Física General I – Año 2022

Trabajo Práctico 11

Mecánica del cuerpo rígido

A - Preguntas y ejercicios para entrar en calor

1. Calcular la posición del centro de masa y el momento de inercia de una varilla homogénea de sección transversal despreciable y longitud L.

2. Un hombre está de pie en el centro de una plataforma circular (sin fricción), manteniendo sus brazos extendidos horizontalmente con una pesa en cada mano y girando alrededor de un eje vertical a razón de $2\,rev/s$. El momento de inercia del sistema plataforma + hombre respecto de este eje es de $10\,kg\,m^2$. Cuando el hombre acerca las pesas hacia su cuerpo, el momento de inercia disminuye a $4\,kg\,m^2$ ¿Cuál es la nueva velocidad angular de la plataforma y del hombre?

3. Enunciar las condiciones sobre la fuerza externa neta y sobre el torque externo neto que garantizan el equilibrio (tanto traslacional como rotacional) de un cuerpo rígido. En la condición de equilibrio rotacional, ¿existe algún punto privilegiado con respecto al cual calcular el torque neto cuando existe equilibrio traslacional?

4. Un hombre de 80 kg está parado en un extremo de una viga de 50 kg y 12 m de longitud que, a su vez, está apoyada sobre dos soportes separados 8 m entre sí (ver figura 1). El sistema se encuentra en equilibrio mecánico. a) Hallar la fuerza ejercida por cada soporte sobre la tabla. b) El hombre comienza a caminar hacia el otro extremo. Calcular cuánto puede avanzar antes de que la tabla pierda el equilibrio.

5. Sobre un cuerpo rígido actúa una fuerza externa neta $\vec{F}$, aplicada de modo tal que el torque externo neto con respecto a un punto fijo en un sistema inercial es $\vec{\tau}$. a) Escribir las ecuaciones que determinan la evolución temporal del vector cantidad de movimiento ($\vec{P}$) y la del vector momento angular de dicho cuerpo con respecto a ese punto fijo. b) ¿Cuándo es válida la igualdad $\vec{L} = I\,\vec{\omega}$, donde I es el momento de inercia del cuerpo y $\vec{\omega}$ es el módulo del vector velocidad angular de rotación del cuerpo alrededor de un eje que pasa por el mismo punto?

6. Calcular la aceleración angular de una polea cilíndrica de $0,5\,m$ de radio y $20\,kg$ de masa, sobre la que se ha enrollado una cuerda, en los siguientes casos (ver figura 2): a) se tira de la cuerda con una fuerza $\vec{F}$ tal que $|\vec{F}| = 15\,N$; b) se cuelga del extremo de la cuerda un cuerpo cuyo peso sea igual a la fuerza $\vec{F}$ del inciso a). Obtener, en ambos casos, la velocidad angular de la polea al cabo de $5\,s$ suponiendo que, inicialmente, la misma está en reposo.

B - Ejercicios más elaborados

1. Calcular la posición del centro de masa para las siguientes distribuciones continuas y homogéneas de masa: a) Una varilla de longitud L y área transversal constante A. c) Un alambre uniforme de longitud L doblado formando un ángulo α con vértice en su punto medio. d) Una placa rectangular muy delgada de lados L_1 y L_2.

2. a) Utilizar el teorema de Steiner para hallar el momento de inercia de una bola maciza y uniforme de masa M y radio R con respecto a un eje tangente a ella. b) Calcular el momento de inercia de una puerta homogénea de base b, altura h y espesor despreciable, con respecto a un eje que pasa por las bisagras. c) Calcular el momento de inercia de una placa rectangular homogénea delgada de lados a y b y masa M, respecto de un eje perpendicular a la placa que pasa por un vértice, y respecto de un eje paralelo al anterior que pasa por el centro de masa. Ayuda: usar el teorema de los ejes perpendiculares. d) Calcular el momento de inercia de una moneda de masa M y radio R, respecto de un eje que pasa por un diámetro. Ayuda: ídem anterior.

3. Dos bolas iguales de masas $M_b = 6\,kg$ y $R = 20\,cm$ de radio están montadas como se indica en la figura 3, y pueden deslizar a lo largo de una varilla delgada de masa $M_v = 3\,kg$ y longitud $L = 2\,m$.

