

Física General I – Año 2024

Trabajo Práctico 1 - Álgebra vectorial. Unidades de medida y análisis dimensional

1. a) ¿Cuánto suman los ángulos internos de un triángulo? b) ¿Qué relación existe entre los ángulos agudos de un triángulo rectángulo? c) ¿Cuánto miden los ángulos de un triángulo equilátero? d) ¿Cuánto miden los ángulos de un triángulo isósceles de lados a , a y $\frac{a}{\sqrt{2}}$?
2. a) Un objeto es levantado 13 m a lo largo de un plano inclinado un ángulo $\pi/4$. a) ¿A qué altura por encima de su posición original se lo ha levantado? b) ¿Cuánto se movió en dirección horizontal?
3. a) Utilizando el teorema de Pitágoras y las definiciones de las funciones seno y coseno, demuestre que, para cualquier ángulo θ , se cumple la identidad trigonométrica $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$. b) Sabiendo que $\cos \theta = 1/2$, calcular los posibles valores de $\sin \theta$. ¿Qué ángulos, expresados en radianes y tales que $0 \leq \theta < 2\pi$, corresponden a esos valores de $\sin \theta$? Expresar esos mismos ángulos en unidades sexagesimales. ¿En qué cuadrantes se encuentran?
4. a) En cierto sistema cartesiano de referencia, un punto del plano se localiza, en coordenadas polares, mediante las coordenadas $r = 2$ m y $\theta = \frac{\pi}{3}$. Determinar sus coordenadas rectangulares en el mismo sistema de ejes cartesianos. b) Dos puntos en el plano XY tienen, en cierto sistema de ejes cartesianos, coordenadas rectangulares $(1, 2)$ y $(-2, 2)$. Calcular la distancia entre ambos puntos. Determinar las coordenadas polares correspondientes a cada uno de los puntos.
5. Para el sistema de ejes coordenados y los vectores representados en la Figura 1, indicar qué vector o vectores a) tienen componente x distinta de cero; b) tienen componente x negativa; c) tienen componente y nula; d) tienen componente x positiva y componente y negativa. e) Indicar cuál de los vectores representados es el de mayor módulo. f) ¿Tiene sentido afirmar que un vector es “positivo” o “negativo”?
6. Dado un sistema de dos ejes cartesianos, calcular las componentes y el módulo del vector \vec{A} cuyo origen está en el punto $(1, 1)$ y su extremo en el punto $(-1, 2)$. a) Graficar este vector y escribirlo en forma canónica. b) Graficar el vector $-2\vec{A}$ y escribirlo en forma canónica.
7. Dados los vectores $\vec{A} = 2\hat{i} + 6\hat{j}$ y $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j}$, donde \hat{i} y \hat{j} son los versores que caracterizan a cierto sistema cartesiano de referencia, a) Usando la regla del paralelogramo, representar gráficamente el vector suma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ y el vector diferencia $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$. b) Calcular las componentes cartesianas de los versores \vec{C} y \vec{D} en el mismo sistema de referencia. c) ¿Cuáles son las coordenadas rectangulares y polares que caracterizan al extremo de \vec{C} en ese sistema?
8. Para cada uno de los siguientes casos calcular $\vec{A} - \vec{B}$, $\vec{A} + 2\vec{B}$ y $|\vec{A} - \vec{B}|$ y representar gráficamente: a) $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$, $\vec{B} = -\hat{i} + \hat{j}$; b) $|\vec{A}| = 8$ unidades, la recta que define su dirección forma un ángulo de 60° con el eje X y el vector está en el primer cuadrante, $|\vec{B}| = 5$ unidades, la recta que define su dirección forma un ángulo de 45° con el eje Y y el vector está en el segundo cuadrante.
9. Denotaremos con $[X]$ a las unidades de una magnitud física X . De este modo, $[m]$, $[l]$ y $[t]$ denotan dimensiones de masa, longitud y tiempo, respectivamente. En el sistema internacional (SI) éstas son kilogramo (kg), metro (m) y segundo (s). En términos de estas unidades, las de otras magnitudes que se introducirán durante el curso son:

Módulo de velocidad (v)	$[l]/[t]$
Módulo de aceleración (a)	$[l]/[t]^2$
Módulo de fuerza (F)	$[m][l]/[t]^2$
Energía (E)	$[m][l]^2/[t]^2$
Potencia (P)	$[E]/[t]$
Densidad (ρ)	$[m]/[l]^3$
Área (A)	$[l]^2$
Volumen (V)	$[l]^3$

