Física General I – Año 2021

Trabajo Práctico 9 - Movimiento armónico simple (MAS)

1. Una partícula realiza un MAS alrededor del origen a lo largo del eje X. Se sabe que la aceleración está dada por $a(t) = -2\,s^{-2}\,x(t)$ y que, inicialmente, $v(0\,s) = 0\,m/s$ y $x(0\,s) = -2\,m$. Determinar: frecuencia angular, período, amplitud y fase inicial. Dar las expresiones de la posición, la velocidad y la aceleración como funciones del tiempo. Repetir para $v(0\,s) = 2\,m/s$ y $x(0\,s) = 0\,m$

2. Una partícula desarrolla un MAS con una amplitud de $8\,cm$ y un período de $4\,s$. Calcular los vectores velocidad y la aceleración de la partícula $0.4\,s$ después de haber pasado ésta por cada uno de los puntos de retorno.

3. Un cuerpo de 2 kg se suspende de un resorte que cuelga verticalmente. Se observa que, en su posición de equilibrio el resorte se estira 4 cm. a) Determinar la constante del resorte.

   El mismo resorte se coloca, luego, sobre una superficie horizontal sin roce, fijándose uno de sus extremos a una pared y el otro a un bloque de 5 kg. Se aparta al bloque 10 cm desde la posición de equilibrio y, en el instante $t = 0$, se lo suelta, de modo que comienza a oscilar describiendo un MAS. b) Hallar el período T del movimiento oscilatorio del bloque. c) Suponiendo que la elongación en función del tiempo está dada por $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, hallar la amplitud y la fase inicial del movimiento. ¿Dónde se eligió el origen de coordenadas para que $x(t)$ tenga la expresión anterior? d) Ídem c), pero considerando $x(t) = B\,\mathrm{sen}\,(\omega t + \xi)$. e) Calcular la posición del bloque para $t = T$, $t = T/2$, $t = T/4$ y $t = T/8$.

4. a) Representar gráficamente la posición $x(t)$ del inciso c) del ejercicio anterior. b) Hallar las expresiones correspondientes para $v_x(t)$ y $a_x(t)$, verificando que se cumple la relación $F_x = ma_x$. Comparar gráficamente $x(t)$, $v_x(t)$ y $a_x(t)$. ¿Qué valores toman en $t = 0$? c) Hallar la velocidad y la aceleración en el instante en que el bloque pasa por primera vez por la posición de equilibrio. d) Calcular las energías potencial y cinética del sistema en función de t. ¿En qué posiciones alcanzan éstas su valor máximo? Hallar la energía mecánica del sistema oscilante.

5. Sobre un cuerpo de masa m, inicialmente en reposo en $\vec{r} = x_0\,\check{\imath}$ se ejercen, alternativamente, las siguientes fuerzas variables: a) $\vec{F} = -kx^2\,\check{\imath}$, b) $\vec{F} = -k(x + c)\,\check{\imath}$, c) $\vec{F} = kx\,\check{\imath}$, d) $\vec{F} = -kx^3\,\check{\imath}$, donde k y c son constantes positivas. Mediante el análisis de las correspondientes energías potenciales, determinar cuáles de estas fuerzas darán lugar a un movimiento periódico del cuerpo. ¿En qué caso(s) será el movimiento armónico simple?

6. Un objeto de 3 kg que oscila unido a un resorte de constante 2 kN/m tiene una energía mecánica de 0.9 J. Calcular la amplitud del movimiento y la velocidad máxima del objeto.

7. Un cuerpo de masa m cuelga de un resorte vertical de constante k, oscilando con una amplitud A. a) Calcular la energía potencial gravitatoria, la energía potencial elástica y la energía mecánica total del sistema cuando el cuerpo posee su máximo desplazamiento hacia abajo. b) Calcular la energía cinética máxima del cuerpo. c) Escogiendo un origen de coordenadas conveniente, escribir una expresión para la altura $y(t)$ del cuerpo. Sugerencia: tomar la energía potencial gravitatoria igual a cero en el punto de equilibrio.

