**Física General I – Año 2022**

**Trabajo Práctico 5 - Cinemática y dinámica del movimiento circular. Movimiento relativo de rotación**

# A - Preguntas y ejercicios para entrar en calor

A partir de esta guía, agregaremos preguntas conceptuales a los "problemas para entrar en calor". Tales preguntas tenderán a fomentar el intercambio de ideas previo a la resolución de los problemas más elaborados y conducirlxs a adquirir un mínimo de conocimientos teóricos antes de resolver problemas. Lxs instamos a realizar estas discusiones en clase, sin temor a equivocarse, exponiendo sus argumentos sin vergüenza luego de haberlos analizado en profundidad. Tales discusiones, que consisten en exponer los propios argumentos ante colegas y abandonarlos si resultan equivocados, son un elemento fundamental en la vida científica.

1. a) En un movimiento rectilíneo, ¿qué sucede si los vectores velocidad y aceleración tienen el mismo sentido? ¿qué sucede si tienen sentidos opuestos? b) En un movimiento circular, ¿qué sucede si los vectores velocidad angular y aceleración angular tienen el mismo sentido? ¿qué sucede si tienen sentidos opuestos? c) En un movimiento curvilíneo cualquiera (el circular es un caso particular), ¿pueden los vectores velocidad lineal y la aceleración lineal ser colineales?

2. Al arrancar, las aspas de un ventilador se mueven con aceleración angular constante hasta alcanzar la velocidad deseada. La fuerza que actúa sobre un punto cualquiera en el borde de una de las aspas, medida por un observador inercial, a) ¿Tiene componente centrípeta?; b) ¿tiene componente tangencial a su trayectoria?

3. Sabemos que un observador que describa el movimiento de una partícula utilizando un sistema de referencia rotante con respecto a uno inercial medirá correcciones al vector aceleración de su objeto de estudio (centrífuga y de Coriolis). ¿Por qué es incorrecto hablar de fuerza centrífuga y de fuerza de Coriolis? (recordar que el concepto de fuerza se introdujo en la segunda ley de Newton, que sólo vale para observadores...¿de qué tipo?)

4. Un muchacho hace girar, con velocidad angular constante, una pelota atada a una cuerda en una circunferencia horizontal de 75 cm de radio. ¿A cuántas revoluciones por minuto deberá girar la pelota para que su aceleración centrípeta sea $9\,m/s^2$?

5. Un volante gira con aceleración angular constante, cuyo módulo es $2\,s^{-2}$. Durante cierto intervalo de tiempo, de $5\,s$, gira un ángulo de $100\,rad$. ¿Cuánto tiempo ha estado en movimiento antes del comienzo de ese intervalo, si partió del reposo?

# B - Ejercicios más elaborados

1. La posición de una partícula viene dada por el vector $\vec{r} = -10\,\mathrm{m}\,\cos(\omega t)\,\check{\imath} + 10\,\mathrm{m}\,\mathrm{sen}(\omega t)\,\check{\jmath}$, donde $\omega =$ 2rad/s. a) Demostrar que el movimiento es circular, y hallar el radio de la circunferencia correspondiente. Indicar si la partícula se mueve en sentido horario o antihorario. b) Demostrar que el módulo de la velocidad de la partícula es constante, y calcular su magnitud. ¿Cuánto tarda la partícula en dar una revolución completa? d) Calcular las componentes radial y tangencial de la aceleración en función del tiempo $t$. <u>Nota:</u> La derivada de la función $f(t) = \mathrm{sen}(\omega t)$ es $f'(t) = \omega\cos(\omega t)$, y la de $g(t) = \cos(\omega t)$ es $g'(t) = -\omega\,\mathrm{sen}(\omega t)$.

2. Una persona que pesa $667\,N$ está sentada en una vuelta al mundo que rota con velocidad angular constante. En el punto más alto, el asiento le aplica una fuerza normal de $556\,N$. a) Al llegar a ese punto, ¿la persona se siente más liviana o más pesada? (discutir qué se entiende por "sentirse más liviana o más pesada") b) Calcular la fuerza normal que aplica el asiento sobre la misma persona en el punto más bajo. c) Si el módulo de la velocidad angular constante de la vuelta al mundo se duplica, ¿cuál es la fuerza normal en el punto más alto? d) ¿y en el más bajo?

