Física General I – Año 2024

Trabajo Práctico 5 - Dinámica del movimiento circular. Productos entre vectores.

1. a) En buena aproximación, puede considerarse que el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra es circular, con un radio de 382000 km. Teniendo en cuenta que una vuelta completa tarda aproximadamente 27 días en completarse, calcular la masa de la Tierra. b) Al arrancar, las aspas de un ventilador se mueven con aceleración angular constante hasta alcanzar la velocidad deseada. La fuerza que actúa sobre un punto cualquiera en el borde de una de las aspas, medida por un observador inercial, ¿tiene componente centrípeta?; ¿tiene componente tangencial a su trayectoria?

2. Una moneda de 1 centavo, de masa $3,10\,\mathrm{g}$ descansa sobre un pequeño bloque, apoyado sobre un disco giratorio de 12 cm de radio como se muestra en la figura P2. El sistema está dispuesto de modo tal que la moneda se encuentra 1 m por encima del nivel del suelo. El coeficiente de fricción estático entre la moneda y el bloque es $0,52$ y el coeficiente de fricción estático entre el bloque y el disco es $0,75$. a) Partiendo del reposo, se va incrementando lentamente la velocidad angular de rotación del disco. ¿Cuál es el valor máximo que puede alcanzarse de modo tal que ni la moneda ni el bloque deslicen? b) Si se sigue incrementando la velocidad angular, la moneda caerá hacia el suelo. ¿cuánto tardaráá en chocar?¿Qué ocurrirá, mientras tanto, con el bloque? c) ¿A qué distancia horizontal del borde del disco se producirá el choque de la moneda contra el suelo?

3. Un carro de montaña rusa tiene una masa de 500 kg cuando está totalmente lleno de pasajeros, como se muestra en la figura P3. Si, en el punto A, el vehículo tiene una velocidad cuyo módulo es de 20 m/s, a) ¿cuál es la fuerza ejercida por la pista sobre el vehículo en este punto? b) ¿Cuál es la velocidad máxima que el carro puede alcanzar en B sin perder contacto con la pista?

4. Tarzán, hombre-mono de 85 kg, cruza un arroyo balanceándose en el extremo de una liana ideal de 10 m de largo. Cuando pasa por la parte más baja de la trayectoria, su velocidad es de 8 m/s. a) Calcular cuál es la máxima tensión a la que está sometida la liana durante el proceso. b) Indicar si Tarzán realiza un movimiento con velocidad angular constante, con aceleración angular constante, o ninguno de ellos.

5. El *producto escalar* de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ se denota $C = \vec{A}\cdot\vec{B}$. Su definición es: $\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$, donde $0 \leq \theta \leq \pi$ es el ángulo entre ambos factores. a) ¿Puede asignársele una dirección a C? b) ¿Puede ocurrir que sea $C = 0$ siendo $\vec{A}$ y $\vec{B}$ vectores no nulos? c) Si se deja $\vec{A}$ fijo y se varían la dirección y el sentido de $\vec{B}$, para qué dirección y sentidos de $\vec{B}$ se obtienen un valor máximo y un valor mínimo del producto escalar C?

6. Dados los vectores $\vec{V}_1 = \check{\imath} + 3\check{\jmath} - 2\check{k}$, $\vec{V}_2 = 2\check{\imath} + 6\check{\jmath} - 4\check{k}$, $\vec{V}_3 = -3\check{\imath} + 4\check{\jmath}$: a) Calcular $\vec{V}_1\cdot(\vec{V}_2 + \vec{V}_3)$, $\vec{V}_1 - |\vec{V}_3|\vec{V}_2$, $\check{k}\cdot\vec{V}_2/|\vec{V}_3|$. b) Determinar el ángulo formado entre los vectores $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ y el ángulo formado entre $\vec{V}_1$ y el eje y. c) Hallar a tal que el vector $-\check{\imath} + a\,\check{\jmath} + \check{k}$ sea ortogonal a $\vec{V}_2$.

7. El *producto vectorial* de dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ se denota $\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B}$. a) Si $\vec{A}$ y $\vec{B}$ están en el plano de la hoja, ¿qué dirección(es) y sentido(s) puede tener $\vec{C}$? b) Si se deja $\vec{A}$ fijo y se admite que varíen la dirección y el sentido de $\vec{B}$, para qué dirección(es) y sentido(s) de $\vec{B}$ se obtienen un valor máximo y un valor mínimo de $|\vec{C}|$?