- a) Probar que las expresiones $\frac{1}{2}mv^2$, mgh y Ft tienen dimensiones de energía (aquí, g es el módulo de la aceleración de la gravedad y h denota altura por sobre algún nivel de referencia).
- b) Probar que Ft tiene las mismas dimensiones que mv .
- c) Si una ecuación no es dimensionalmente correcta, no puede ser correcta. Si, en cambio, una ecuación es dimensionalmente correcta, ¿garantiza eso que la ecuación sea correcta? Justificar la respuesta.
10. En las expresiones siguientes, la posición x se mide en metros, el tiempo t en segundos y v denota el módulo de la velocidad. Hallar, en cada caso, las dimensiones de las constantes C_1 , C_2 y C_3 . a) $x = C_1 + C_2 t + C_3 t^2$. b) $x = C_1 \sin(C_2 t + C_3)$. c) $v = C_1 \cos(C_2 t)$.
11. a) Escribir en notación científica: 602600000000; 0,00000000745 y -1250000000000 , 25. b) Responder, usando notación científica: ¿Cuántos metros son 5 km? ¿Cuántos μg son 1000 ng? ¿Cuántos segundos son 5 ms?

Para comprobar que se adquirieron los conocimientos

12. Una persona está de pie sobre la superficie terrestre. Sus ojos están a una altura h por encima del nivel del mar, como muestra la figura 2. a) Encontrar la expresión de la distancia d a la cual la persona ve el horizonte (horizonte aparente), como función de h . b) ¿Cuál es el valor de d , si los ojos de la persona están a una altura $h = 1,7$ m? c) ¿Cuál es, en este mismo caso, la medida del ángulo α mostrado en la figura 1? d) ¿Cómo cambian los resultados anteriores si la persona está subida a un edificio, de modo tal que $h = 20$ m? ¿Y si está volando en un globo aerostático, de modo que $h = 700$ m?
13. Considerar un plano inclinado que forma un ángulo $\alpha = \frac{\pi}{6}$ con la horizontal. Definir un sistema cartesiano de coordenadas caracterizado por versores \hat{i} y \hat{j} , como muestra la Figura 3. a) Encontrar las componentes de los versores \hat{n} , normal al plano inclinado, y \hat{t} , paralelo al mismo, en el sistema caracterizado por \hat{i} y \hat{j} . Observar que los versores \hat{t} y \hat{n} definen un nuevo sistema de coordenadas cartesianas, con ejes rotados respecto a los del sistema anterior. b) Sea el vector $\vec{A} = 3\hat{n} + 2\hat{t}$. Encontrar las componentes del vector \vec{A} en el sistema caracterizado por \hat{i} y \hat{j} , esto es, encontrar a y b tales que $\vec{A} = a\hat{i} + b\hat{j}$. Obsérvese que, para un mismo vector, sus componentes cambian al elegir distintos sistemas de coordenadas. c) Calcular, ahora, las componentes del vector $\vec{B} = 2\hat{i} + 4\hat{j}$ en el sistema caracterizado por \hat{t} y \hat{n} .
14. Dos vectores están dados por $\vec{A} = 2\hat{i} + 1\hat{j} - 4\hat{k}$ y $\vec{B} = -3\hat{i} - 1,5\hat{j} + 6\hat{k}$: a) Verificar que son colineales (tienen la misma dirección). ¿Tienen el mismo sentido? Comparar sus módulos. b) Escribir la expresión canónica del vector resultante de su suma, $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$. c) En el sistema cartesiano en el cual los versores \hat{i} , \hat{j} y \hat{k} caracterizan los semiejes positivos X , Y y Z respectivamente, ¿qué ángulo forma \vec{C} con cada uno de esos tres semiejes?
15. Una persona camina 350 m hacia el norte, luego 240 m hacia el oeste y, finalmente, 520 m hacia el sur. ¿Cuántos metros y en qué dirección y sentido volaría en línea recta un pájaro que quisiera llegar al mismo punto? (Resuelva gráfica y analíticamente). Compare la distancia (módulo del vector desplazamiento) recorrida por cualquiera de los dos con el total de metros caminados por la persona.
16. a) La posición, $x(t)$, de una partícula que se mueve con una aceleración uniforme a en una dimensión, partiendo desde el reposo en el origen, puede escribirse en función de dicha aceleración y del tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento (t) en la forma $x(t) = \frac{1}{2} a^m t^n$. Mostrar, mediante análisis dimensional, que esta expresión es correcta sólo si $m = 1$ y $n = 2$. Si cambiáramos el factor $\frac{1}{2}$ por cualquier otra constante adimensional real, ¿seguiríamos obteniendo una ecuación dimensionalmente correcta? b) El módulo a de la aceleración de una partícula que se mueve con módulo de velocidad (v) constante sobre una circunferencia de radio r viene dado por $a = v^m r^n$. Hallar m y n .
17. a) Contrariamente a lo que su nombre parecería indicar, un año luz no es una medida de tiempo, sino de longitud. Corresponde a la distancia recorrida por la luz en el vacío en un año. Su valor es, aproximadamente, $9,46 \times 10^{12}$ km. Por su parte, una unidad astronómica (1 UA) puede considerarse igual al radio medio de la órbita terrestre alrededor del Sol. Su valor aproximado es $1,5 \times 10^{11}$ m. Expresar un año luz en UA. b) La (o el) paralaje es el cambio en la posición aparente de un objeto según la posición de quien lo observa. En particular, el paralaje estelar es el cambio en la posición aparente de una estrella cercana

