Física General I – Año 2021

Trabajo Práctico 3 - Cinemática del movimiento curvilíneo

1. a) Para $t = 0\,s$, el vector posición de una partícula está dado por $\vec{r}(0\,s) = 2\,m\,\check{\imath} + 3\,m\,\check{\jmath}$; para el instante $t = 2\,s$, $\vec{r}(2\,s) = 7\,m\,\check{\imath} - 2\,m\,\check{\jmath}$ y, cuando $t = 5\,s$, $\vec{r}(5\,s) = 12\,m\,\check{\imath} + 1\,m\,\check{\jmath}$. Hallar la velocidad media $\bar{\vec{v}}$ desarrollada durante los primeros $2\,s$ y durante todo el viaje.

   b) Cuando $t = 0\,s$, una partícula situada en el origen del plano (X, Y) tiene una velocidad de módulo $v_0 = 40\,m/s$, que forma un ángulo $\theta = \frac{\pi}{4}$ por sobre el eje X positivo. Para $t = 3\,s$ la partícula está en el punto $(100\,m, 90\,m)$ del mismo plano, con velocidad de módulo $v_1 = 30\,m/s$, que forma un ángulo $\theta = \frac{\pi}{3}$ con el mismo eje. Calcular el vector velocidad media y el vector aceleración media de la partícula durante este intervalo temporal. Graficar.

2. El vector posición de una partícula está dado por $\vec{r}(t) = A\,t\,\check{\imath} + (B\,t + C)\,\check{\jmath}$, donde $A = 5\,m/s$, $B = 10\,m/s$ y $C = 2\,m$. a) Graficar la trayectoria de la partícula entre los valores de x correspondientes a $t = 0\,s$ y $t = 3\,s$. b) Hallar módulo, dirección y sentido del vector velocidad $\vec{v}$ de la partícula, mostrando que éste es tangente a la trayectoria. c) Graficar las componentes $x(t)$ e $y(t)$ del vector posición $\vec{r}(t)$.

3. Una partícula que se mueve en el plano XY tiene una aceleración constante $\vec{a}$, con $a_x = 6\,m/s^2$ y $a_y = 4\,m/s^2$. En el instante $t = 0\,s$ la partícula está en reposo en la posición $\vec{r}_0 = 100\,m\,\check{\imath}$. a) Hallar los vectores posición y velocidad en un instante cualquiera t. b) Hallar la ecuación de la trayectoria en el plano xy y representarla gráficamente. Comparar con la curva obtenida en el problema anterior. Explicar.

4. El vector aceleración de una partícula varía en función del tiempo según $\vec{a}(t) = 4\,\check{\imath} - \sqrt{2}\,t\,\check{\jmath}$. En el instante inicial, la partícula se encuentra sobre la parte positiva del eje X, a una distancia de $2\,m$ del origen de coordenadas y dirigiéndose hacia él con una velocidad de módulo $4\,m/s$. a) ¿Qué unidades tienen las constantes que multiplican a las potencias del tiempo en ambos términos? La aceleración está expresada en la unidad correspondiente al SI de unidades. b) Utilizando la noción de integral indefinida e imponiendo las condiciones iniciales, determinar la dependencia temporal del vector velocidad. c) Recordando que el vector del inciso anterior es tangente a la trayectoria, determinar las componentes tangencial y normal del vector aceleración cuando ha transcurrido $1\,s$ desde el inicio del movimiento.

5. Una piedra es arrojada desde una altura H con un vector velocidad inicial que forma un ángulo θ con el eje horizontal. Al momento de chocar la piedra contra el suelo, ¿depende el módulo del vector velocidad del ángulo θ?

6. Un cañón apoyado sobre el suelo plano y ajustado con un ángulo de tiro de 45° dispara balas con velocidad inicial de 150 m/s. a) ¿A qué altura máxima llegarán estas balas? b) ¿Cuánto tiempo estarán en el aire antes de chocar contra el suelo? c) ¿Cuál es el alcance horizontal del cañón? (Despreciar la altura del cañón).

7. Un cañón está colocado para que dispare sus proyectiles, con una velocidad inicial cuyo módulo es v_0, directamente hacia una colina que tiene un ángulo de elevación α, como se muestra en la Figura 1. ¿Cuál será el ángulo con respecto a la horizontal con el que debe apuntar el cañón para obtener el mayor alcance R posible a lo largo de la colina?

8. Un fusil dispara balas que salen del arma con una velocidad de 250 m/s. Para que una bala choque contra un blanco situado a 100 m de distancia y al mismo nivel que la boca del arma, el fusil debe apuntar a un punto situado por encima del blanco. Determinar la altura sobre el blanco a la cual debe apuntar.

9. Un cazador apunta a una ardilla que se encuentra en la rama de un árbol. En el momento en que el cazador dispara su rifle la ardilla se asusta, dejándose caer de la rama. Demostrar que, desafortunadamente para la ardilla, el cazador da en el blanco.

