Física General I – Año 2021

Trabajo Práctico 11

I-Momento angular de partículas

1. Calcular el momento angular de las partículas cuyos vectores posición y cantidad de movimiento están dados por:

   a-
   $$\vec{r} = 4\breve{i} - 5\breve{j} + 3\breve{k}\,, \vec{p} = 1\breve{i} + 4\breve{j} - 2\breve{k}\,,$$
   b-
   $$\vec{r} = 1\breve{i} - 2\breve{j} + 0\breve{k}\,, \vec{p} = 7\breve{i} - 1\breve{j} + 0\breve{k}\,,$$
   c-
   $$\vec{r} = +0\breve{i} + 2\breve{j} + 0\breve{k}\,, \vec{p} = 1\breve{i} + 0\breve{j} + 0\breve{k}\,,$$

   Una vez obtenida la descomposicion canónica del momento angular encontrar, en cada caso, su módulo, dirección y sentido, así como el ángulo entre posición y cantidad de movimiento.

2. La figura 1 muestra dos tramos distintos de una carretera plana, vista desde lo alto. Un automóvil los recorre con velocidad de módulo constante y en el sentido indicado por las flechas. Determinar, en cada caso, si se conserva el momento angular del auto (módulo, dirección y sentido) calculado con respecto al punto A y al B respectivamente ¿Cambian las respuestas si se invierte el sentido de la velocidad?

3. Un disco de masa m está unido a una cuerda de longitud l y gira describiendo un círculo de radio r sobre una mesa horizontal sin rozamiento. El otro extremo de la cuerda pasa a través de un agujero situado en el centro de la mesa y una pesa de masa M cuelga de él (ver figura 2). La pesa objeto suspendida se encuentra en equilibrio, mientras que el disco que se encuentra sobre la mesa describe un movimiento circular. Calcular el momento angular del disco con respecto al centro de la mesa ¿Cómo cambia la velocidad angular del disco si, tirando de la pesa, se acorta la cuerda?

4. La Tierra describe una órbita elíptica alrededor del Sol, estando éste en uno de los focos de la elipse. Cuando la Tierra está en la posición más alejada del Sol (afelio), la distancia entre ambos es de 1.52×10^{11} m, y la velocidad orbital de la Tierra es de 2.93×10^4 m/s. Hallar la velocidad orbital de la Tierra en la posición más cercana al Sol (perihelio), donde la distancia que los separa es de 1.47×10^{11} m. ¿Se conserva la energía mecánica durante toda la órbita?

5. Dos astronautas, cada uno con una masa de $8\,kg$, viajan en una estación espacial libre de toda interacción con agentes externos. Los astronautas se están acercando entre sí siguiendo trayectorias paralelas, separadas por $9\,m$, como muestra la figura 3. Cada astronuta se mueve con una velocidad de módulo $4\,m/s$ con respecto a un sistema de referencia L fijo a la estación ¿Es inercial este sistema de referencia?

   a) Considerando a los astronautas como partículas, calcular la velocidad del centro de masa del sistema formado por los dos astronautas con respecto a la estación y la cantidad de movimiento total, $\vec{P}^L$, del mismo sistema de partículas con respecto al mismo sistema de referencia ¿Es $\vec{P}^L$ una cantidad conservada?¿Es inercial el sistema de referencia C del centro de masa?

   b) Calcular el momento angular del sistema con respecto al centro de masa ¿Es este vector una cantidad conservada mientras los astronautas se desplazan como se indicó antes? Justificar.

   c) Cuando los astronautas están enfrentados uno de ellos arroja al otro un extremo de una cuerda y sostiene el otro extremo. Describir el movimiento posterior con respecto al centro de masa. Calcular la cantidad de movimiento $\vec{P}^C$ y el momento angular total $\vec{L}^C$ del sistema de dos partículas con respecto al sistema C de referencia una vez tensada la cuerda ¿Permanecen constantes en esta situación? Calcule la energía cinética de rotación.

   d) Los astronautas, enrollando la cuerda en sus brazos, logran reducir la distancia entre ellos a la mitad ¿Cuánto valen ahora el momento angular del sistema y la energía cinética de rotación? ¿Qué trabajo efectuaron los astronautas?

II-Dinámica del cuerpo rígido

1. Calcular la posición del centro de masa para las siguientes distribuciones continuas y homogéneas de masa: a) Un cable de sección transversal despreciable y longitud L. b) Una varilla de longitud L y área transversal constante A. c) Un alambre uniforme de longitud L doblado formando un ángulo α con vértice en su punto medio. d) Una placa rectangular muy delgada de lados L_1 y L_2.