   Inicialmente, los centros de las bolas se encuentran fijos a $0,5\,m$ del eje de giro y el conjunto gira libremente con una velocidad angular de $120\,rpm$ alrededor de un eje vertical que pasa por el centro del sistema bolas+barra. Se sueltan las bolas y las mismas deslizan por la barra hacia los extremos de la misma.

   a) ¿Cuál es el torque neto de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema?

   b) ¿Cuál es la velocidad angular de rotación cuando los centros de las bolas alcanzan los extremos de la varilla.

   c) Hallar el cambio de la energía cinética del sistema entre ambas situaciones.

   Recordar que el momento angular de la varilla con respecto al eje dado es $I_v = \frac{1}{12}\,M_v\,L^2$ y el de cada bola con respecto a un eje que pasa por su CM es $I_b = \frac{2}{5}\,M_e\,R^2$.

4. Una mujer de masa $m = 65\,kg$ está parada en el borde de una calesita circular cuyo momento de inercia es $I_c = 400\,kg\,m^2$ y cuyo radio es $R = 3\,m$. La calesita, apoyada sobre una superficie lisa, puede rotar libremente alrededor de un eje también carente de friccíon. Inicialmente, tanto la calesita como la mujer están en reposo con respecto a un sistema de referencia fijo a la tierra. A continuación la mujer comienza a caminar a lo largo del borde de la calesita (como se ve, desde arriba, en la figura 4), con velocidad de módulo constante igual a $2\,m/s$, con respecto a la tierra. a) ¿Cuál es el torque neto de las fuerzas externas? b) ¿En qué sentido y con qúé velocidad angular rota la calesita? c) ¿Qué trabajo hace la mujer para poner en movimiento la calesita y a sí misma?

5. Una barra muy delgada de masa $M = 5\,kg$ y longitud $L = 1,1\,m$ cuelga de uno de sus extremos, sujeta en ese punto por un pivote sin fricción que le permite rotar alrededor de un eje perpendicular al plano de la hoja, como se muestra en la figura 5. El proyectil de masa $m = 6\,g$ impacta sobre el otro extremo de la barra con velocidad perpendicular, tanto a la barra como al eje de rotación, y queda incrustado en ella.

   a) ¿Cuál es la velocidad angular del sistema barra+proyectil inmediatamente después del choque? b) ¿Cuánto cambia el vector cantidad de movimiento del sistema durante el choque? Observar la diferencia con lo que ocurre, por ejemplo, en un péndulo balístico. c) ¿En qué punto actúa la fuerza impulsiva responsable de la falta de conservación de la cantidad de movimiento?¿Cuáles son la dirección y el sentido de tal fuerza?

   El momento de inercia de una varilla con respecto a un eje perpendicular que pasa por su extremo es $I = \frac{1}{3}\,M\mathrm{L}^2$.

6. Un oso que pesa $700\,N$ camina sobre un viga uniforme de peso igual a $200\,N$ y de longitud $6\,m$, con la intención de llegar a una canasta de comida que cuelga del extremo de la viga (ver figura 6). La canasta pesa $80\,N$. a) Cuando el oso está en $x = 1\,m$, encuentre la tensión en la cuerda y las componentes de la fuerza ejercida por la pared sobre el extremo izquierdo de la viga. b) Si el alambre puede soportar una tensión máxima de $900\,N$, ¿cuál es la distancia máxima que el oso puede caminar antes de que se rompa el alambre?

7. Una escalera de dos hojas, cada una de masa m y longitud l, está apoyada sobre una superficie rugosa, de modo tal que el ángulo entre ambas hojas es α. a) Probar que si el coeficiente de roce estático entre el piso y la escalera es $\mu_S = 0.8$, el máximo ángulo que puede abrirse la escalera sin que deslice es $\alpha_{crit} = 116°$. b) Un hombre de masa M sube por una de las hojas de la escalera, deteniéndose en el punto medio. Calcular la fuerza de rozamiento existente entre el piso y cada una de las hojas una vez que el hombre se ha detenido, y determinar la fuerza que ejerce una de las hojas sobre la otra. c) Si $m = 10$ kg y $M = 80$ kg, ¿cuál es ahora el máximo ángulo que puede abrirse la escalera? ¿Qué utilidad tiene la varilla o cadena que suele colocarse uniendo ambas hojas a una cierta altura?