8. a) Dados los vectores $\vec{V}_i$, $i = 1, 2, 3$ del ejercicio 6, calcular $\vec{V}_1\cdot(\vec{V}_2\times\vec{V}_3)$, $2\,\vec{V}_1\times\vec{V}_3$ y $\vec{V}_1\times\check{\jmath}$. b) Verificar que $\vec{V}_1\times\lambda\vec{V}_1 = 0$ para cualquier λ real. c) Probar que los vectores $3\,\check{\imath}+\check{\jmath}-2\,\check{k}$ y $\check{\imath}+\check{\jmath}+2\,\check{k}$ son perpendiculares.

Para verificar que se adquirieron los conocimientos

9. Una curva en una carretera tiene 200 m de radio. a) Si la curva no tiene peralte y el coeficiente de roce estático entre las cubiertas de un vehículo y el asfalto es 0.8, ¿cuál es la velocidad máxima con que la cual el vehículo puede tomar esta curva sin derrapar? b) Ídem si la curva tiene un peralte de $5°$.

10. Una partícula de masa $m = 1\,\mathrm{kg}$ gira en una circunferencia horizontal, a $1\,\mathrm{m}$ por encima del piso, con velocidad angular constante de módulo $\omega = 6,26\,\mathrm{s}^{-1}$. La partícula se encuentra en el extremo de una cuerda ideal de longitud $L = 50\,\mathrm{cm}$, tal como se muestra en la figura P10. a) Calcular el módulo de la tensión de la cuerda y el ángulo θ que la misma forma con la vertical. b) En cierto momento se corta la cuerda que sostiene a la partícula. Calcular el tiempo que tarda la partícula en tocar el piso desde que se corta la cuerda y la distancia horizontal recorrida por la partícula durante ese intervalo temporal. c) Determinar las componentes horizontal y vertical del vector velocidad de la partícula y su módulo inmediatamente antes de tocar el piso.

11. Un cuerpo D, que tiene una masa de $1\,\mathrm{kg}$, se encuentra sobre una superficie cónica sin roce y está girando, sin fricción, alrededor del eje EE' con una frecuencia de $10\,\mathrm{rev/min}$ (ver figura P11). Calcular: a) La fuerza ejercida por la superficie sobre el cuerpo. b) La tensión del hilo. c) La velocidad angular necesaria para que la fuerza ejercida por la superficie se anule.

12. Una bola de $0.4\,\mathrm{kg}$ está unida a una varilla vertical rígida por medio de dos cuerdas ideales, cada una de $70\,\mathrm{cm}$ de longitud. Las cuerdas están unidas a la varilla en dos puntos separados $70\,\mathrm{cm}$, de modo tal que forman con la varilla un triángulo equilátero, como se muestra en la figura P12. El sistema está girando en torno al eje de la varilla con una velocidad angular constante de 2 revoluciones por segundo.
a) Calcular la tensión en cada cuerda.
b) Calcular la fuerza neta (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre la bola.

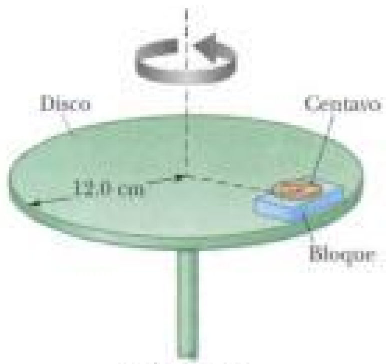
13. Dados los vectores $\vec{A} = 1\,\check{\imath} - 1\,\check{\jmath} + 0\,\check{k}$, $\vec{B} = 0\,\check{\imath} + 1\,\check{\jmath} - 1\,\check{k}$ y $\vec{C} = a\,\vec{A} - \vec{B}$, a) encontrar el valor de a para el cual $\vec{A}$ y $\vec{C}$ resultan perpendiculares; b) Para $a = 2$, hallar el ángulo que forman $\vec{B}$ y $\vec{C}$.

14. Dados los vectores $\vec{A} = 2\,\check{\imath} - \check{\jmath}$ y $\vec{B} = \check{\imath} + 2\,\check{\jmath} - \check{k}$, determinar x e y tales que $\vec{C} = x\,\check{\imath} + y\,\check{\jmath}$ sea perpendicular a $\vec{B}$ y tenga el mismo módulo que $\vec{A}$.