2. a) Utilizar el teorema de Steiner para hallar el momento de inercia de una esfera maciza y uniforme de masa M y radio R respecto de un eje tangente a la esfera. b) Calcular el momento de inercia de una puerta homogénea de base b y altura h, respecto de un eje que pasa por las bisagras. d) Calcular el momento de inercia de una placa rectangular homogénea delgada de lados a y b y masa M, respecto de un eje perpendicular a la placa que pasa por un vértice, y respecto de un eje paralelo al anterior que pasa por el centro de masa. Ayuda: usar el teorema de los ejes perpendiculares. e) Calcular el momento de inercia de una moneda de masa M y radio R, respecto de un eje que pasa por un diámetro. Ayuda: Idem anterior.

3. Un hombre está de pie en el centro de una plataforma circular (sin fricción), manteniendo sus brazos extendidos horizontalmente con una pesa en cada mano y girando alrededor de un eje vertical con velocidad angular de 2 rev/s. El momento de inercia del sistema plataforma + hombre respecto de este eje es de 10 $\mathrm{kg\,m^2}$. Cuando el hombre acerca las pesas hacia su cuerpo, el momento de inercia disminuye a 4 kg $\mathrm{m^2}$ a) ¿Cuál es entonces la nueva velocidad angular de la plataforma? b) ¿Cuál es la variación de la energía mecánica experimentada por el sistema? c) ¿Cómo se explica físicamente este cambio en la energía mecánica?

4. Una bala de 20 g que se mueve horizontalmente con velocidad v choca y queda incrustada en el extremo inferior de una varilla de 20 cm de longitud y 0.5 kg. La varilla se encuentra inicialmente en reposo en posición vertical, suspendida por un pivote ubicado en su extremo superior, alrededor del cual puede girar libremente. a) Calcular la velocidad mínima de la bala para que la varilla gire un ángulo de 180°. b) Calcular la energía mecánica perdida en la colisión. c) ¿Se conserva la cantidad de movimiento lineal del sistema bala + varilla en la colisión? En caso contrario, ¿qué agente externo ejerce una fuerza sobre el sistema? ¿Qué dirección tiene esta fuerza?

5. Se monta una rueda homogénea sobre un eje perpendicular que posee rozamiento y que pasa por su centro de masa. Se aplica a la rueda un torque externo constante de 50 N m respecto de su centro. Luego de 20 segundos, se observa que la velocidad angular de la rueda se ha incrementado de 0 a 600 rev/min. Se elimina entonces el torque externo, observando que la rueda se detiene luego de 120 segundos. Suponiendo que el torque ejercido por la fuerza de rozamiento es constante, a) ¿cuál es el momento de inercia de la rueda respecto de su eje? b) ¿Cuál es el torque ejercido por la fuerza de rozamiento?

6. Calcular la aceleración angular de una polea cilíndrica de 0.5 m de radio y 20 kg de masa, sobre la que se ha enrollado una cuerda, en los siguientes casos (ver figura 4): a) se tira de la cuerda con una fuerza $F = 15$ N; b) se cuelga del extremo de la cuerda un cuerpo cuyo peso sea igual a la fuerza $\vec{F}$ del inciso a). Obtener, en ambos casos, la velocidad angular de la polea al cabo de 5 segundos, suponiendo que inicialmente la misma está en reposo.

7. Un tablero cuadrado de lado $l = 50$ cm está colgado de una pared por medio de un pivote sin rozamiento ubicado en el centro de uno de sus lados. Se aplica un ligero golpe sobre uno de los lados verticales del tablero, de modo que éste adquiere una velocidad angular $\omega = 0.7$ rad/s. a) Calcular el máximo ángulo que formarán los lados verticales con la vertical. b) Determinar el período del movimiento oscilatorio que llevará a cabo el tablero.

8. Un yo-yo de 230 g consta de dos discos de 2.5 cm de radio unidos por un eje de 0.3 cm de radio. El hilo, enrollado en el eje, tiene una longitud de 80 cm y masa despreciable. Sosteniendo el extremo libre del hilo, se deja caer al yo-yo con velocidad inicial cero. a) Mostrar que la relación entre la velocidad del centro de masas del yo-yo y su velocidad angular de rotación respecto del centro de masas es $V_{\mathrm{CM}} = \omega r$, donde r es el radio del eje. b) Calcular la aceleración del centro de masa del yo-yo en el instante inicial (despreciar la masa del eje frente a la masa de los discos). ¿Es la aceleración constante durante la caída? c) Calcular la velocidad angular del yo-yo cuando el hilo se ha desenrollado completamente. Mostrar que el resultado es independiente de la masa de los discos.