8. Se monta una rueda homogénea sobre un eje perpendicular que posee rozamiento y que pasa por su centro de masa. Se aplica a la rueda un torque externo constante de 50 N m respecto de su centro. Luego de 20 segundos, se observa que la velocidad angular de la rueda se ha incrementado de 0 a 600 rev/min. Se elimina entonces el torque externo, observando que la rueda se detiene luego de 120 segundos. Suponiendo que el torque ejercido por la fuerza de rozamiento es constante, a) ¿cuál es el momento de inercia de la rueda respecto de su eje? b) ¿Cuál es el torque ejercido por la fuerza de rozamiento?

9. Un yo-yo de 230 g consta de dos discos de 2.5 cm de radio unidos por un eje de 0.3 cm de radio. El hilo, enrollado en el eje, tiene una longitud de 80 cm y masa despreciable. Sosteniendo el extremo libre del hilo, se deja caer al yo-yo con velocidad inicial cero. a) Mostrar que la relación entre la velocidad del centro de masas del yo-yo y su velocidad angular de rotación respecto del centro de masas es $V_{\mathrm{CM}} = \omega r$, donde r es el radio del eje. b) Calcular la aceleración del centro de masa del yo-yo en el instante inicial (despreciar la masa del eje frente a la masa de los discos). ¿Es la aceleración constante durante la caída? c) Calcular la velocidad angular del yo-yo cuando el hilo se ha desenrollado completamente. Mostrar que el resultado es independiente de la masa de los discos.

10. ¿Cuál es el trabajo realizado por fuerzas externas sobre el yo-yo del ejercicio anterior? ¿Hay trabajo realizado por fuerzas no conservativas internas y/o externas? Obtener el resultado del inciso c) del ejercicio anterior utilizando conceptos energéticos.

11. Un tablero cuadrado de lado $l = 50$ cm está colgado de una pared por medio de un pivote sin rozamiento ubicado en el centro de uno de sus lados. Se aplica un ligero golpe sobre uno de los lados verticales del tablero, de modo que éste adquiere una velocidad angular $\omega = 0.7$ rad/s. a) Calcular el máximo ángulo que formarán los lados verticales con la vertical. b) Determinar el período del movimiento oscilatorio que llevará a cabo el tablero.

12. Una bola maciza homogénea de radio $R = 4,7cm$ sube, rodando sin deslizar, a lo largo de un plano inclinado un ángulo $\pi/6$ con respecto a la horizontal. La velocidad de su centro de masa cuando está en la base del plano inclinado es $5,2m/s$. a) Eligiendo convenientemente un sistema de tres ejes cartesianos, especificar el sentido de su vector velocidad angular y el de su vector aceleración angular; b) hacer un esquema de todas las fuerzas que actúan sobre la esfera mientras dura su ascenso (tener en cuenta el sentido del vector aceleración angular para determinar el sentido de la fuerza de roce); c) calcular el vector aceleración del centro de masa y el vector aceleración angular; d) ¿a qué altura por encima de la base está el centro de masa de la esfera cuando la misma se detiene? (El momento de inercia de una bola maciza homogénea con respecto a un eje que pasa por su centro de masa es $I_c = \frac{2}{5}MR^2$, donde M y R son la masa y el radio de la esfera respectivamente).

13. Una bola de masa M y radio R se lanza de tal modo que cuando toca la pista se mueve horizontalmente con velocidad $v_0 = 5$ m/s, sin rodar. Los coeficientes de fricción estático y cinético entre la bola y la pista son $\mu_{\mathrm{S}} = 0.35$ y $\mu_{\mathrm{K}} = 0.3$ respectivamente. a) Determinar el tiempo durante el cual la bola desliza sobre la pista, y la distancia recorrida durante este tiempo. b) Hallar la velocidad del centro de masa de la bola una vez comenzado el movimiento de rodadura sin deslizamiento.

