

Trabajo Práctico 5 - Cinemática y dinámica del movimiento circular

1. La posición de una partícula viene dada por el vector $\vec{r} = -10 \text{ m} \cos(\omega t) \hat{i} + 10 \text{ m} \sin(\omega t) \hat{j}$, donde $\omega = 2 \text{ rad/s}$. a) Demostrar que el movimiento es circular, y hallar el radio de la circunferencia correspondiente. Indicar si la partícula se mueve en sentido horario o antihorario. b) Demostrar que el módulo de la velocidad de la partícula es constante, y calcular su magnitud. ¿Cuánto tarda la partícula en dar una revolución completa? d) Calcular las componentes radial y tangencial de la aceleración en función del tiempo t . Nota: La derivada de la función $f(t) = \sin(\omega t)$ es $f'(t) = \omega \cos(\omega t)$, y de $g(t) = \cos(\omega t)$ es $g'(t) = -\omega \sin(\omega t)$.
2. Un piloto de avión se lanza hacia abajo para describir un rizo siguiendo un arco de circunferencia cuyo radio es de 300 m. En la parte inferior de la trayectoria, el módulo de su velocidad es de 180 km/h. Calcular su aceleración centrípeta en ese punto.
3. Un muchacho, que pesa 667 N, está sentado en una vuelta al mundo que rota con velocidad angular constante. En el punto más alto, el asiento aplica al estudiante una fuerza normal de 556 N. a) Al llegar a ese punto, ¿el estudiante se siente más liviano o más pesado? (Discutir qué se entiende por “sentirse más liviano o más pesado”) b) Calcular la fuerza normal que aplica el asiento sobre el estudiante en el punto más bajo. c) Si el módulo de la velocidad angular de la vuelta al mundo se duplica, ¿cuál es la fuerza normal en el punto más alto? d) ¿y en el más bajo?
4. a) Calcular la velocidad angular en rad/s de la aguja del reloj que marca las horas. b) ¿Qué ángulo forman las agujas del reloj a las 12h 15m? c) Las agujas del reloj son colineales a las 12. Calcular cuánto tiempo transcurre hasta que vuelven a ser colineales y tener igual sentido.
5. a) Un muchacho hace girar, con velocidad angular constante, una pelota atada a una cuerda en una circunferencia horizontal de 75 cm de radio. ¿A cuántas revoluciones por minuto deberá girar la pelota para que su aceleración centrípeta sea 9 m/s^2 ? b) Una muchacha hace girar horizontalmente, también con velocidad angular constante, una piedra atada a una cuerda de 1.5 m de longitud, a una altura de 2m sobre el suelo. La cuerda se rompe y la piedra cae a una distancia horizontal de 10 m. Calcular la magnitud de la aceleración centrípeta de la piedra durante el movimiento circular uniforme.
6. La Tierra puede ser considerada como una esfera de radio $6,35 \times 10^6 \text{ m}$, que rota uniformemente alrededor de su eje. a) Calcular el módulo de su velocidad angular correspondiente a esta rotación, en rad/s. b) Determinar la velocidad tangencial y la aceleración de un punto sobre su superficie en función de la latitud, tal como las mide un observador fijo en el eje de rotación. c) ¿En qué latitud es máximo el módulo de la velocidad en dicho punto? ¿En qué latitud es máximo el módulo de la aceleración? d) Calcular ambos valores máximos. e) Comparar el valor máximo del módulo de la aceleración calculado en el punto anterior con la aceleración de la gravedad. f) Comparar el máximo valor del módulo de la velocidad obtenido en d) con el módulo de la velocidad de traslación de la Tierra alrededor del Sol (calcular esta última usando que la distancia Tierra-Sol es de $150 \times 10^6 \text{ km}$ y considerando que la órbita terrestre es una circunferencia).
7. Un punto sobre una rueda de 15 m de diámetro completa 5 vueltas alrededor de su eje horizontal cada minuto. Calcular: a) el período del movimiento; b) magnitud y c) dirección de la aceleración centrípeta en el punto más alto del borde de la rueda; d) magnitud y e) dirección de la aceleración centrípeta en el punto más bajo del borde de la rueda; f) Calcular (expresándolo tanto en coordenadas cartesianas como en polares) el vector aceleración en los mismos puntos. g) Calcular (expresándolo tanto en coordenadas cartesianas como en polares) el vector aceleración en los puntos del borde de la rueda que yacen sobre el eje X .
8. Una partícula se mueve en sentido antihorario sobre una circunferencia de radio 2 m con su centro en $(x, y) = (0, 2 \text{ m})$. En $t = 0$ la partícula se encuentra en reposo en el origen de coordenadas. Si se desplaza con aceleración angular uniforme de 1.5 rad/s^2 . a) ¿Cuánto tardará la partícula en recorrer la mitad de la circunferencia? b) Calcular su vector velocidad (módulo, dirección y sentido) en ese instante. c) Calcular su aceleración (módulo, dirección y sentido) en ese instante.
9. Una rueda parte del reposo y acelera de tal manera que su velocidad angular aumenta uniformemente a 200 revoluciones por minuto en 6 segundos. Después de haber estado girando por algún tiempo a esta

velocidad, se aplican los frenos, de modo tal que la velocidad angular disminuye uniformemente, y la rueda tarda 5 minutos en detenerse. Si el número total de revoluciones de la rueda es de 3100, calcular el tiempo total de rotación.

