Física General I – Año 2022

Trabajo Práctico 10

Momento angular de partículas y de sistemas de partículas

A - Preguntas y ejercicios para entrar en calor

1. Calcular el momento angular de las partículas cuyos vectores posición y cantidad de movimiento están dados por:

   a-
   $$\vec{r} = 4\breve{i} - 5\breve{j} + 3\breve{k}\,, \vec{p} = 1\breve{i} + 4\breve{j} - 2\breve{k}\,,$$
   b-
   $$\vec{r} = 1\breve{i} - 2\breve{j} + 0\breve{k}\,, \vec{p} = 7\breve{i} - 1\breve{j} + 0\breve{k}\,,$$
   c-
   $$\vec{r} = +0\breve{i} + 2\breve{j} + 0\breve{k}\,, \vec{p} = 1\breve{i} + 0\breve{j} + 0\breve{k}\,,$$

   Una vez obtenida la descomposicion canónica del momento angular encontrar, en cada caso, su módulo, dirección y sentido, así como el ángulo entre posición y cantidad de movimiento.

2. Calcular el vector momento angular con respecto al origen, O, de la partícula de $2\,kg$ que se mueve con velocidad de $10\,m/s$, en la dirección y con el sentido que se muestran en la figura 1.

3. Hallar el momento angular con respecto al origen (módulo, dirección y sentido) de una partícula de masa $m = 2\,kg$ que describe un movimiento circular de $40\,cm$ de radio en el plano XY (ver figura 2), realizando 60 revoluciones por segundo.

4. Verifique que, en el problema anterior, se satisface la ecuación $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}$, donde $\vec{\tau}$ es el torque neto, con respecto al origen, de la fuerza que actúa sobre la partícula.

B - Ejercicios más elaborados

1. Un proyectil es lanzado desde el nivel de la tierra, con vector velocidad inicial $\vec{v}_0$, que forma un ángulo θ con la dirección horizontal. Suponer que, mientras el proyectil recorre su trayectoria, sólo actúa sobre él la fuerza peso. Calcular el vector momento angular del proyectil y el torque debido a su peso (ambos con respecto al punto del lanzamiento) cuando el proyecil se encuentra en cualquier punto de la trayectoria y verificar, para este caso particular, que la derivada temporal del primero coincide con el segundo.

2. La figura 3 muestra dos tramos distintos de una carretera plana, vista desde lo alto. Un automóvil los recorre con velocidad de módulo constante y en el sentido indicado por las flechas. Determinar, en cada caso, si se conserva el momento angular del auto (módulo, dirección y sentido) calculado con respecto al punto A y al B respectivamente ¿Cambian las respuestas si se invierte el sentido de la velocidad?

3. Un disco de masa m está unido a una cuerda de longitud l y gira sobre una mesa horizontal sin rozamiento, describiendo un círculo de radio r . El otro extremo de la cuerda pasa a través de un agujero situado en el centro de la mesa y una pesa de masa M cuelga de él (ver figura 4). La pesa suspendida se encuentra en equilibrio, mientras que el disco que se encuentra sobre la mesa describe un movimiento circular. Calcular el momento angular del disco con respecto al centro de la mesa ¿Cómo cambia la velocidad angular del disco si, tirando de la pesa, se acorta la cuerda? (Considere ambos objetos como partículas puntuales).

4. La Tierra describe una órbita elíptica alrededor del Sol, estando éste en uno de los focos de la elipse. Cuando la Tierra está en la posición más alejada del Sol (afelio), la distancia entre ambos es de 1.52×10^{11} m, y la velocidad orbital de la Tierra es de 2.93×10^4 m/s. Hallar la velocidad orbital de la Tierra en la posición más cercana al Sol (perihelio), donde la distancia que los separa es de 1.47×10^{11} m. ¿Se conserva la energía mecánica durante toda la órbita?

5. Dos astronautas, cada uno con una masa de $8\,kg$, viajan en una estación espacial libre de toda interacción con agentes externos. Los astronautas se están acercando entre sí siguiendo trayectorias paralelas, separadas por $9\,m$, como muestra la figura 5. Cada astronuta se mueve con una velocidad de módulo $4\,m/s$ con respecto a un sistema de referencia L fijo a la estación ¿Es inercial este sistema de referencia?

   a) Considerando a los astronautas como partículas, calcular la velocidad del centro de masa del sistema formado por los dos astronautas con respecto a la estación y la cantidad de movimiento total, $\vec{P}^L$, del mismo sistema de partículas con respecto al mismo sistema de referencia ¿Es $\vec{P}^L$ una cantidad conservada?¿Es inercial el sistema de referencia C del centro de masa?

   b) Calcular el momento angular del sistema con respecto al centro de masa ¿Es este vector una cantidad conservada mientras los astronautas se desplazan como se indicó antes? Justificar.