14. Se cuelga una maceta de $20kg$ de masa en el extremo de una barra homogénea de $10kg$ de masa y de longitud $L = 1m$. La barra está unida por el otro extremo a una pared mediante un pivote sin roce. Para afirmar la barra a la pared se utiliza un cable (figura 7). a) Calcular la tensión del cable y las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida por la pared sobre la barra. b) Se descuelga la maceta. Calcular la aceleración angular de la barra en el momento en que, además, se corta el cable. c) Determinar, mediante consideraciones energéticas, la velocidad angular de la barra cuando golpea contra la pared.
El momento de inercia de una barra homogénea de masa m y longitud L, con respecto a un eje perpendicular a la misma y que pasa por uno de sus extremos es $I = \frac{mL^2}{3}$

15. Un resorte sin masa tiene unido un cilindro, de tal forma que éste puede rodar sin deslizar sobre una superficie horizontal (ver figura 8). La constante k del resorte es de 3 N/m. Si el sistema se suelta desde el reposo en una posición en la que el resorte está estirado 25 cm, determinar a) la energía cinética traslacional y b) la energía cinética rotacional del cilindro cuando éste pasa por la posición de equilibrio. c) Mostrar que, en estas condiciones, el movimiento del centro de masas del cilindro es armónico simple con un período $T = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$, donde M es la masa del cilindro.

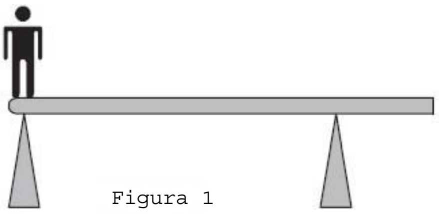

Figura 1

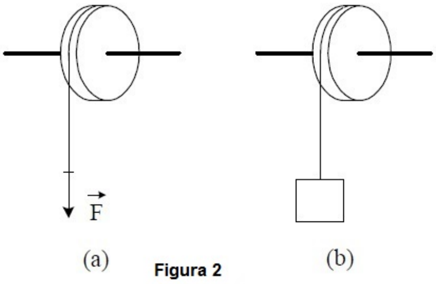

Figura 2

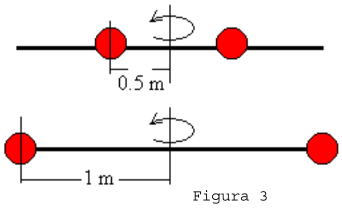

Figura 3

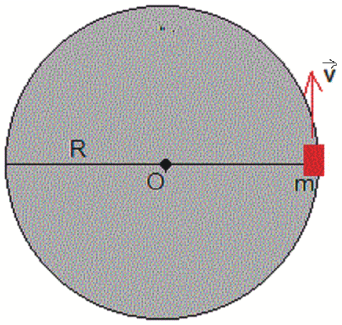

Figura 4

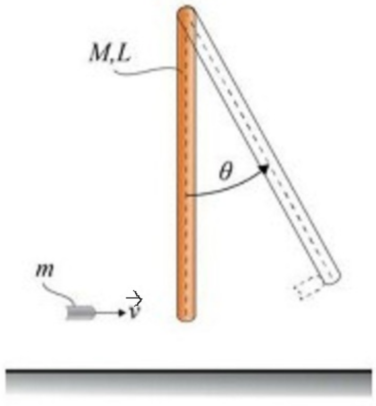

Figura 5

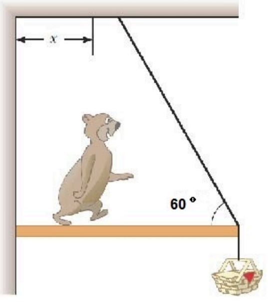

Figura 6

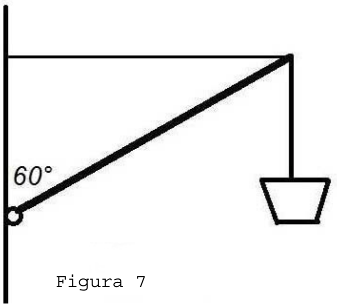

Figura 7

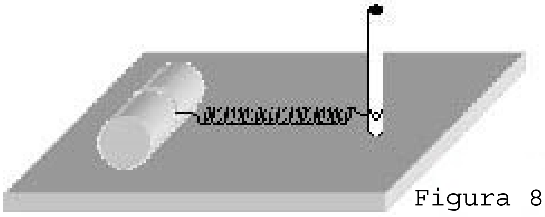

Figura 8