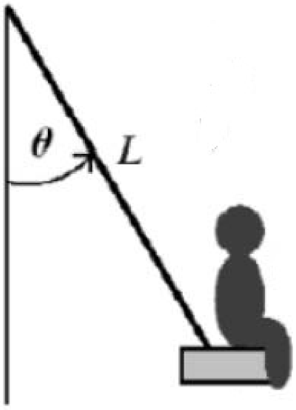
16. Un niño está sentado en un columpio, como se muestra en la figura P16. La longitud de la cuerda ideal que sostiene el asiento es L y la masa combinada del niño y el columpio es M. El coeficiente de roce del columpio y el niño con el aire es λ. Si el columpio se empuja con una fuerza $F_\theta = F_0\,\cos(\omega_f\,t)$ donde θ es la dirección tangencial al movimiento del columpio (es decir, perpendicular siempre a la cuerda, y en el sentido en que crece el ángulo θ), a) ¿Cuál es la frecuencia propia de este oscilador?, b) ¿Con qué frecuencia angular ω_f debe impulsarse el columpio para que la amplitud de oscilación sea máxima? Utilizar la aproximación de pequeñas oscilaciones.



P6



P13



P16