**Física General I – Año 2022**

**Trabajo Práctico 3 - Cinemática del movimiento curvilíneo**

# A - Problemas para entrar en calor

Esta sección contiene problemas directos, que sólo requieren conocimientos ya adquiridos y/o aplicación inmediata de la teoría. Por favor, si no consiguen resolverlos solxs, no duden en consultar: este momento es el ideal para completar los conocimientos que les permitan encarar ejercicios menos directos.

1. El vector posición de una partícula está dado por $\vec{r}(t) = a\,t\;\check{\imath} + b\,t^2\;\check{\jmath}$, donde $t$ es el tiempo y $a$ y $b$ tienen las unidades adecuadas (¿cuáles son?). Determinar el vector velocidad media de la partícula entre $0\,s$ y $2\,s$, su velocidad instantánea como función del tiempo y el valor de esta última cuando $t = 1\,s$. b) Determinar el vector aceleración instantánea de la misma partícula ¿Cómo se compara el último resultado con la aceleración media desarrollada en cualquier intervalo temporal?
2. Una pelota se lanza desde el nivel de la tierra, con una velocidad inicial tal que $|\vec{v_0}| = 12\,m/s$ y $\vec{v_0}$ forma un ángulo $\pi/4$ con la horizontal. Determinar: a) el tiempo que emplea la pelota en alcanzar la máxima altura, el valor de dicha altura y el valor de la coordenada horizontal para ese tiempo; b) el tiempo que emplea hasta volver a tocar la tierra y el rango de su trayectoria. Comparar los resultados en a) y b).
3. Una pelota se lanza desde un acantilado de $20\,m$ por encima de la tierra, con una velocidad inicial tal que $|\vec{v_0}| = 12\,m/s$ y $\vec{v_0}$ forma un ángulo $\pi/4$ por encima de la horizontal. Determinar: a) el tiempo que emplea la pelota en alcanzar la máxima altura, el valor de dicha altura y el de la correspondiente coordenada horizontal; b) el tiempo que emplea hasta volver a tocar la tierra y el rango de su trayectoria. Comparar estos resultados con los resultados del problema anterior y explicar el origen de las diferencias.
4. Una piedra es arrojada hacia la tierra, desde una altura $H$, con un vector velocidad inicial que forma un ángulo $\theta$ con el eje horizontal. Al momento de chocar la piedra contra el suelo, ¿depende el módulo del vector velocidad del ángulo $\theta$?

# B - Problemas menos directos

Esta sección contiene problemas que requieren un poco má as de elaboración. Nuestro objetivo es que aprendan a resolverlos y entenderlos en profundidad. Algunos de ellos se discutirán detalladamente en las clases prácticas. Por favor, intenten resolverlos antes de esa discusión: no sirve de nada copiar lo que hacen otrxs; sólo los problemas encarados de manera independiente (si es posible, con distintos enfoques, incluso cuando no se tenga éxito) sirven para entender las cosas en profundidad.

1. a) Para $t = 0\,s$, el vector posición de una partícula está dado por $\vec{r}(0\,s) = 2\,m\;\check{\imath} + 3\,m\;\check{\jmath}$; para el instante $t = 2\,s$, $\vec{r}(2\,s) = 7\,m\,\check{\imath} - 2\,m\,\check{\jmath}$ y, cuando $t = 5\,s$, $\vec{r}(5\,s) = 12\,m\;\check{\imath} + 1\,m\;\check{\jmath}$. Hallar la velocidad media $\bar{\vec{v}}$ desarrollada durante los primeros $2\,s$ y durante todo el viaje.