8. Para el siguiente enunciado, decir cuál de las opciones propuestas es la correcta:

   La energía de un péndulo de longitud L y masa M que oscila con amplitud $\theta_0 < \frac{pi}{18}$ es
   i) Independiente de M.
   ii) Independiente de L.
   iii) Independiente de Λ.
   iv) Dependiente de Λ, M y L.

9. Un péndulo simple de 1 m de longitud ejecuta 100 oscilaciones completas en 204 segundos en cierto lugar de la Tierra. a) Hallar el valor de la aceleración de la gravedad g_T en ese sitio. b) ¿Cuál será la frecuencia de oscilación del mismo péndulo en la Luna, si allí el valor de la aceleración gravitatoria es $g_L = g_T/6$? c) Si la amplitud del péndulo es de 10 grados, escribir una expresión para el ángulo formado por el péndulo con la vertical en función del tiempo. d) Determinar para el vector velocidad angular del péndulo (establecer su módulo, dirección y sentido). ¿Cuál es el valor máximo del módulo?

10. Una plataforma horizontal vibra verticalmente con MAS de amplitud 30 mm. Calcular la máxima frecuencia admisible para que un cuerpo apoyado sobre la plataforma no se separe de ésta durante el movimiento.

11. Un cuerpo X de masa m_X se mueve con movimiento oscilatorio armónico de amplitud A sobre una superficie lisa, unido a un resorte de constante k. Cuando está en un punto de máxima amplitud, se deposita cuidadosamente sobre él un segundo cuerpo Y, de masa m_Y. a) ¿Cuál es el mínimo coeficiente de roce estático que debe existir entre las superficies de los cuerpos para que Y no deslice sobre X? b) Suponiendo que no hay deslizamiento, determinar si al depositar el cuerpo Y se modifican la energía mecánica, la velocidad máxima, la amplitud y/o la frecuencia angular del MAS.

12. Dos resortes están unidos a una partícula de masa m y a soportes fijos, como se muestra en la Figura 1. Analizar las ecuaciones dinámicas para el movimiento de la partícula y, a partir de ellas, demostrar que se trata de un MAS. Determinar el período y la frecuencia de dicho MAS.

13. La Figura 2 muestra dos cuerpos de masas m_A y m_B conectados mediante un resorte de constante k. El sistema puede oscilar sobre una superficie horizontal sin roce. Si la longitud natural del resorte es l, verificar que el cambio en la longitud $x(t)$ del resorte queda determinado por $x = (x_B - x_A) - l$, donde x_B y x_A son las posiciones de las masas B y A en un sistema de referencia inercial. Demostrar que el movimiento oscilatorio del sistema satisface la ecuación $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{\mu}x = 0$, donde $\mu = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$ es la masa reducida del sistema. El período de oscilación es, por lo tanto, $T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu}{k}}$.

14. Un bloque, de peso 14 N, está conectado al extremo superior de un plano inclinado liso (que forma un ángulo de 30° con la horizontal) mediante un resorte sin masa, de longitud natural 0,45 m y de constante elástica 120 N/m (ver Figura 3). a) ¿Cuán lejos del extremo superior del plano inclinado está el punto de equilibrio del bloque? b) El bloque es desplazado ligeramente de su posición de equilibrio y soltado, ¿cuál es el período del movimiento oscilatorio resultante?

15. Una partícula de masa m desliza sin roce por el interior de una cavidad esférica de radio r. a) Demostrar que el movimiento de la partícula es igual al de un péndulo de longitud r. b) Una partícula de masa m_1 se desplaza un arco de longitud s_1 del fondo de la cavidad; otra, de masa m_2, se desplaza $S_2 = 3\,s_1$ en sentido opuesto (ver figura 5), siendo s_1 y s_2 mucho menores que r¿Dónde se encontrarán? Justificar.

Más ejercitación

1. Para el siguiente enunciado, decir cuál de las opciones propuestas es la correcta.

   Dos masas A y B, unidas a sendos resortes idénticos, oscilan con frecuencias ν_A y ν_B. Si $\nu_B = 2\nu_A$, y las constantes de los dos resortes son iguales, las masas están relacionadas mediante la relación (seleccionar la respuesta correcta):
   i) $M_A = M_B/4$. *ii)* $M_A = M_B/2$. *iii)* $M_A = M_B/\sqrt{2}$. *iv)* $M_A = 4M_B$.