10. La rueda A (figura 1), cuyo radio tiene 30 cm, parte del reposo y aumenta su velocidad angular uniformemente a razón de $0.4\pi \text{ rad/s}^2$. La rueda transmite su movimiento a la rueda B mediante la correa C . Obtener una relación entre las aceleraciones angulares y los radios de las dos ruedas. Encontrar el tiempo necesario para que la rueda B alcance una velocidad angular de $10\pi \text{ rad/s}$.
11. a) Demostrar que, cuando una partícula parte del reposo y gira alrededor de un eje fijo con aceleración angular constante describiendo una trayectoria circular, su aceleración normal en un punto de su trayectoria es directamente proporcional al correspondiente desplazamiento angular. b) ¿Qué ángulo habrá girado la partícula si su vector aceleración forma un ángulo de $\frac{\pi}{3}$ con la normal interior a la trayectoria?
12. Una bola de 0.4 kg está unida a una varilla vertical rígida por medio de dos cuerdas de masa despreciable, cada una de 70 cm de longitud. Las cuerdas están unidas a la varilla en dos puntos separados 70 cm, de modo tal que forman con la varilla un triángulo equilátero, como se muestra en la figura 2. El sistema está girando en torno al eje de la varilla con una velocidad angular constante de 2 revoluciones por segundo.
 - a) Calcular la tensión en cada cuerda.
 - b) Calcular la fuerza neta (módulo y dirección) que actúa sobre la bola.
13. Una curva en una carretera tiene 200 m de radio. a) Si la curva no tiene peralte y el coeficiente de rozamiento estático entre las cubiertas de un vehículo y el asfalto es 0.8, ¿cuál es la velocidad máxima con que la cual el vehículo puede tomar esta curva sin derrapar? b) Ídem si la curva tiene un peralte de 5 grados.
14. Un cuerpo D , que tiene una masa de 1 kg, se encuentra sobre una superficie cónica ABC y está girando alrededor del eje EE' con una frecuencia de 10 rev/min (ver figura 3). Calcular: a) La fuerza ejercida por la superficie sobre el cuerpo. b) La tensión del hilo. c) La velocidad angular necesaria para que la fuerza ejercida por la superficie sea nula.

Más ejercitación

1. Un volante gira con aceleración angular constante, cuyo módulo es 2 s^{-2} . Durante cierto intervalo de tiempo, de 5 s, gira un ángulo de 100 rad . ¿Cuánto tiempo ha estado en movimiento antes del comienzo de ese intervalo, si partió del reposo?
2. Con buena aproximación, puede considerarse que el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra es circular, con un radio de 382000 km. Para movimientos en esa escala, también es buena aproximación aceptar que un observador fijo en el centro de la Tierra es inercial. a) Teniendo en cuenta que una vuelta completa tarda aproximadamente 27 días, calcular la masa de la Tierra. b) ¿Se puede calcular la masa de la Luna con estos datos? ¿Por qué?
3. Tarzán, hombre-mono de 85 kg, cruza un río balanceándose en el extremo de una liana de 10 m de largo. Cuando pasa por la parte más baja de la trayectoria, su velocidad es de 8 m/s. a) Calcular cuál es la máxima tensión a la que está sometida la liana durante el proceso. b) Indicar si Tarzán realiza un movimiento con velocidad constante, con velocidad angular constante, con aceleración angular constante, o ninguno de éstos.
4. Un pequeño bloque de masa m está adentro de un cono invertido que está rotando alrededor de un eje vertical, con un período de revolución T (ver figura 4). Las paredes del cono forman un ángulo β con la vertical. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y el cono es μ_s . Si el bloque debe permanecer a una altura constante h por arriba del vértice del cono, ¿cuál es el intervalo de valores de T para los cuales se logra esto?
5. Un carro de montaña rusa tiene una masa de 500 kg cuando está totalmente lleno de pasajeros como se muestra en la figura 5. Si, en el punto A, el vehículo tiene una velocidad cuyo módulo es de 20 m/s , a) ¿cuál es la fuerza ejercida por la pista sobre el vehículo en este punto? b) ¿cuál es la velocidad máxima que el vehículo puede alcanzar en B sin perder contacto con la pista?

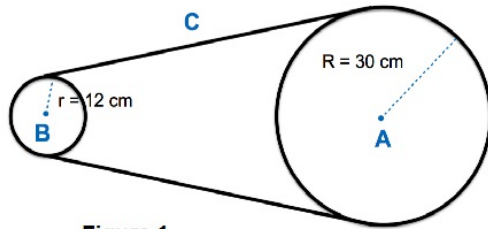


Figura 1

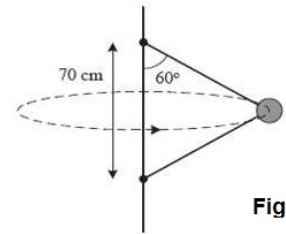


Figura 2

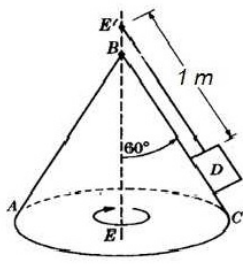


Figura 3

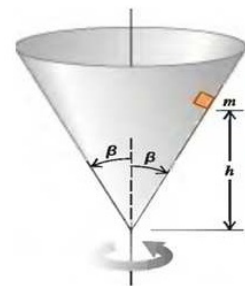


Figura 4

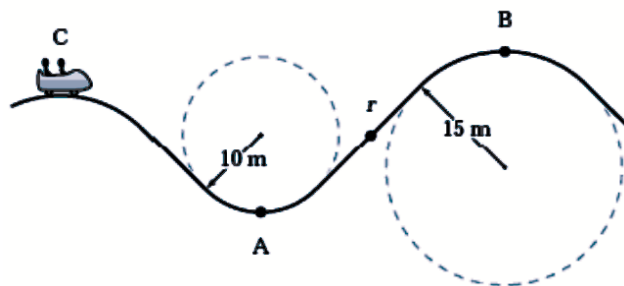


Figura 5