10. Un muchacho que está a 4 m de una pared vertical lanza contra ella una pelota. La pelota sale de su mano a 2 m por encima del suelo con una velocidad inicial $\vec{v} = (10\,\check{\imath} + 10\,\check{\jmath})$ m/s. Cuando la pelota choca con la pared se invierte la componente horizontal de su velocidad, mientras que no cambia su componente vertical. ¿A qué distancia de la pared chocará la pelota contra el suelo?

11. Un motociclista desea saltar sobre una fila de autos de 20 m, saltando desde el extremo (a 9 m de altura) de una rampa inclinada 30° con respecto a la horizontal. Si la rampa de llegada también está inclinada 30° y su altura máxima es $6\,m$ (ver Figura 2), encontrar el mínimo valor del módulo de la velocidad inicial que permitirá al motociclista conseguir su objetivo.

12. Un jugador patea una pelota hacia la meta, con una velocidad inicial cuyo módulo es de 20 m/s y con un ángulo de elevación de 45°. Un jugador que está en el mismo plano en que se mueve la pelota, $55\,m$ más próximo a la meta que el primero, empieza a correr con velocidad constante, en el mismo instante, para recogerla; ¿cuál deberá ser el mínimo módulo de su velocidad para que alcance la pelota antes de que ésta llegue al suelo?

13. Dos pelotas se tiran horizontalmente desde un edificio alto al mismo tiempo, una con velocidad cuyo módulo es v_0 y la otra con módulo de velocidad $v_0/2$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es la correcta? a) La pelota con velocidad inicial v_0 llega primero al suelo. b) La pelota con velocidad inicial $v_0/2$ llega primero al suelo. c) Ambas pelotas llegan al suelo al mismo tiempo. d) No se puede saber cuál llega primero si no se conoce la altura del edificio.

14. Un avión vuela horizontalmente a una altura de $1\,km$ y con una velocidad de $200\,km/h$. Deja caer una bomba que debe dar en un barco que viaja en la misma dirección y sentido a una velocidad de $20\,km/h$. Demostrar que la bomba debe dejarse caer cuando la distancia horizontal entre el aeroplano y el barco es aproximadamente $715\,m$. Resolver el mismo problema para el caso en el cual el barco se está moviendo en sentido opuesto.

15. Las ecuaciones paramétricas que describen el movimiento de una partícula son:

$$x(t) = \frac{v_0}{\sqrt{2}}\,t\,\cos\alpha, \quad y(t) = \frac{v_0}{\sqrt{2}}\,t, \quad z(t) = \frac{v_0}{\sqrt{2}}\,t\,\operatorname{sen}\alpha - \frac{1}{2}g\,t^2$$

XY es el plano horizontal, v_0 y α son constantes (determinar sus unidades, cuando la posición se expresa en m) y t es el tiempo (medido en s). Calcular: a) Tiempo t^* para el cual la velocidad es horizontal. b) Vector velocidad correspondiente a t^*. c) Vector aceleración como función del tiempo. d) Distancia de la partícula al origen de coordenadas cuando $z = 0\,m$.

Más ejercitación

1. Una partícula tiene un vector posición dado por $\vec{r}(t) = (10\text{ m} + 2\text{ m/s}^2\,t^2)\,\check{\imath} + 8\text{ m/s}^4\,t^4\,\check{\jmath}$. a) Determinar los vectores velocidad y aceleración en función del tiempo. ¿Es éste un movimiento uniformemente acelerado? b) Hallar y graficar la curva que describe la trayectoria de la partícula en el plano xy.

2. Una partícula se mueve en el plano xy con aceleración constante. Para $t = 0$ la partícula se encuentra en la posición $\vec{r}_0 = 4\text{ m}\,\check{\imath} + 3\text{ m}\,\check{\jmath}$. Para $t = 2$ s la partícula se ha desplazado a la posición $\vec{r}_1 = 10\text{ m}\,\check{\imath} - 2\text{ m}\,\check{\jmath}$ y su velocidad ha cambiado en $\Delta\vec{v} = 5\text{ m/s}\,\check{\imath} - 6\text{ m/s}\,\check{\jmath}$. a) Calcular la aceleración de la partícula. b) Hallar la velocidad de la partícula en función del tiempo, $\vec{v}(t)$. c) Hallar la posición de la partícula en función del tiempo, $\vec{r}(t)$. (Atención: sólo si la aceleración es constante, aceleración instantánea y aceleración media coinciden).

3. Un cuerpo se mueve en el plano xy con aceleración constante $a = 10\text{ m/s}^2$ en el sentido de $\check{\imath}$. Si en $t = 1$ s el cuerpo se encuentra en $\vec{r}(t = 1\text{s}) = 8\text{ m}\,\check{\imath} + (-1)\text{ m}\,\check{\jmath}$ y tiene una velocidad $\vec{v}(t = 1\text{s}) = 13\text{ m/s}\ \check{\imath} - 1\text{ m/s}\ \check{\jmath}$, a) calcular la posición del cuerpo en función del tiempo y b) hallar y graficar la curva que describe la trayectoria del cuerpo en el plano xy.