9. ¿Cuál es el trabajo realizado por fuerzas externas sobre el yo-yo del ejercicio anterior? ¿Hay trabajo realizado por fuerzas no conservativas internas y/o externas? Obtener el resultado del inciso c) del ejercicio anterior utilizando conceptos energéticos.

10. Una bola maciza homogénea de radio $R = 4,7cm$ sube, rodando sin deslizar, a lo largo de un plano inclinado un ángulo $\pi/6$ con respecto a la horizontal. La velocidad de su centro de masa cuando está en la base del plano inclinado es $5,2m/s$. a) Eligiendo convenientemente un sistema de tres ejes cartesianos, especificar el sentido de su vector velocidad angular y el de su vector aceleración angular; b) hacer un esquema de todas las fuerzas que actúan sobre la esfera mientras dura su ascenso (tener en cuenta el sentido del vector aceleración angular para determinar el sentido de la fuerza de roce); c) calcular el vector aceleración del centro de masa y el vector aceleración angular; d) ¿a qué altura por encima de la base está el centro de masa de la esfera cuando la misma se detiene? (El momento de inercia de una bola maciza homogénea con respecto a un eje que pasa por su centro de masa es $I_c = \frac{2}{5}MR^2$, donde M y R son la masa y el radio de la esfera respectivamente).

11. Una bola de masa M y radio R se lanza de tal modo que cuando toca la pista se mueve horizontalmente con velocidad $v_0 = 5$ m/s, sin rodar. Los coeficientes de fricción estático y cinético entre la bola y la pista son $\mu_{\mathrm{S}} = 0.35$ y $\mu_{\mathrm{K}} = 0.3$ respectivamente. a) Determinar el tiempo durante el cual la bola desliza sobre la pista, y la distancia recorrida durante este tiempo. b) Hallar la velocidad del centro de masa de la bola una vez comenzado el movimiento de rodadura sin deslizamiento.

12. Un pintor pinta una pared vertical utilizando un rodillo cilíndrico aproximadamente homogéneo cuya masa es de 3 kg. Para ello ejerce sobre el rodillo una fuerza $\vec{F}$ que forma un ángulo de 45° con la vertical (ver figura 5). a) Calcular la aceleración del centro de masa del rodillo si éste rueda sin deslizar, y la magnitud de la fuerza es $F = 50$ N. b) Probar que para el sistema "rodillo" se cumple $W_{\mathrm{F}_{\mathrm{ext,\,no\,cons}}} = \Delta E_{\mathrm{mec}}$.

13. Un hombre de 80 kg está parado en un extremo de una viga de 50 kg y 12 m de longitud que, a su vez, está apoyada sobre dos soportes separados 8 m entre sí (ver figura 6). El sistema se encuentra en equilibrio mecánico. a) Hallar la fuerza ejercida por cada soporte sobre la tabla. b) El hombre comienza a caminar hacia el otro extremo. Calcular cuánto puede avanzar antes de que la tabla pierda el equilibrio.

14. Una escalera de dos hojas, cada una de masa m y longitud l, está apoyada sobre una superficie rugosa, de modo tal que el ángulo entre ambas hojas es α. a) Probar que si el coeficiente de roce estático entre el piso y la escalera es $\mu_{\mathrm{S}} = 0.8$, el máximo ángulo que puede abrirse la escalera sin que deslice es $\alpha_{crit} = 116°$. b) Un hombre de masa M sube por una de las hojas de la escalera, deteniéndose en el punto medio. Calcular la fuerza de rozamiento existente entre el piso y cada una de las hojas una vez que el hombre se ha detenido, y determinar la fuerza que ejerce una de las hojas sobre la otra. c) Si $m = 10$ kg y $M = 80$ kg, ¿cuál es ahora el máximo ángulo que puede abrirse la escalera? ¿Qué utilidad tiene la varilla o cadena que suele colocarse uniendo ambas hojas a una cierta altura?