3. Un juego de un parque de atracciones consta de una plataforma circular de $8\,m$ de diámetro que gira con velocidad angular constante. De la plataforma cuelgan "sillas voladoras" suspendidas de cables (inextensibles y de masa despreciable) de $2,5\,m$ de longitud (ver figura 1). Cuando el artefacto está detenido, las sillas están a una altura de $1,5\,m$ sobre el nivel del piso. Cuando la plataforma gira, los cables que sostienen las sillas forman un ángulo de $28°$ con la vertical (ver figura 1). Si la masa conjunta de una silla y el niño que la ocupa es de $50\,kg$, a) ¿Cuál es el módulo de la tensión del cable? b) ¿Cuál es la velocidad angular de rotación? c) Si, en esas condiciones, el niño deja caer un paquete de caramelos, ¿qué distancia horizontal recorrerá el paquete antes de llegar al piso?

4. Una partícula de masa $m$ gira de manera solidaria con la tabla circular de una mesa giratoria de radio $r$ y altura $h$, sobre cuyo borde está apoyada (ver figura 2). Si el coeficiente estático de rozamiento entre la partícula y la tabla es $\mu_s$, a) ¿a qué velocidad angular de rotación de la mesa escapará la partícula de la tabla y cuál es el módulo de la correspondiente velocidad tangencial? b) Suponiendo que la velocidad angular es la determinada en a), ¿a qué distancia del punto en que abandona la mesa tocará el suelo la partícula?

5. La Tierra puede ser considerada como una esfera de radio $6,35 \times 10^6 m$, que rota uniformemente alrededor de su eje. a) Calcular el módulo de su velocidad angular correspondiente a esta rotación, en rad/s. b) Determinar la velocidad tangencial y la aceleración de un punto sobre su superficie en función de la latitud, tal como las mide un observador fijo en el eje de rotación. c) ¿En qué latitud es máximo el módulo de la velocidad en dicho punto?¿En qué latitud es máximo el módulo de la aceleración? d) Calcular ambos valores máximos. e) Comparar el valor máximo del módulo de la aceleración calculado en el punto anterior con la aceleración de la gravedad. f) Comparar el máximo valor del módulo de la velocidad obtenido en d) con el módulo de la velocidad de traslación de la Tierra alrededor del Sol (calcular esta última usando que la distancia Tierra-Sol es de $150 \times 10^6$ km y considerando que la órbita terrestre es una circunferencia).

6. Un punto sobre una rueda de 15 m de diámetro completa 5 vueltas alrededor de su eje horizontal cada minuto. Calcular: a) el período del movimiento; b) magnitud y c) dirección de la aceleración centrípeta en el punto más alto del borde de la rueda; d) magnitud y e) dirección de la aceleración centrípeta en el punto más bajo del borde de la rueda; f) Calcular (expresándolo tanto en coordenadas cartesianas como en polares) el vector aceleración en los mismos puntos. g) Calcular (expresándolo tanto en coordenadas cartesianas como en polares) el vector aceleración en los puntos del borde de la rueda que yacen sobre el eje $X$.

7. Una curva en una carretera tiene 200 m de radio. a) Si la curva no tiene peralte y el coeficiente de rozamiento estático entre las cubiertas de un vehículo y el asfalto es 0.8, ¿cuál es la velocidad máxima con que la cual el vehículo puede tomar esta curva sin derrapar? b) Ídem si la curva tiene un peralte de 5 grados.

8. Un pequeño bloque de masa $m$ está dentro de un cono invertido que rota alrededor de un eje vertical, con un período de revolución $T$ (ver figura 3). Las paredes del cono forman un ángulo $\beta$ con la vertical. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y el cono es $\mu_s$. Si el bloque debe permanecer a una altura constante $h$ por encima del vértice del cono, ¿cuál es el intervalo de valores de $T$ para los cuales eso es posible?

9. Una bola de 0.4 kg está unida a una varilla vertical rígida por medio de dos cuerdas de masa despreciable, cada una de 70 cm de longitud. Las cuerdas están unidas a la varilla en dos puntos separados 70 cm, de modo tal que forman con la varilla un triángulo equilátero, como se muestra en la figura 4. El sistema está girando en torno al eje de la varilla con una velocidad angular constante de 2 revoluciones por segundo.
a) Calcular la tensión en cada cuerda.
b) Calcular la fuerza neta (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre la bola.

10. Un cuerpo $D$, que tiene una masa de 1 kg, se encuentra sobre una superficie cónica $ABC$ y está girando alrededor del eje $EE'$ con una frecuencia de 10 rev/min (ver figura 5). Calcular: a) La fuerza ejercida por la superficie sobre el cuerpo. b) La tensión del hilo. c) La velocidad angular necesaria para que la fuerza ejercida por la superficie se anule.