4. Un cocodrilo está en la orilla de un río, acechando a una cebra que está tomando agua en la orilla opuesta, a $20\,m$ de su coordenada a lo largo del río. El cocodrilo viaja a distintas velocidades (constantes) en el agua y en la tierra. El tiempo que le toma al cocodrilo llegar hasta la cebra puede ser minimizado si nada hasta un punto en la orilla opuesta que está a una distancia x a lo largo de la orilla y, luego, camina hasta la cebra. El tiempo, en décimas de segundo, que le toma al cocodrilo llegar a la cebra, está dado por $t(x) = 5\sqrt{36 + x^2} + 4(20 - x)$. ¿Qué es cada uno de estos dos términos? ¿Cuál es el ancho del río? a) Calcular el tiempo que le toma al cocodrilo llegar a la cebra si nada la distancia más corta posible (cruza el río perpendicularmente y corre por tierra $20\,m$). b) Calcular el tiempo que le toma al cocodrilo si no viaja por tierra. c) Entre estos dos tiempos hay un valor de x que minimiza el tiempo. Calcular este valor de x (dt/dx = 0 y despejar x) y el tiempo correspondiente en décimas de segundo.

5. Una moto debe cruzar una zanja. Para que pueda pasar por sobre ella, se ha construido una rampa con una inclinación de 10°. Si la distancia horizontal que debe atravesar la moto para alcanzar el otro lado es de 7 m, ¿con qué velocidad debe abandonar la rampa? (Suponer que la altura a la que abandona la rampa es la misma a la que llega del otro lado de la zanja).

6. Un avión bombardero está volando horizontalmente a una altura de 1,2 km con una velocidad de 180 km/h. a) ¿Cuánto tiempo antes de que el avión esté sobre el blanco debe dejar caer la bomba? b) ¿Cuál es la velocidad de la bomba al llegar al suelo?

7. Dos proyectiles, A y B, se disparan desde el piso plano horizontal con módulos de velocidades iniciales idénticos. La velocidad inicial de A forma un ángulo θ_A con la horizontal, y la de B forma un ángulo θ_B con la horizontal. Si $\theta_A < \theta_B < \pi/2$, decir cuál de las siguientes afirmaciones es correcta: a) El proyectil B está durante más tiempo en el aire y su alcance es mayor que el de A. b) El proyectil B está durante más tiempo en el aire y su alcance es menor que el de A. c) El proyectil B está durante más tiempo en el aire y alcanza mayor elevación que el proyectil A.

8. Un cañón antitanques está ubicado en el borde de una meseta a una altura de 60 m sobre la llanura que la rodea (Figura 3). La cuadrilla del cañón avista un tanque enemigo situado en la llanura a una distancia de 2200 m del cañón. En el mismo instante, la tripulación del tanque ve el cañón y comienza a escapar en línea recta con una aceleración de 0.9 m/s^2. Si el cañón dispara un proyectil con una velocidad de 240 m/s y un ángulo de elevación de 30° sobre la horizontal, ¿cuánto tiempo después de que el tanque empieza a moverse deben disparar los operarios del cañón para darle al tanque?

9. Un aeroplano está volando horizontalmente a una altura h con una velocidad v. En el instante en que el aeroplano está directamente sobre un cañón antiaéreo, el cañón dispara al aeroplano. Calcular la velocidad mínima v_0 y el ángulo de apunte α que requiere el proyectil para darle al aeroplano.

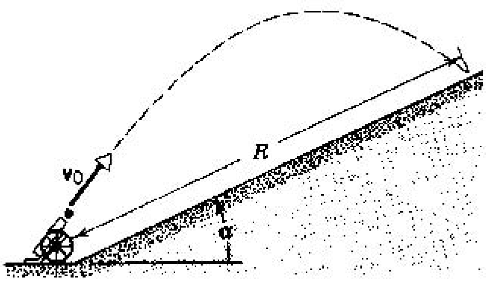

Figura 1

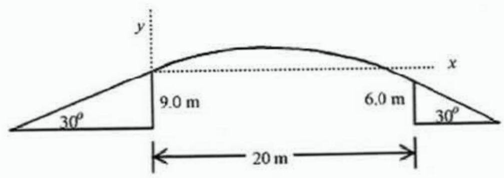

Figura 2

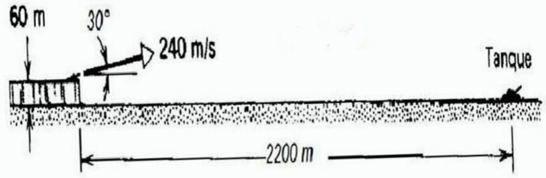

Figura 3