   c) Cuando los astronautas están enfrentados uno de ellos arroja al otro un extremo de una cuerda (inetensible y de masa despreciable) y sostiene el otro extremo. Describir el movimiento posterior con respecto al centro de masa. Calcular la cantidad de movimiento $\vec{P}^C$ y el momento angular total $\vec{L}^C$ del sistema de dos partículas con respecto al sistema C de referencia una vez tensada la cuerda ¿Permanecen constantes en esta situación? Calcule la energía cinética de rotación.

   d) Los astronautas, enrollando la cuerda en sus brazos, logran reducir la distancia entre ellos a la mitad ¿Cuánto valen ahora el momento angular del sistema y la energía cinética de rotación? ¿Qué trabajo efectuaron los astronautas?

6. Se tiene un sistema de partículas formado por tres masas puntuales, A, B y C. La posición de las masas en el instante inicial y las fuerzas externas a las que se ven sometidas durante el movimiento son las que se muestran en la figura 6, con $|\vec{F}_A| = |\vec{F}_C| = F$.

   a) ¿Se mantiene constante el momento lineal del sistema de tres partículas?¿Cuál es el vector aceleración del centro de masa? ¿Puede el centro de masa describir una trayectoria curva?

   b) ¿Se conserva el momento angular del sistema con respecto a O? Calcular su derivada temporal.

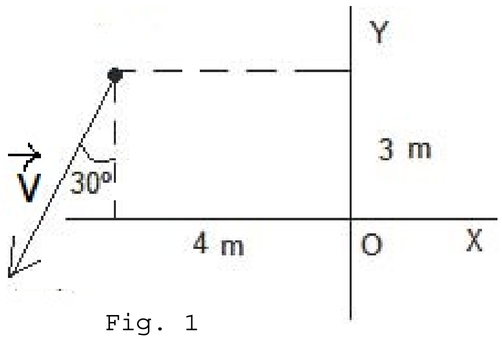

Fig. 1

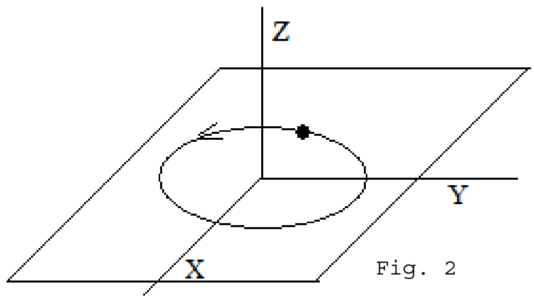

Fig. 2

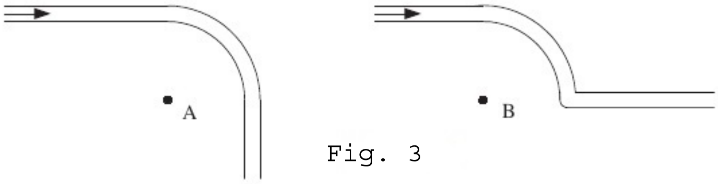

Fig. 3

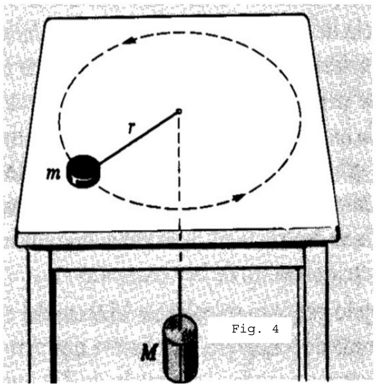

Fig. 4

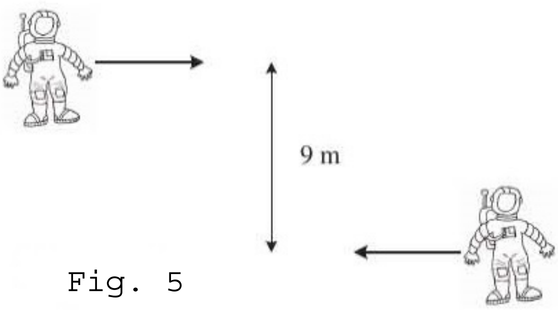

Fig. 5

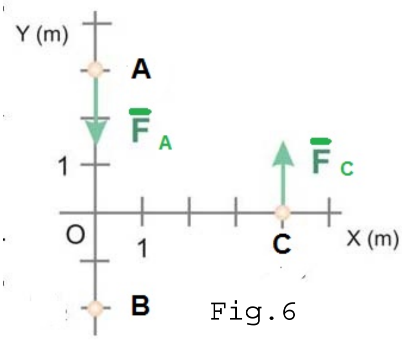

Fig.6