2. Una partícula de masa $m = 3\,kg$ ejecuta un MAS. Su posición está dada, como función del tiempo, por $y(t) = 4\,cm\cos(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6})$. ¿Para qué posiciones es su energía cinética igual a su energía potencial?¿Cuál es el tiempo transcurrido cuando la partícula llega, por primera vez, a esa situación y cuál es la posición correspondiente?

3. Dos resortes de constantes recuperadoras k_1 y k_2 se sujetan a un bloque de masa m situado sobre una superficie horizontal lisa, usando dos configuraciones diferentes: en *paralelo* (ambos resortes sujetos por un extremo al cuerpo y por el otro a un soporte fijo) y en *serie* (un resorte a continuación del otro, uno unido al cuerpo y el otro al soporte fijo). a) Calcular la constante recuperadora efectiva en cada configuración, k_P y k_S. b) Calcular la correspondiente frecuencia de oscilación, analizando en particular el caso en que $k_1 = k_2$. c) Considerar el caso $k_1 \gg k_2$, discutiendo cuál de los dos resortes gobernará las oscilaciones en cada configuración. d) ¿Cuál es la constante recuperadora efectiva de un resorte formado uniendo en serie n resortes de constante k?

4. Una masa m está conectada a dos cuerdas de longitud L cada una (ver Figura 4). La masa se desplaza verticalmente una pequeña distancia y. Suponiendo que las tensiones de las cuerdas son iguales en módulo (T_c) y que no cambian su módulo, demostrar que el sistema efectúa un MAS con un período $T = 2\pi\sqrt{\frac{mL}{2T_c}}$.

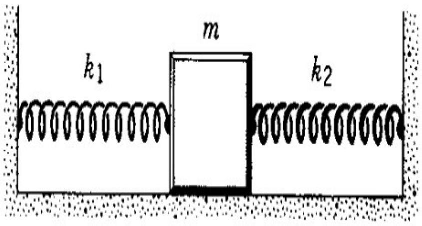

Figura 1

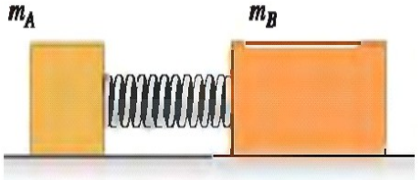

Figura 2

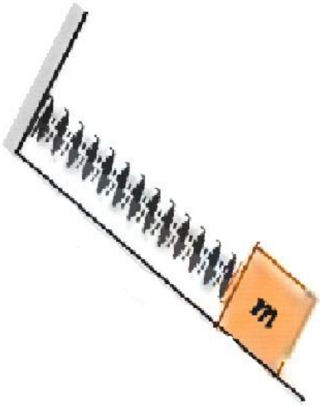

Figura 3

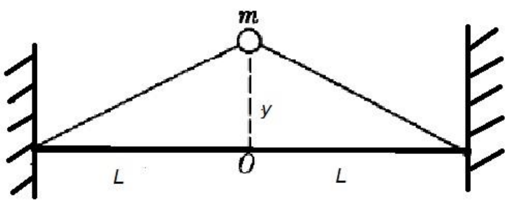

Figura 4

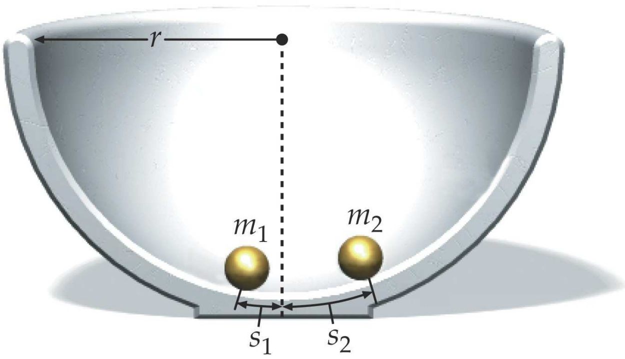

Figura 5