Física General I – Año 2022

Trabajo Práctico 8 - Movimiento armónico simple (MAS)

A - Preguntas y ejercicios para entrar en calor

1. Para el siguiente enunciado, decir cuál de las opciones propuestas es la correcta.

   Dos masas A y B, unidas a sendos resortes idénticos, oscilan con frecuencias ν_A y ν_B. Si $\nu_B = 2\nu_A$, y las constantes de los dos resortes son iguales, las masas están relacionadas mediante la relación (seleccionar la respuesta correcta):
   i) $M_A = M_B/4$. *ii*) $M_A = M_B/2$. *iii*) $M_A = M_B/\sqrt{2}$. *iv*) $M_A = 4M_B$.

2. La posición de un oscilador armónico como función del tiempo está dada por $x(t) = 0,4\sin(\pi\, t + \pi/4)$. Identificar: amplitud, frecuencia angular y fase inicial. A partir de ellas, determinar período y frecuencia de oscilación y calcular la posición para $t = 0,5\,s$. Establecer las unidades correctas para cada una de estas magnitudes en el SI, teniendo en cuenta que $x(t)$ se mide en m y t, en s. Obtener las expresiones para la velocidad y la aceleración del oscilador como funciones del tiempo.

3. Escribir la expresión para la posición, como función del tiempo, de una partícula que ejecuta un MAS, sabiendo que, en un minuto, realiza 90 oscilaciones, en los siguientes casos: a) $x(t = 0\,s) = 2\,m$; $v(t = 0\,s) = 0\,m/s$; b) $x(t = 0\,s) = 0\,m$; $v(t = 0\,s) = 4\,m/s$.

4. Para el siguiente enunciado, decir cuál de las opciones propuestas es correcta:

   La energía de un péndulo de longitud L y masa M que oscila con amplitud $\theta_0 < \frac{\pi}{18}$ es
   i) Independiente de M.
   ii) Independiente de L.
   iii) Independiente de θ_0.
   iv) Dependiente de θ_0, M y L.

5. Un cuerpo de $4\,kg$ ejecuta un MAS. Su posición está dada por $x(t) = 0,5\,\sin(4t)$ (las unidades de las constantes en el SI están implícitas). Calcular la energía mecánica del sistema y la velocidad máxima que alcanza el oscilador.

B - Ejercicios más elaborados

1. Una partícula desarrolla un MAS con una amplitud de $8\,cm$ y un período de $4\,s$. Calcular los vectores velocidad y aceleración de la partícula $0.4\,s$ después de haber pasado ésta por cada uno de los puntos de retorno.

2. Un cuerpo de 2 kg se suspende de un resorte que cuelga verticalmente. Se observa que, en su posición de equilibrio el resorte se estira 4 cm. a) Determinar la constante del resorte.

   El mismo resorte se coloca, luego, sobre una superficie horizontal sin roce, fijándose uno de sus extremos a una pared y el otro a un bloque de 5 kg. Se aparta al bloque 10 cm desde la posición de equilibrio y, en el instante $t = 0$, se lo suelta, de modo que comienza a oscilar describiendo un MAS. b) Hallar el período T del movimiento oscilatorio del bloque. c) Suponiendo que la elongación en función del tiempo está dada por $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, hallar la amplitud y la fase inicial del movimiento. ¿Dónde se eligió el origen de coordenadas para que $x(t)$ tenga la expresión anterior? d) Ídem c), pero considerando $x(t) = B\,\mathrm{sen}\,(\omega t + \xi)$. e) Calcular la posición del bloque para $t = T$, $t = T/2$, $t = T/4$ y $t = T/8$.

3. a) Representar gráficamente la posición $x(t)$ del inciso c) del ejercicio anterior. b) Hallar las expresiones correspondientes para $v_x(t)$ y $a_x(t)$, verificando que se cumple la relación $F_x = ma_x$. Comparar gráficamente $x(t)$, $v_x(t)$ y $a_x(t)$. ¿Qué valores toman en $t = 0$? c) Hallar la velocidad y la aceleración en el instante en que el bloque pasa por primera vez por la posición de equilibrio. d) Calcular las energías potencial y cinética del sistema en función de t. ¿En qué posiciones alcanzan éstas su valor máximo? Hallar la energía mecánica del sistema oscilante.

4. Una partícula de masa $m = 3\,kg$ ejecuta un MAS. Su posición está dada, como función del tiempo, por $y(t) = 4\,cm\cos(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6})$. ¿Para qué posiciones es su energía cinética igual a su energía potencial?¿Cuál es el tiempo transcurrido cuando la partícula llega, por primera vez, a esa situación y cuál es la posición correspondiente?

5. Un cuerpo de masa m cuelga de un resorte vertical de constante k, oscilando con una amplitud A. a) Calcular la energía potencial gravitatoria, la energía potencial elástica y la energía mecánica total del sistema cuando el cuerpo posee su máximo desplazamiento hacia abajo. b) Calcular la energía cinética máxima del cuerpo. c) Escogiendo un origen de coordenadas conveniente, escribir una expresión para la altura $y(t)$ del cuerpo. Sugerencia: tomar la energía potencial gravitatoria igual a cero en el punto de equilibrio.

6. Un péndulo simple de 1 m de longitud ejecuta 100 oscilaciones completas en 204 segundos en cierto lugar de la Tierra. a) Hallar el valor de la aceleración de la gravedad g_T en ese sitio. b) ¿Cuál será la frecuencia de oscilación del mismo péndulo en la Luna, si allí el valor de la aceleración gravitatoria es $g_L = g_T/6$? c) Si la amplitud del péndulo es de 10 grados, escribir una expresión para el ángulo formado por el péndulo con la vertical en función del tiempo. d) Determinar el vector velocidad angular del péndulo (establecer su módulo, dirección y sentido). ¿Cuál es el valor máximo del módulo?