con respecto a las estrellas muy lejanas como resultado del movimiento orbital terrestre alrededor del Sol. Se caracteriza por la mitad (p) del ángulo que subtiende el diámetro de la órbita terrestre entre dos posiciones separadas temporalmente por seis meses (ver figura 4). Un parsec o pársec (1 pc) se define como la distancia d de una estrella al Sol correspondiente a $p = 1''$ (un segundo de arco). Suele calcularse su equivalente en kilómetros como $1 \text{ pc} = \frac{1 \text{ UA (en km)}}{1'' \text{ (en radianes)}}$. Determinar, usando esa expresión, el valor de 1 pc en km.

c) En Física Nuclear suele utilizarse como unidad de longitud el Fermi o femtómetro (1 fm= 10^{-15} m). ¿Cuántos órdenes de magnitud separan a esta unidad de las unidades definidas en a) y b)?

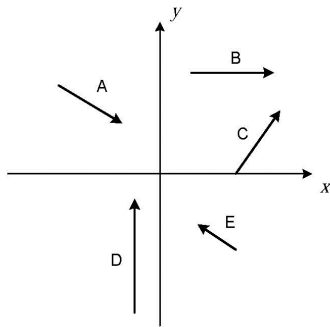


Figura 1

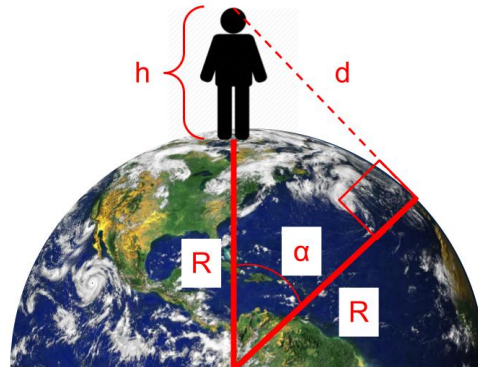


Figura 2

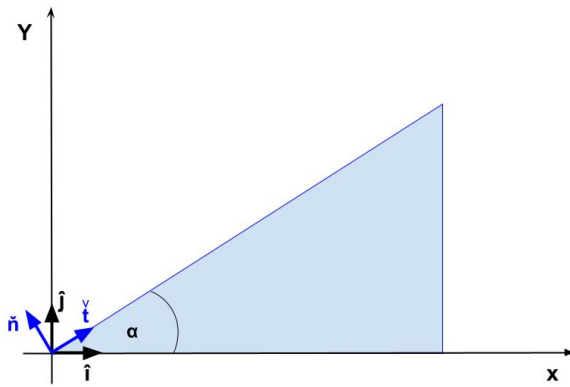


Figura 3

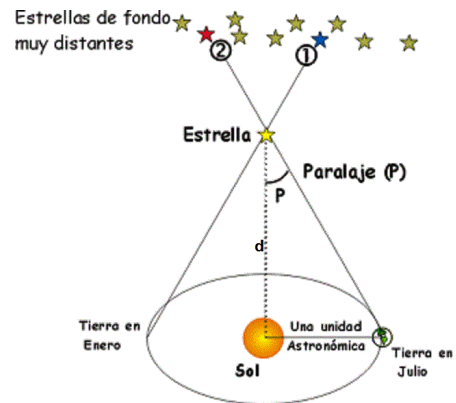


Figura 4