   b) Cuando $t = 0\,s$, una partícula situada en el origen del plano $(X, Y)$ tiene una velocidad de módulo $v_0 = 40\,m/s$, que forma un ángulo $\theta = \frac{\pi}{4}$ por sobre el eje $X$ positivo. Para $t = 3\,s$ la partícula está en el punto $(100\,m, 90\,m)$ del mismo plano, con velocidad de módulo $v_1 = 30\,m/s$, que forma un ángulo $\theta = \frac{\pi}{3}$ con el mismo eje. Calcular el vector velocidad media y el vector aceleración media de la partícula durante este intervalo temporal. Graficar ambos vectores.
2. El vector posición de una partícula está dado por $\vec{r}(t) = A\,t\;\check{\imath} + (B\,t + C)\;\check{\jmath}$, donde $A = 5\,m/s$, $B = 10\,m/s$ y $C = 2\,m$. a) Graficar la trayectoria de la partícula entre los valores de $x$ correspondientes a $t = 0\,s$ y $t = 3\,s$. b) Hallar módulo, dirección del vector velocidad $\vec{v}$ de la partícula, mostrando que éste es tangente a la trayectoria. c) Graficar las componentes $x(t)$ e $y(t)$ del vector posición $\vec{r}(t)$.

3. Una partícula que se mueve en el plano $XY$ tiene una aceleración constante $\vec{a}$, con $a_x = 6\,m/s^2$ y $a_y = 4\,m/s^2$. En el instante $t = 0\,s$ la partícula está en reposo en la posición $\vec{r}_0 = 100\,m\,\check{\imath}$. a) Hallar los vectores posición y velocidad en un instante cualquiera $t$. b) Hallar la ecuación de la trayectoria en el plano $XY$ y representarla gráficamente. Comparar con la curva obtenida en el problema anterior. Explicar.

4. El vector aceleración de una partícula varía en función del tiempo según $\vec{a}(t) = 4\,\check{\imath} - \sqrt{2}\,t\,\check{\jmath}$. En el instante inicial, la partícula se encuentra sobre la parte positiva del eje $X$, a una distancia de $2\,m$ del origen de coordenadas y dirigiéndose hacia él con una velocidad de módulo $4\,m/s$. a) ¿Qué unidades tienen las constantes que multiplican a las potencias del tiempo en ambos términos? La aceleración está expresada en la unidad correspondiente al SI de unidades. b) Utilizando la noción de integral indefinida e imponiendo las condiciones iniciales, determinar la dependencia temporal del vector velocidad. c) Recordando que el vector del inciso anterior es tangente a la trayectoria, determinar las componentes tangencial y normal del vector aceleración cuando ha transcurrido $1\,s$ desde el inicio del movimiento.

5. Las ecuaciones paramétricas que describen el movimiento de una partícula son:

$$x(t) = \frac{v_0}{\sqrt{2}}\,t\,\cos\alpha, \quad y(t) = \frac{v_0}{\sqrt{2}}\,t, \quad z(t) = \frac{v_0}{\sqrt{2}}\,t\,\operatorname{sen}\alpha - \frac{1}{2}g\,t^2$$

   $XY$ es el plano horizontal, $v_0$ y $\alpha$ son constantes (determinar sus unidades, cuando la posición se expresa en $m$) y $t$ es el tiempo (medido en $s$). Calcular: a) Tiempo $t^*$ para el cual la velocidad es horizontal (se anula su componente $z$). b) Vector velocidad correspondiente a $t^*$. c) Vector aceleración como función del tiempo. d) Distancia de la partícula al origen de coordenadas cuando $z = 0\,m$.

6. Un cañón apoyado sobre el suelo plano y ajustado con un ángulo de tiro de 45° dispara balas con velocidad inicial de 150 m/s. a) ¿A qué altura máxima llegarán estas balas? b) ¿Cuánto tiempo estarán en el aire antes de chocar contra el suelo? c) ¿Cuál es el alcance horizontal del cañón? (Despreciar la altura del cañón).

7. Dos proyectiles, A y B, se disparan desde el piso plano horizontal con módulos de velocidades iniciales idénticos. La velocidad inicial de A forma un ángulo $\theta_A$ con la horizontal, y la de B forma un ángulo $\theta_B$ con la horizontal. Si $\theta_A < \theta_B < \pi/2$, decir cuál de las siguientes afirmaciones es correcta: a) El proyectil B está durante más tiempo en el aire y su alcance es mayor que el de A. b) El proyectil B está durante más tiempo en el aire y su alcance es menor que el de A. c) El proyectil B está durante más tiempo en el aire y alcanza mayor elevación que el proyectil A.