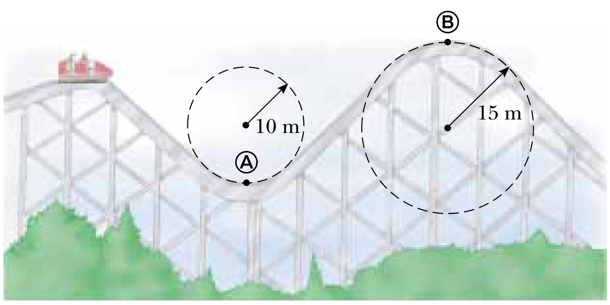
15. a) Demostrar que: i) el área de un paralelogramo cuyos lados no paralelos pueden caracterizarse por sendos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ es igual a $|\vec{A} \times \vec{B}|$. b) Calcular, realizando el producto vectorial, el área del paralelogramo que definen los vectores $\vec{A} = 2\,\mathrm{m}\,\check{\imath} + 0\,\mathrm{m}\,\check{\jmath} + 0\,\mathrm{m}\,\check{k}$ y $\vec{B} = 1\,\mathrm{m}\,\check{\imath} + 1\,\mathrm{m}\,\check{\jmath} + 0\,\mathrm{m}\,\check{k}$. c) Dados tres vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$, no todos coplanares y no paralelos a pares, demostrar que el valor absoluto del producto mixto $|\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})|$ da por resultado el volumen del paralelepípedo definido por los tres vectores.

Un problema guiado que volveremos a resolver, utilizando un segundo método, en otro trabajo práctico

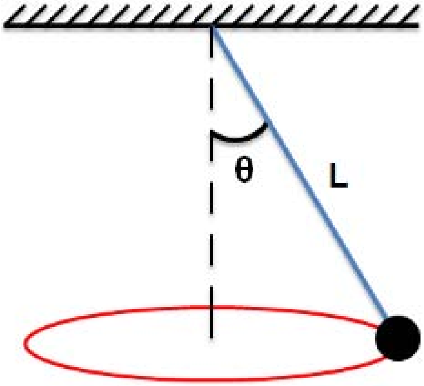
16. Una partícula de masa m se deja caer desde el polo norte de una hemiesfera lisa de radio R. a) Calcular la aceleración angular (α) de la partícula, , como función del ángulo θ (ver figura P16). b) A partir de ese resultado, usando la regla de la cadena ($\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \omega\frac{d\omega}{d\theta}$) e integrando puede encontrarse la dependencia con el ángulo del módulo al cuadrado de la velocidad angular y, volviendo a las ecuaciones dinámicas, obtener la variación del módulo de la fuerza normal con el ángulo. c) ¿Para qué valor del ángulo se despega la partícula de la hemiesfera?



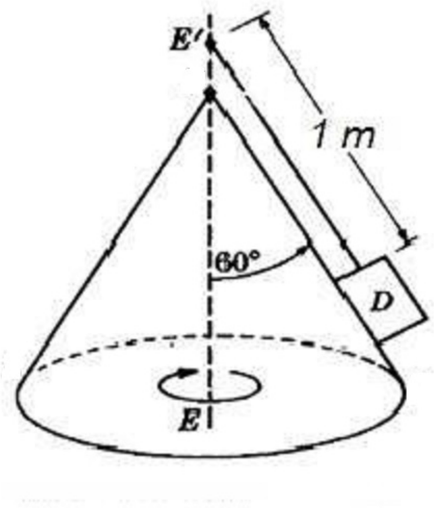
P2



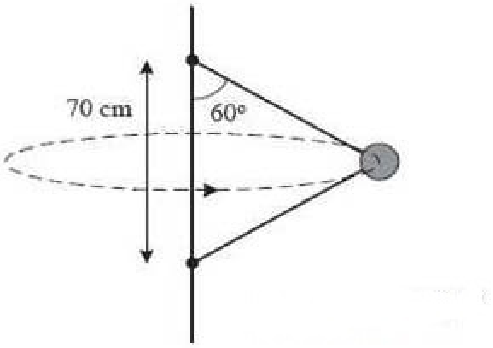
P3



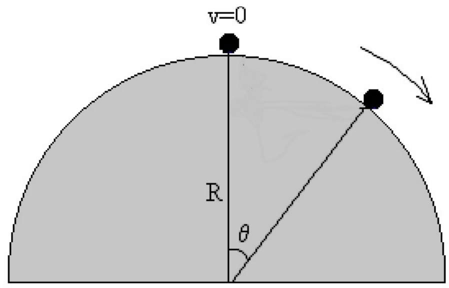
P10



P11



P12



P16