11. Una partícula se mueve en sentido antihorario sobre una circunferencia de radio 2 m con su centro en $(x, y) = (0, 2\text{ m})$. En $t = 0$ la partícula se encuentra en reposo en el origen de coordenadas. Si se desplaza con aceleración angular uniforme de 1.5 rad/s$^2$. a) ¿Cuánto tardará la partícula en recorrer la mitad de la circunferencia? b) Calcular su vector velocidad (módulo, dirección y sentido) en ese instante. c) Calcular su aceleración (módulo, dirección y sentido) en ese instante.

12. Una rueda parte del reposo y acelera de tal manera que su velocidad angular aumenta uniformemente a 200 revoluciones por minuto en 6 segundos. Después de haber estado girando por algún tiempo a esta velocidad, se aplican los frenos, de modo tal que la velocidad angular disminuye uniformemente, y la rueda tarda 5 minutos en detenerse. Si el número total de revoluciones de la rueda es de 3100, calcular el tiempo total de rotación.

13. La rueda $A$ (figura 6), cuyo radio tiene 30 cm, parte del reposo y aumenta su velocidad angular uniformemente a razón de $0.4\pi$ rad/$s^2$. La rueda transmite su movimiento a la rueda $B$ mediante la correa $C$. Obtener una relación entre las aceleraciones angulares y los radios de las dos ruedas. Encontrar el tiempo necesario para que la rueda $B$ alcance una velocidad angular de $10\pi$ rad/s.

14. a) Demostrar que, cuando una partícula parte del reposo y gira alrededor de un eje fijo con aceleración angular constante describiendo una trayectoria circular, su aceleración normal en un punto de su trayectoria es directamente proporcional al correspondiente desplazamiento angular. b) ¿Qué ángulo habrá girado la partícula si su vector aceleración forma un ángulo de $\frac{\pi}{3}$ con la normal interior a la trayectoria?

15. Tarzán, hombre-mono de 85 kg, cruza un río balanceándose en el extremo de una liana de 10 m de largo. Cuando pasa por la parte más baja de la trayectoria, su velocidad es de 8 m/s. a) Calcular cuál es la máxima tensión a la que está sometida la liana durante el proceso. b) Indicar si Tarzán realiza un movimiento con velocidad angular constante, con aceleración angular constante, o ninguno de éstos.

16. Una partícula de masa $m$ se deja caer desde el polo norte de una hemiesfera lisa de radio $R$. a) Calcular la aceleración angular ($\alpha$) de la partícula, , como función del ángulo $\theta$ (ver figura 7). b) A partir de ese resultado, usando la regla de la cadena ($\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \omega\frac{d\omega}{d\theta}$) e integrando puede encontrarse la dependencia con el ángulo del módulo al cuadrado de la velocidad angular y, volviendo a las ecuaciones dinámicas, obtener la variación del módulo de la fuerza normal con el ángulo. c) ¿Para qué valor del ángulo se despega la partícula de la hemiesfera?

17. Por efecto de una fuerza de roce estática, una partícula de masa $m$ permanece en reposo a distancia R del centro de un disco que rota en un plano horizontal, con velocidad angular constante de módulo $\omega$, con respecto al piso. a) Explique cómo describen la aceleración de la partícula un observador fijo al piso (considerado inercial con buena aproximación) y otro que gira con el disco. b) Explique cómo plantean las ecuaciones de la dinámica y cómo calculan el valor de la fuerza de roce el observador fijo al piso y el que gira con el disco. c) Suponga, ahora, que el observador quieto sobre el disco ve a la partícula a una distancia R y moviéndose con velocidad constante de módulo $|\overrightarrow{v}|$ en la dirección radial, alejándose del eje. ¿Cuál es, ahora, el módulo de la fuerza de roce entre el disco y la partícula?

18. Un río fluye hacia el sur a una velocidad de 9 km/h en un lugar cuya latitud es 45° N (S). a) Encontrar la aceleración de Coriolis. b) Demostrar que, en el hemisferio norte (sur), empuja el agua hacia la margen derecha (izquierda). Este efecto produce una mayor erosión en la margen derecha (izquierda) que se ha notado en algunos casos.