8. Un cañón está colocado para que dispare sus proyectiles, con una velocidad inicial cuyo módulo es $v_0$, directamente hacia una colina que tiene un ángulo de elevación $\alpha$, como se muestra en la Figura 1. ¿Cuál será el ángulo con respecto a la horizontal con el que debe apuntar el cañón para obtener el mayor alcance $R$ posible a lo largo de la colina?

9. Un fusil dispara balas que salen del arma con una velocidad de 250 m/s. Para que una bala choque contra un blanco situado a 100 m de distancia y al mismo nivel que la boca del arma, el fusil debe apuntar a un punto situado por encima del blanco. Determinar la altura sobre el blanco a la cual debe apuntar.

10. Un cazador apunta a una ardilla que se encuentra en la rama de un árbol. En el momento en que el cazador dispara su rifle la ardilla se asusta, dejándose caer de la rama. Demostrar que, desafortunadamente para la ardilla, el cazador da en el blanco.

11. Un muchacho que está a 4 m de una pared vertical lanza contra ella una pelota. La pelota sale de su mano a 2 m por encima del suelo con una velocidad inicial $\vec{v} = (10\,\check{\imath} + 10\,\check{\jmath})$ m/s. Cuando la pelota choca con la pared se invierte la componente horizontal de su velocidad, mientras que no cambia su componente vertical. ¿A qué distancia de la pared chocará la pelota contra el suelo?

12. Un motociclista desea saltar sobre una fila de autos de 20 m, saltando desde el extremo (a 9 m de altura) de una rampa inclinada 30° con respecto a la horizontal. Si la rampa de llegada también está inclinada 30° y su altura máxima es $6\,m$ (ver Figura 2), encontrar el mínimo valor del módulo de la velocidad inicial que permitirá al motociclista conseguir su objetivo.

13. Un jugador patea una pelota hacia la meta, con una velocidad inicial cuyo módulo es de 20 m/s y con un ángulo de elevación de 45°. Un jugador que está en el mismo plano en que se mueve la pelota, $55\,m$ más próximo a la meta que el primero, empieza a correr con velocidad constante, en el mismo instante, para recogerla; ¿cuál deberá ser el mínimo módulo de su velocidad para que alcance la pelota antes de que ésta llegue al suelo?

14. Dos pelotas se tiran horizontalmente desde un edificio alto al mismo tiempo, una con velocidad cuyo módulo es $v_0$ y la otra con módulo de velocidad $v_0/2$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta? a) La pelota con velocidad inicial $v_0$ llega primero al suelo. b) La pelota con velocidad inicial $v_0/2$ llega primero al suelo. c) Ambas pelotas llegan al suelo al mismo tiempo. d) No se puede saber cuál llega primero si no se conoce la altura del edificio.

15. Un avión está volando horizontalmente a una altura $h$ con una velocidad $v$. En el instante en que el avión está directamente sobre un cañón antiaéreo, el cañón dispara al aeroplano. Calcular la velocidad mínima $v_0$ y el ángulo de apunte $\alpha$ que requiere el proyectil para darle al aeroplano.

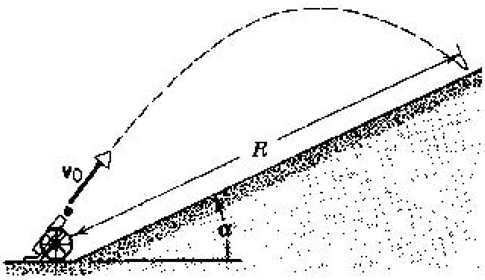


Figura 1

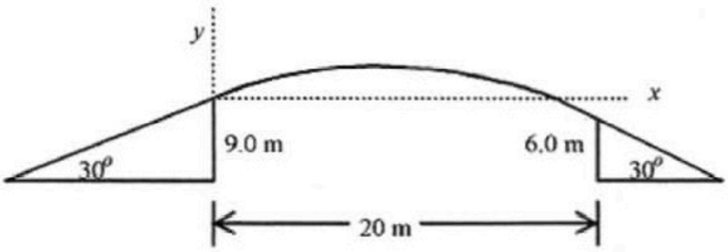


Figura 2