15. Se cuelga una maceta de $20kg$ de masa en el extremo de una barra homogénea de $10kg$ de masa y de longitud $L = 1m$. La barra está unida por el otro extremo a una pared mediante un pivote sin roce. Para afirmar la barra a la pared se utiliza un cable (figura 7). a) Calcular la tensión del cable y las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida por la pared sobre la barra. b) Se descuelga la maceta. Calcular la aceleración angular de la barra en el momento en que, además, se corta el cable. c) Determinar, mediante consideraciones energéticas, la velocidad angular de la barra cuando golpea contra la pared.
El momento de inercia de una barra homogénea de masa m y longitud L, con respecto a un eje perpendicular a la misma y que pasa por uno de sus extremos es $I = \frac{mL^2}{3}$

16. Un resorte sin masa tiene unido un cilindro, de tal forma que éste puede rodar sin deslizar sobre una superficie horizontal (ver figura 8). La constante k del resorte es de 3 N/m. Si el sistema se suelta desde el reposo en una posición en la que el resorte está estirado 25 cm, determinar a) la energía cinética traslacional y b) la energía cinética rotacional del cilindro cuando éste pasa por la posición de equilibrio. c) Mostrar que, en estas condiciones, el movimiento del centro de masas del cilindro es armónico simple con un período $T = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$, donde M es la masa del cilindro.

Figura 1

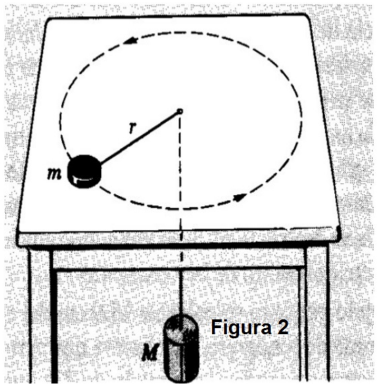

Figura 2

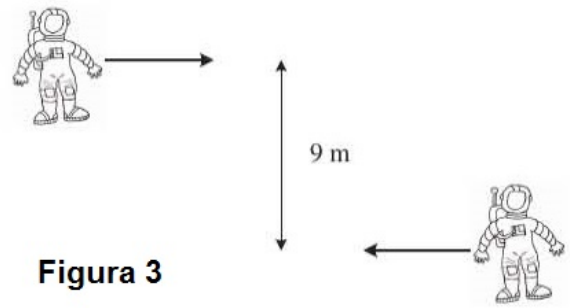

Figura 3

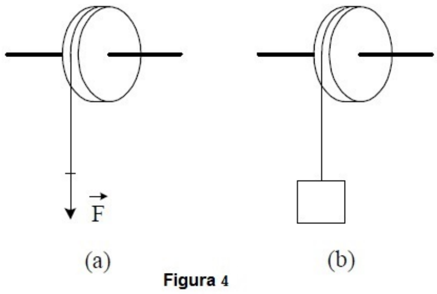

Figura 4

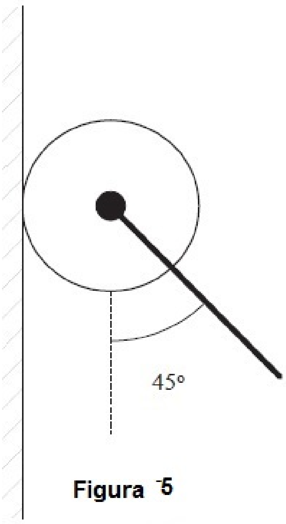

Figura 5

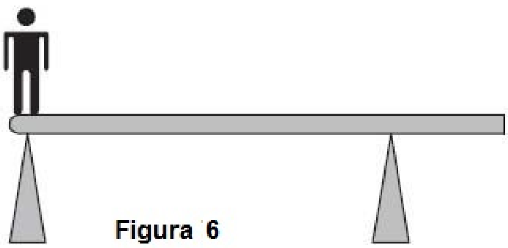

Figura 6

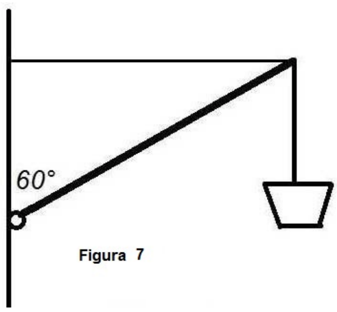

Figura 7

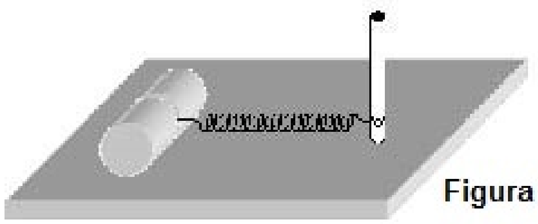

Figura 8