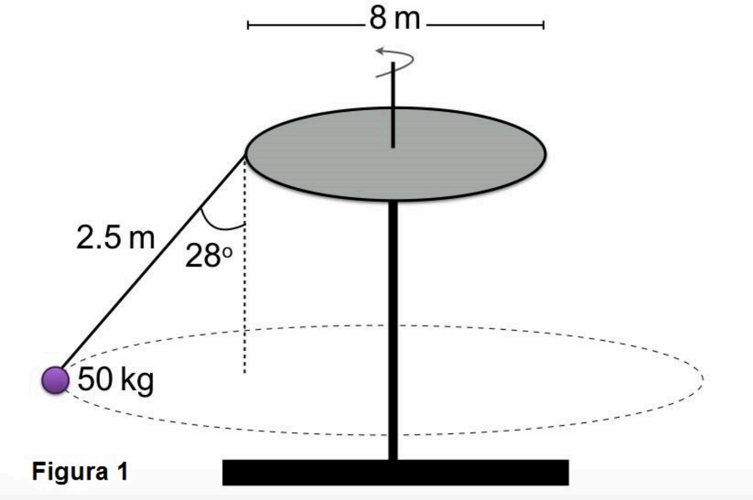


Figura 1

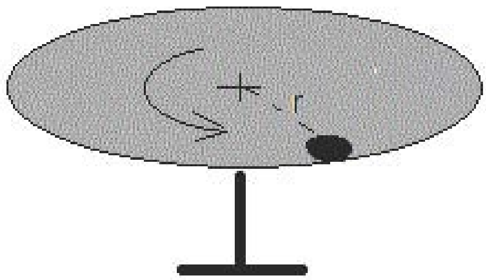


Figura 2

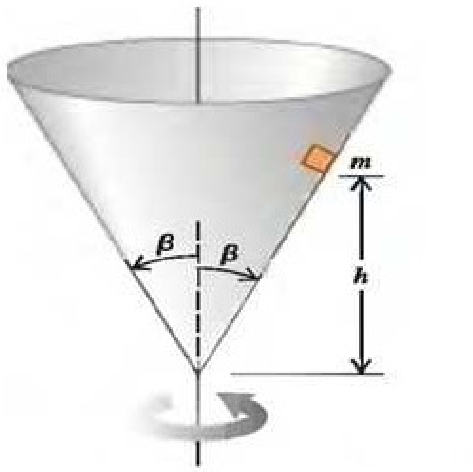


Figura 3

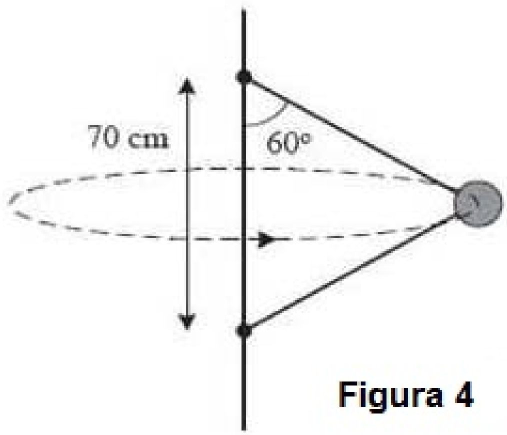


Figura 4

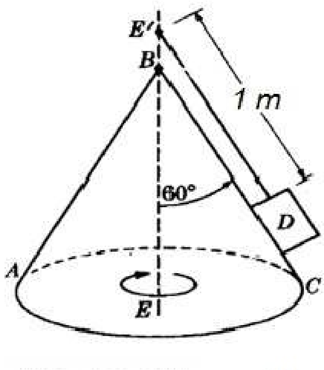


Figura 5

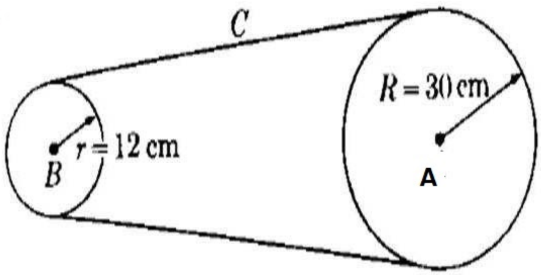


Figura 6

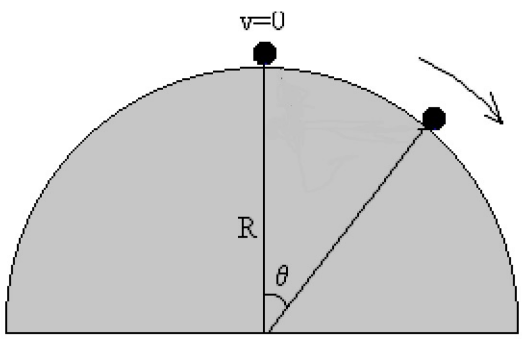


Figura 7