7. Una plataforma horizontal vibra verticalmente con MAS de amplitud 30 mm. Calcular la máxima frecuencia admisible para que un cuerpo apoyado sobre la plataforma no se separe de ésta durante el movimiento.

8. Un cuerpo X de masa m_X se mueve con movimiento oscilatorio armónico de amplitud A sobre una superficie lisa, unido a un resorte de constante k. Cuando está en un punto de máxima amplitud, se deposita cuidadosamente sobre él un segundo cuerpo, Y, de masa m_Y. a) ¿Cuál es el mínimo coeficiente de roce estático que debe existir entre las superficies de los cuerpos para que Y no deslice sobre X? b) Suponiendo que no hay deslizamiento, determinar si al depositar el cuerpo Y se modifican la energía mecánica, la velocidad máxima, la amplitud y/o la frecuencia angular del MAS.

9. Dos resortes están unidos a una partícula de masa m y a soportes fijos, como se muestra en la Figura 1. Analizar las ecuaciones dinámicas para el movimiento de la partícula y, a partir de ellas, demostrar que se trata de un MAS. Determinar el período y la frecuencia de dicho MAS.

10. La Figura 2 muestra dos cuerpos de masas m_A y m_B conectados mediante un resorte de constante k. El sistema puede oscilar sobre una superficie horizontal sin roce. Si la longitud natural del resorte es l, verificar que el cambio en la longitud $x(t)$ del resorte queda determinado por $x = (x_B - x_A) - l$, donde x_B y x_A son las posiciones de las masas B y A en un sistema de referencia inercial. Demostrar que el movimiento oscilatorio del sistema satisface la ecuación $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{\mu}x = 0$, donde $\mu = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$ es la masa reducida del sistema. El período de oscilación es, por lo tanto, $T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}$.

11. Un objeto de 3 kg en reposo (ver figura 3) se deja libre a una altura de 5 m sobre una rampa curva y sin rozamiento. Al pie de la rampa existe un resorte cuya constante es $k = 400$ N/m. El objeto se desliza por la rampa hasta que choca contra el resorte, comprimiéndolo. a) Hallar la máxima compresión que sufre el resorte, y la aceleración del objeto en ese instante. b) ¿Cómo es el movimiento posterior del objeto? ¿Cuál es la posición del objeto cuando queda, nuevamente, en reposo? c) ¿Cómo cambiarían cualitativamente las respuestas a) y b) si un tramo de la rampa fuera rugoso? ¿Y si cambiara la curvatura de la rampa?

12. Un bloque de 2 kg, situado sobre un plano inclinado con rozamiento, está conectado a un resorte a través de una soga de masa despreciable que pasa por una polea sin rozamiento en su eje (ver figura 4). El resorte tiene masa despreciable y constante elástica $k = 100$ N/m. El bloque se suelta a partir del reposo cuando el resorte tiene su longitud natural, observándose que se desplaza 20 cm sobre el plano hasta detenerse. a) Calcular el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y el plano. b) Siendo el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano $\mu_S = 0.15$, determinar si el bloque queda en equilibrio una vez que se ha detenido. Si no es así, calcular el estiramiento del resorte cuando el bloque vuelve a quedar en reposo.

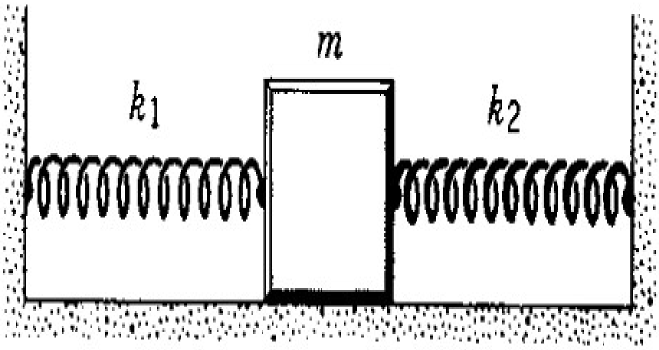

Figura 1

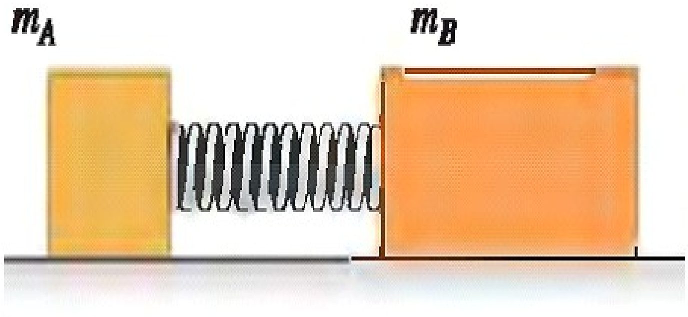

Figura 2

Figura 3

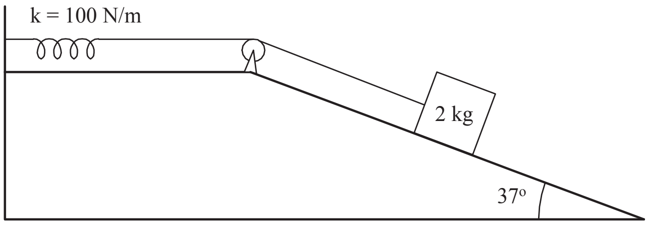

Figura 4